

THESIS / THÈSE

MASTER EN SCIENCES MATHÉMATIQUES

La tablette tactile dans l'enseignement secondaire, un outil utile pour le cours de mathématique ?

PIERARD, Marie

Award date:
2014

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal ?

Take down policy

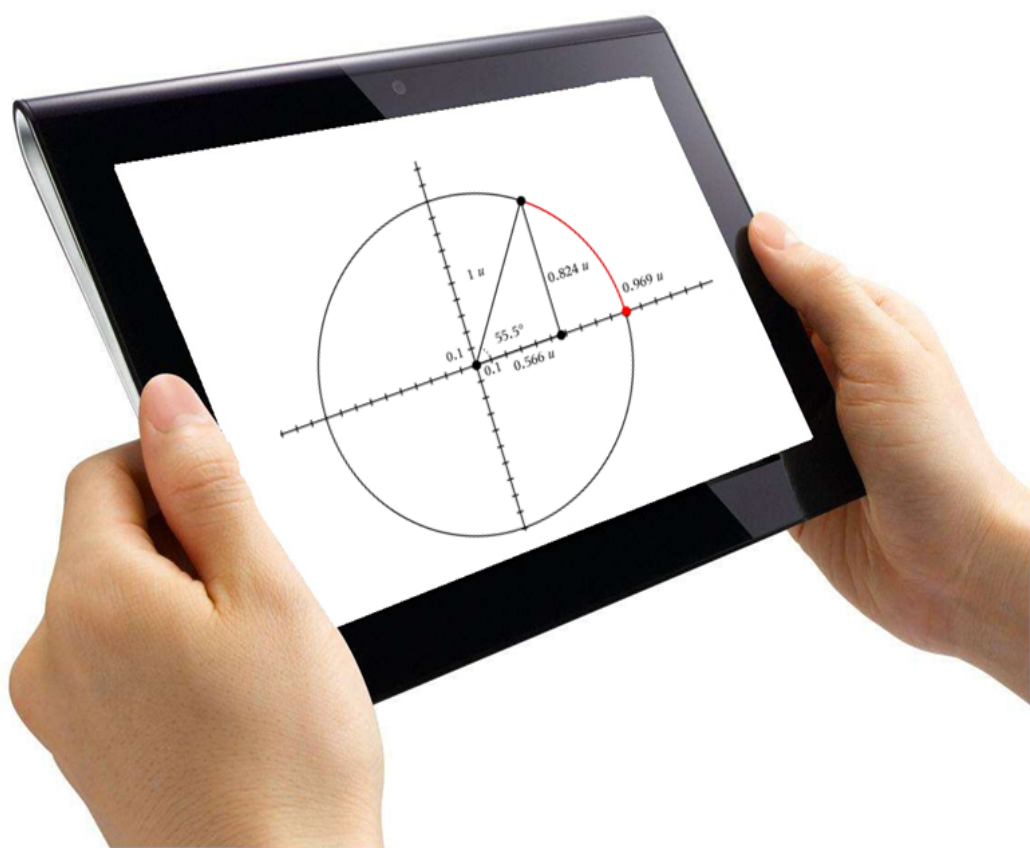
If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

La tablette tactile dans l'enseignement secondaire un outil utile pour le cours de mathématiques ?

Étudiante : Marie Pierard

Promotrice : Valérie Henry

Juin 2014



Remerciements

Tout d'abord, je tiens à remercier ma promotrice, Mme Valérie Henry, pour sa disponibilité, ses idées et ses nombreuses ressources. Je lui adresse aussi mes remerciements les plus sincères pour m'avoir permis de travailler dans un domaine que je ne connaissais pas encore : la didactique.

Je tiens également à remercier Mme Brigitte De Coninck pour son aide précieuse dans la recherche de classes prêtes à tester la leçon de trigonométrie et pour la mise à disposition du matériel à temps et à heure, ce qui ne fut pas de tout repos.

Merci à M. Arnaud Vervoort pour ses conseils sur les installations d'applications et la mise à disposition de matériel pour une expérience à l'UNamur.

Je remercie aussi Mme Michèle Solhosse et M. Sébastien Verspecht pour les riches et nombreux conseils qu'ils m'ont transmis pour maîtriser l'application *Ti-Nspire*.

Un grand merci à Mme Véronique Evrard et M. Juan Miguel Gonzalez pour m'avoir laissée tester la leçon dans leurs classes de quatrième.

Je remercie également Mme Colette Kaise, Mme Marie-Christine Tielens et M. Luc Viatour qui, en tant que professeurs de mathématique dans des écoles pilotes, ont pris le temps de répondre à quelques questions concernant leurs projets. Je remercie tout particulièrement Mme Kaise pour l'accueil chaleureux qu'elle m'a réservé dans sa classe.

Merci aux étudiants de l'agrégation en mathématiques de l'UNamur, pour leur participation à l'une de mes expériences.

Enfin, merci à ma famille, du fond du cœur, pour son soutien mais aussi pour son beau cadeau : une tablette pour faire mes propres expériences.

Résumé

Dans ce mémoire, nous nous intéressons tout d'abord aux projets pilotes concernant l'utilisation des tablettes tactiles dans les écoles. Nous faisons un tour d'horizon des projets belges et étrangers. En particulier, nous parlons d'un cours observé au Collège du Sacré Cœur de Charleroi. Nous nous intéressons ensuite à deux tablettes assez répandues : l'iPad d'Apple et la Galaxy Tab de Samsung. Pour chacune d'entre elles, nous commençons par lister quelques applications liées aux mathématiques. Nous remarquons que très peu d'applications semblent appropriées à un cours du secondaire. Nous analysons également quelques manuels numériques, encore rares, et nous donnons quelques moyens de projection et de partage de documents.

Une fois familiarisés avec les tablettes, nous construisons une ingénierie pour introduire la trigonométrie en quatrième secondaire, à l'aide des iPads et de l'application TI-Nspire CAS. Nous nous basons sur le processus d'Artigue [1] : analyses préalables, analyse *a priori*, expérimentation et analyse *a posteriori*. Construit sur la base des situations didactiques de Brousseau [2], notre scénario se compose d'une fiche-élève et d'une fiche-enseignant. Nous l'avons expérimenté dans deux contextes différents : la première fois dans trois classes de quatrième secondaire, la seconde à l'UNamur, avec les étudiants de l'agrégation en mathématiques. Entre les deux, nous avons analysé le scénario *a posteriori*, grâce à nos observations mais aussi à deux questionnaires distribués aux élèves avant et après la leçon. L'analyse *a posteriori* a engendré quelques corrections du scénario ainsi que l'ajout d'un dossier d'introduction et d'une synthèse.

Nous concluons que la tablette est un outil mobile et moderne, qui attire la plupart des élèves. Elle permet à chacun de travailler à son rythme et dans la salle de classe habituelle, mais aussi de faire des mathématiques autrement. L'enseignant, quant à lui, doit attentivement préparer et organiser un cours sur tablettes. Un scénario comme le nôtre ne lui fera pas gagner du temps en classe, mais il permettra aux élèves d'être autonomes et d'apprendre des choses par eux-mêmes.

Abstract

In this dissertation, we look at recent projects using tablets at school. We discover some Belgian and foreign projects. Particularly, we talk about a class we attended at the Collège du Sacré Cœur in Charleroi (Belgium). Next, we look at two well-known tablets : the iPad by Apple and the Galaxy Tab by Samsung. For both of them, we analyse a list of apps linked to mathematics. We notice that very few of them seem to be useful for a secondary school class. We also look at some digital manuals, still rare, and we make out a list of tools for projecting or sharing documents.

Now that tablets are familiar, we construct an engineering to introduce trigonometry in the fourth class of secondary school, using iPads and the app TI-Nspire CAS. We base on the process established by Artigue [1] : previous analysis, *a priori* analysis, testing and *a posteriori* analysis. Based on the didactic situations theory by Brousseau [2], our scenario contains a pupil-folder and a teacher-folder. We tested in two different contexts : first in three secondary classes and the second time with some future teachers in mathematics at the University of Namur. Between the experiments, we analysed the scenario *a posteriori*, thanks to our observations but also to two questionnaires we gave to the pupils before and after the experiment. The analysis generated some corrections in the scenario and we added a introduction folder and a synthesis.

We conclude that tablet is a movable and modern tool, attracting for a lot of pupils. It makes everyone working at his own speed and in the usual classroom. It is also useful to make mathematics otherwise. The teacher has to closely prepare a lesson using tablets. Our scenario won't make him save time but the pupils will be self-sufficient and will learn things by themselves.

Table des matières

Introduction	1
I Contexte	3
1 Découverte des projets pilotes	5
1.1 En Belgique	5
1.1.1 Le collège du Sacré-Cœur de Charleroi	6
1.1.2 L'athénée Royal d'Ans	6
1.1.3 L'institut Saint-Joseph de Ciney	7
1.1.4 L'athénée Léon Lepage de Bruxelles	7
1.1.5 Les écoles de Blankenberge	8
1.2 A l'étranger	9
1.2.1 Les projets français	9
1.2.2 Les projets de Samsung	9
1.3 Conclusion	10
2 Familiarisation avec les tablettes	11
2.1 Deux tablettes répandues	11
2.1.1 L'iPad	11
2.1.2 La Galaxy Tab	11
2.2 Quelques applications	12
2.2.1 Pour l'iPad	12
2.2.2 Pour la Galaxy Tab	14
2.2.3 Comparaison des deux tablettes	16
2.2.4 Remarque	17
2.3 Quelques applications gratuites	18
2.3.1 Pour l'iPad	18
2.3.2 Pour la Galaxy Tab	20
2.3.3 Conclusion	22
2.4 Quelques manuels	23
2.4.1 Pour l'iPad	23
2.4.2 Pour la Galaxy Tab	24
2.4.3 Pour n'importe quelle tablette	24
2.4.4 Conclusions	26
2.5 Quelques moyens de diffusion	26
2.5.1 Pour projeter l'écran de sa tablette	26
2.5.2 Pour accéder aux documents enregistrés sur son ordinateur . .	27
2.5.3 Conclusion	27

II	Ingénierie pour introduire la trigonométrie en quatrième secondaire	29
3	Mise au point d'un scénario de cours	31
3.1	Cadre théorique	31
3.2	Première version de la fiche de l'élève	32
3.3	Première version de la fiche du professeur	41
3.4	Analyse <i>a priori</i>	52
4	Expérimentation du scénario dans des classes	59
4.1	Analyse <i>a posteriori</i>	59
4.1.1	Observations générales	59
4.1.2	Réflexions personnelles	65
4.1.2.1	Praticité	65
4.1.2.2	Déroulement	65
4.1.2.3	Améliorabilité	66
4.2	Avis des élèves	67
4.2.1	Analyse du premier questionnaire	67
4.2.1.1	Profil des élèves	67
4.2.1.2	Attentes des élèves	70
4.2.2	Analyse du second questionnaire	74
4.2.2.1	Réflexion sur les tablettes	74
4.2.2.2	Comparaison entre les attentes des élèves et leurs impressions après le cours	78
5	Révision du scénario	83
5.1	Premières modifications	83
5.1.1	Nouveau contenu	83
5.1.2	Nouvelle organisation	84
5.1.3	Nouveaux détails	84
5.2	Seconde expérimentation du scénario, avec de futurs enseignants	84
5.2.1	Profil des étudiants	85
5.2.2	Observations générales sur l'expérience	85
5.2.3	Analyse des questionnaires	85
5.2.4	Conclusion	89
5.3	Dernières réflexions sur le scénario	90
5.3.1	Dernières modifications	90
5.3.2	Réflexion sur un environnement de travail idéal	91
5.3.3	Version finale de la leçon	91
	Conclusion et perspectives	109
	Bibliographie	111
	Annexes	1
A	Grille d'observation du cours de Mme Kaise à Charleroi	2
B	Questionnaires distribués aux élèves	5

C	Fiche de l'élève révisée suite à l'expérimentation dans la première classe de quatrième	8
D	Version finale de la fiche du professeur	17
E	Trucs et astuces pour donner cours avec une tablette	47
	Liste des figures	49
	Liste des tableaux	50

Introduction

Les nouvelles technologies sont de plus en plus présentes dans les écoles. Depuis 2012, l'Institut Saint-Joseph de Ciney, l'Athénée Royal d'Ans et le Collège du Sacré-Cœur de Charleroi sont des écoles pilotes pour l'intégration des iPads dans leurs classes de secondaire. En France, l'idée est légèrement plus vieille que chez nous ; certains établissements, comme les académies de Bordeaux, Créteil et Grenoble, expérimentent les tablettes depuis 2010. Dans ce mémoire, nous découvrons ce que les tablettes tactiles peuvent apporter aux élèves et aux professeurs, pour l'enseignement des mathématiques à l'école secondaire.

Notre objectif est de faire un tour d'horizon des avantages et des inconvénients des tablettes pour mettre au point un scénario de cours les utilisant de façon efficace. Nous analyserons deux tablettes assez répandues début 2013 : la tablette Apple, appelée iPad et utilisant le système iOS, et la tablette Samsung, appelée Galaxy Tab et utilisant le système Android.



Dans le chapitre 1, nous découvrons les projets pilotes belges et étrangers. Dans le chapitre 2, nous comparons les spécificités des tablettes Galaxy Tab et iPad puis nous recherchons quelques applications, quelques manuels et quelques moyens de diffusion du contenu des tablettes. Pour ces deux premiers chapitres, nous avons rencontré plusieurs enseignants, éditeurs de manuels ou encore formateurs pour les enseignants. Lors de ces rencontres, nous avons reçu de nombreux conseils. Certains d'entre eux sont à votre disposition dans l'annexe E, « Trucs et astuces pour donner cours avec une tablette ».

Dans le chapitre 3, nous décrivons une séance de cours à donner avec des iPads. Cette séance est une introduction à la trigonométrie pour les quatrièmes années du secondaire. Elle permet de découvrir les radians, le cercle trigonométrique et les

fonctions trigonométriques. Notre scénario se compose d'une fiche pour l'élève, d'une fiche pour le professeur et d'une analyse *a priori*. Il est construit selon le processus d'Artigue [1] et la théorie des situations didactiques de Brousseau [2].

Dans le chapitre 4, nous expérimentons cette leçon dans trois classes de quatrième. Nous en tirons de nombreuses conclusions et nous apportons quelques modifications à notre scénario. Cette deuxième version fait elle aussi l'objet d'une expérience mais cette fois avec des étudiants de l'agrégation en mathématiques. Le chapitre 5 décrit nos nouvelles conclusions et propose une troisième et dernière version du scénario.

Nous espérons que notre travail sera une source d'information pour les enseignants en mathématiques souhaitant utiliser les tablettes. Nous souhaitons aussi que notre scénario leur montre les nombreux éléments auxquels ils devront penser s'ils décident de s'en servir dans leurs classes.

« Les nouvelles technologies et l'iPad représentent à nos yeux une approche complémentaire aux méthodes traditionnelles d'enseignement. Cela ne va certainement pas les remplacer.

Nous souhaitons inscrire notre établissement dans son siècle. »

Baudouin JOACHIM, directeur secondaire du Collège du Sacré-Cœur de Charleroi [5]

« Cette simplicité d'usage et cette technologie [...] permettront de rencontrer les objectifs de l'école, à savoir privilégier une pédagogie personnalisée et reconnaissant le droit à l'erreur, s'adapter au rythme des élèves et à leurs difficultés par une pédagogie différenciée [...], veiller aussi à porter une attention particulière aux élèves en difficulté tout en favorisant la recherche d'excellence pour les autres, privilégier une pédagogie active dans laquelle l'élève est amené à être acteur et non consommateur. »

Page d'accueil du journal de bord de l'Institut Saint-Joseph de Ciney [19]

« The device that changed everything is now changing the classroom. iPad inspires creativity and hands-on learning with features you won't find in any other educational tool - on a device that students really want to use. Powerfully built-in apps and apps from the App Store like iTunes U let students engage with content in interactive ways, find information in an instant, and access an entire library wherever they go. And with iBooks textbooks, iPad takes learning to a whole new level. »

Extrait du site internet d'Apple [20]

Première partie

Contexte

Chapitre 1

Découverte des projets pilotes

Depuis plusieurs mois, les médias parlent de temps à autre des nouvelles technologies de l'enseignement. Que ce soit en Belgique ou ailleurs, des projets pilotes fleurissent pour le plus grand plaisir des uns et pour le malheur des autres. Chez nous, des colloques et des formations sont organisés pour informer les enseignants sur ces technologies ; nous nous sommes rendues au quatrième rendez-vous *Écoles et Technologies* du 16 mars 2013 ainsi qu'à la formation du C.A.F. *Le numérique dans nos classes* du 19 avril 2013. Dans ce chapitre, vous découvrirez diverses informations issues d'articles de presse ou récoltées lors de ces « rendez-vous numériques ».

1.1 En Belgique

Le ministre des technologies nouvelles et de l'enseignement supérieur, M. Jean-Claude Marcourt, voudrait que chaque élève dispose d'un « cartable numérique » d'ici 2025. En 2011, il a donc lancé le projet *École numérique* proposant à 28 établissements scolaires de tester les nouveaux usages pédagogiques induits par les TIC¹, de janvier 2012 à juin 2013. Le Gouvernement Wallon a accordé 450.000€ à ce projet pour équiper les écoles, auxquels s'ajoutent 250.000€ octroyés par la Communauté Française pour former les enseignants.

Le projet de M. Marcourt suit les plans *Cyberécole* et *Cyberclasse*, qui devaient amener les ordinateurs dans les écoles. Son but est d'équiper des écoles wallonnes en consultant les enseignants sur leurs attentes liées aux TICE² et en testant différents équipements dans les établissements ayant proposé un projet. Sur 28 projets, 8 ont été lancés par des établissements secondaires ordinaires. Parmi ceux-ci, 2 sont liés aux tablettes numériques. L'un d'eux est le projet de l'institut Saint-Joseph de Ciney et l'autre est un partenariat entre l'athénée Royal d'Ans et le collège du Sacré-Cœur de Charleroi [26].

La ministre de l'enseignement obligatoire, Mme Marie-Dominique Simonet, précise qu'avec les projets précédents, les écoles recevaient du matériel et s'en servaient comme bon leur semblait. Avec *École Numérique*, les écoles ont dû répondre à un appel à projet ; c'est leur motivation qui leur a permis de recevoir du matériel et ils ont une idée précise de l'usage qu'ils en feront.

1. TIC = Technologies de l'Information et de la Communication

2. TICE = Technologies de l'Information et de la Communication pour l'Enseignement

1.1.1 Le collège du Sacré-Cœur de Charleroi

L'objectif du Collège du Sacré-Cœur est, d'après son directeur M. Baudouin Joachim, « *de s'inscrire dans la diversité de l'enseignement et de développer ce nouvel outil pédagogique, car nous pensons que la qualité de l'enseignement trouve son terrain dans la diversification* ». Le projet se fera en deux parties : d'abord une phase de 6 mois, avec 24 iPads, pour se familiariser avec cette technologie. Ensuite une phase d'un an, avec 96 iPads, pour que quatre modules de classe puissent travailler simultanément [5].

Mme Colette Kaise, professeur de mathématiques dans le cycle inférieur, nous a reçues dans sa classe en mars 2013. Vous trouverez une grille d'observation de son cours en annexe A. Les éléments importants que nous retiendrons de ces observations sont les suivants :

1. tous les élèves travaillent sur la tablette, personne ne regarde par la fenêtre et personne n'est dans la lune ;
2. les tablettes sont des outils très rapides, qui sont prêts à l'emploi bien plus vite que les ordinateurs ;
3. les élèves les plus rapides peuvent faire autant d'exercices qu'ils le souhaitent car la tablette en propose suffisamment via internet ;
4. les élèves peuvent passer le temps qu'ils veulent sur la compréhension de la théorie car ils n'empêchent pas les autres d'avancer ;
5. les élèves sont très respectueux du matériel et n'hésitent pas à dénoncer un camarade indélicat.

1.1.2 L'athénée Royal d'Ans

Pour le directeur de l'Athénée Royal d'Ans, M. Manuel Dony, « *les matières ciblées par ce projet technologique sont le français et les mathématiques en première année. [...] L'iPad ne va pas servir à apprendre mais bien plus à se procurer et organiser des ressources, ce qui permettra une certaine maîtrise de celles-ci par la suite. [...] On remarque clairement un intérêt des parents qui cherchent des réponses à leurs nombreuses questions et qui montrent aussi une certaine inquiétude face à ce développement technologique. En général, ils sont vraiment favorables à la présence et l'utilisation des ordinateurs dans le cadre de l'école* »[8].

L'athénée Royal participe au projet *Comenius*. Ce dernier crée des partenariats entre des écoles de différents pays afin de comparer les utilisations des nouvelles technologies dans les classes. Les professeurs voyagent pour découvrir ce qui se passe à l'étranger puis accueillent des professeurs étrangers dans leur propre établissement. Le partenariat de l'athénée se fait avec la France, l'Italie, l'Espagne et la Turquie [22]. Dans l'école turque visitée par M. Dony, tous les élèves avaient une tablette mais il n'y avait pas de réseau wifi et les enseignants n'étaient pas encore à l'aise avec le matériel. Le directeur de l'athénée insiste donc pour que ses enseignants soient bien formés et qu'un informaticien soit présent à temps-plein dans l'école.

Du point de vue des professeurs, la tablette fait travailler tous les élèves, même ceux qui rendaient une feuille blanche quand ils travaillaient sur papier. Plus aucune question ne reste sans réponse car quand on a un doute, il suffit de vérifier rapidement

sur internet. Aucun problème n'a été rencontré concernant le respect du matériel car les iPads sont numérotés, ce qui permet aux élèves de toujours travailler sur le même appareil. Ainsi, ce sont « leurs » iPads et ils n'apprécient pas que les élèves les ayant utilisés à l'heure précédente les aient abîmés. Pour les mathématiques, il n'est pas toujours facile d'utiliser les tablettes dans le cycle inférieur. Par contre, dans le supérieur, les usages sont plus évidents : trigonométrie, géométrie dans l'espace, intégrales...

En janvier 2013, Mme Marie-Christine Tielens, professeur de mathématiques, nous disait que *« les élèves se réjouissent toujours de travailler avec les iPads, les enseignants apprennent doucement et commencent à avoir des séquences intéressantes. Il faudra encore du temps avant que l'usage des tablettes devienne une habitude mais nous n'abandonnerons pas le papier. Les applications sont choisies suite à des formations ou après essais. On rencontre parfois des problèmes de connexion ou de synchronisation. Pour les maths, il n'y a pas vraiment d'application intéressante ; ce qui manque serait une application qui ressemblerait au site de Matoumatheux ou de Mathenpoche. Nous essayons d'en créer une avec iBook Author³ »*.

1.1.3 L'institut Saint-Joseph de Ciney

Grâce à son Journal de Bord, l'Institut Saint-Joseph de Ciney nous permet de suivre le parcours de ses iPads sur internet [19]. Ils y racontent que, depuis la remise officielle des tablettes en mars 2012, l'iPad est là-bas un outil d'apprentissage et de remédiation en 3^e secondaire. Mais avant cette date, il a fallu organiser le transport, la recharge et la synchronisation des appareils, informer les parents, choisir les applications et former les enseignants.

M. Luc Viatour, coordinateur du projet, nous dit qu'*« un responsable éducation de chez Apple a annoncé que la Région Wallonne allait faire appel à des projets et c'est à partir de là que notre projet a été mis au point. Les enseignants sont contents et utilisent pas mal les tablettes. Pour les élèves, c'est innovant et motivant. Les parents, eux, étaient d'abord curieux puis, après la présentation du projet, enthousiastes. Les iPads sont déjà bien utilisés mais il faut que les enseignants soient motivés et aient envie de s'en servir. Pour choisir les applications, on regarde d'abord les applications générales puis celles ciblant les matières. D'abord les applications gratuites, puis les payantes. Nous avons eu une agréable surprise : la synchronisation avec les malles⁴ ne compte que pour un iPad, ce qui diminue le prix d'installation des applications (un seul achat pour une malle de tablettes). Côté maths, les iPads apporteront beaucoup en individualisation et en remédiation. Il n'y a pas d'application « manquante » et Wolfram, Mathination et Graph X sont à recommander »*.

1.1.4 L'athénée Léon Lepage de Bruxelles

L'athénée Léon Lepage est une école multi-culturelle du centre de Bruxelles. D'après son préfet, *« il ne faut pas que la fracture numérique s'ajoute à la fracture sociale »*. Pour atteindre cet objectif, l'athénée a lancé le projet « Tablettes », prêtant

3. L'application iBook Author permet de créer un livre Multi-Touch pour iPad. Elle est téléchargeable pour Mac sur le Mac App Store, gratuitement et en français. La société Anaïtis (Espace conseil et formations Apple à Liège) aide les professeurs de l'athénée à s'en servir.

4. Tous les iPads sont rangés ensemble dans des malles spéciales (Magellan KSync IP24 iPad) pour faciliter leur recharge et la synchronisation avec l'ordinateur.

une centaine d’Ipad à ses élèves et une dizaine à ses professeurs. Ces appareils sont financés par la Ville et utilisés depuis septembre 2012. Chaque élève dispose d’un casier fermé à clé pour ranger et recharger sa tablette, et les parents ont dû signer un contrat de prêt [13] [21].

1.1.5 Les écoles de Blankenberge

À Blankenberge, le gouvernement flamand a autorisé le collège Sint-Pieter et l’école de commerce Sint-Jozef à imposer l’iPad à leurs 700 élèves. 122 élèves sont arrivés avec leur propre iPad, 195 ont dû en acheter un et 384 ont dû en louer un. Une telle situation ne pourrait pas se produire en communauté française : « *Il est interdit pour une école de réclamer des frais obligatoires concernant l’achat de matériel dont une tablette pourrait faire partie* » rappelle Marie-Dominique Simonet, ministre de l’enseignement obligatoire [3].

1.2 A l'étranger

1.2.1 Les projets français

En France, des dizaines d'écoles testent les tablettes depuis 2010, aussi bien pour les écoles primaires que pour les écoles secondaires. Ces écoles mettent en avant l'avantage du poids de l'appareil, de son autonomie énergétique ainsi que de sa mobilité. Les enseignants apprécient également la facilité du partage de documentation avec les élèves.

L'académie de Grenoble a reçu 330 tablettes en janvier 2011. Certaines étaient prêtées pour 5 semaines et d'autres données définitivement. Les tablettes étaient des iPads car au début du projet, il n'y en avait pas d'autres commercialisées.

A Puy-en-Velay, deux écoles ont reçu 20 tablettes Samsung en janvier 2011. En classe CLIS⁵, ils ont travaillé la maîtrise de la langue. En cycle trois⁶, ils ont travaillé les sciences et en cycle deux⁷, les mathématiques.

Actuellement, différents établissements testent aussi les tablettes Archos, Acer et PC. D'autres projets du même type se déroulent en Angleterre, au Québec, à Singapour, en Thaïlande ou encore en Turquie.

1.2.2 Les projets de Samsung

En 2012, Samsung a lancé le projet *Samsung Smart School* : des salles de classe entièrement numériques. Samsung fournit à des écoles pilotes des tablettes Galaxy Note 10.1, un tableau interactif et une imprimante sans fil. Trois systèmes sont testés :

1. Interactive Management Solution : l'enseignant peut partager le contenu de sa tablette avec les élèves, un élève peut projeter son travail sur le tableau et l'enseignant peut contrôler les progrès des élèves en temps réel.
2. Learning Management System : l'enseignant peut donner cours à l'aide de livres et d'applications éducatives, et il peut gérer facilement ses horaires.
3. Student Information System : l'enseignant peut observer l'assiduité des élèves, leurs points faibles, l'évolution de leurs résultats, etc.

Voici quelques écoles participant à ce projet :

- The Memphis' Greeter Middle School aux Etats-Unis
- The Leysin Amerin School en Suisse
- The Samsung Electronics Engineering Academy à Nairobi, au Kenya
- Différentes écoles en Corée

Ces informations ont été recueillies sur le site de Samsung [7].

5. Une classe pour l'inclusion scolaire (CLIS) est une classe de primaire ordinaire pouvant accueillir jusqu'à 12 enfants présentant le même type de handicap.

6. Le cycle trois est le « cycle des approfondissements » équivalent aux classes de troisième, quatrième et cinquième primaire belges.

7. Le cycle deux est le « cycle des apprentissages fondamentaux » équivalent à l'école maternelle et aux classes de première et deuxième primaire belges.

1.3 Conclusion

Les projets d'introduction des tablettes dans les écoles secondaires émergent un petit peu partout dans le monde. Apple et Samsung semblent assez présents pour les soutenir et fournir du matériel. Leurs tablettes ne sont cependant pas les seules à être testées ; quelques écoles françaises utilisent les tablettes Archos, Acer et PC.

En Belgique, les projets sont encore très récents mais les mathématiques ne sont pas en reste. Les enseignants en mathématiques des trois écoles pilotes semblent motivés et répondent facilement à nos questions. Les ministres de l'enseignement montrent leur soutien aux projets belges, que ce soit pour financer les tablettes, former les enseignants ou pour les sensibiliser au numérique. Pour l'année scolaire 2013-2014, 25 projets « École numérique » ont été retenus pour le secondaire ordinaire et parmi eux, 10 font appel aux tablettes. Ces dernières semblent donc bien parties pour se répandre dans nos écoles et les mathématiques seront bien placées pour en profiter.

Chapitre 2

Familiarisation avec les tablettes

Pour nous familiariser avec les tablettes, nous allons commencer par une brève comparaison entre l'iPad d'Apple et la Galaxy Tab de Samsung. Ensuite, nous rechercherons les applications et les manuels déjà disponibles en ligne. Cela nous permettra de savoir ce qui existe et ce qu'on peut déjà faire dans un cours de maths, mais aussi ce qui manque. Pour cette recherche, nous nous baserons sur les descriptions des applications données par deux magasins d'applications : l'App Store pour l'iPad et Google Play pour la Galaxy Tab. Enfin, nous chercherons quelques solutions pour diffuser le contenu d'une tablette, afin que l'enseignant et ses élèves puissent facilement partager leur travail.

Les applications et manuels proposés dans ce chapitre étaient disponibles en ligne le 12 mars 2013¹.

2.1 Deux tablettes répandues

2.1.1 L'iPad

L'iPad est une tablette tactile fabriquée par Apple. Elle utilise le système d'exploitation iOS et est commercialisée depuis 2010. L'iPad de quatrième génération a un écran de 9.7" et une capacité de 16, 32, 64 ou 128 Go. Elle peut être connectée à Bluetooth ou à un réseau wifi et pèse environ 655g. Cette tablette est celle que nous utiliserons pour nos expérimentations des chapitres 4 et 5.

2.1.2 La Galaxy Tab

La Galaxy Tab est une tablette tactile fabriquée par Samsung. Elle utilise le système d'exploitation Android et est commercialisée depuis 2011. Le modèle 10.1 a un écran de 10.1". Sa capacité de stockage est de 16, 32 ou 64 Go et elle peut être augmentée à l'aide d'une carte MicroSD. La tablette possède un port USB et peut se connecter à Bluetooth ou à un réseau wifi. Son poids est d'environ 510g.

1. Excepté *Geogebra*, qui n'est disponible que depuis septembre 2013.

2.2 Quelques applications

2.2.1 Pour l'iPad

Sur l'App Store, il existe déjà des centaines d'applications liées aux mathématiques. La plupart d'entre elles sont des calculatrices plus ou moins évoluées et très peu d'applications sont disponibles en français. C'est pourquoi quelques professeurs, conseillers pédagogiques ou amateurs ont mis en ligne des listes qui, à leurs yeux, contiennent des applications indispensables pour enseigner à l'aide des tablettes. Nous allons faire un petit récapitulatif de ces listes, en ajoutant quelques applications issues de nos propres recherches et en mentionnant le prix et la langue dans laquelle les applications existent.

Intéressons-nous tout d'abord aux applications utiles pour l'enseignement des mathématiques.

Nom	Description	Prix	Langue	Source
Algebra Touch	Résolution d'exercices de base en algèbre.	1,79 €	Français	Recherche personnelle
Apprenti Géomètre	Le CREM recherche actuellement des informaticiens pour créer cette application de géométrie dynamique.	/	/	Recherche personnelle
Calcul	Calculatrice très évoluée.	1,79 €	Français	Référencée [17]
Chance Lab	Laboratoire électronique d'exploitation de la probabilité.	0,89 €	Français	Recherche personnelle
FlashTo PassLite	Pour maîtriser les faits mathématiques de base de l'école primaire.	gratuit	Français	Référencée [4]
Fracsolve	Pour travailler les fractions.	0,89 €	Français	Référencée [4]
Geoboard	Logiciel de dessin géométrique.	1,79 €	Anglais	Référencée [17]
Geogebra	Logiciel de géométrie dynamique.	gratuit	Français	Recherche personnelle
Geometry Pad	Pour apprendre la géométrie et comprendre ses concepts clés par la pratique.	gratuit	Français	Recherche personnelle
Mathination	Pour résoudre des exercices d'algèbre, étape par étape.	4,49 €	Anglais	Référencée [17] [12]
Numbers	Tableur performant, équivalent d'Excel sur PC.	8,99 €	Français	Référencée [4]
PCalc Lite Calculator	Calculatrice proposant des fonctionnalités de calcul avancées et un module de conversion d'unités scientifiques.	gratuit	Anglais	Référencée [27] [12]
PocketCAS lite	Calculatrice scientifique capable d'étudier des fonctions.	gratuit	Anglais	Référencée [4]

Nom	Description	Prix	Langue	Source
Quick Graph	Calculatrice scientifique permettant l'affichage de graphiques en 2D et 3D.	gratuit	Français	Référencée [27] [12]
TI Nspire (CAS)	Développée par Texas Instrument : calculatrice scientifique et graphique très évoluée, proposant également un tableur et des outils statistiques.	26.99 €	Français	Recherche personnelle

Pour certains domaines des mathématiques du secondaire, nous n'avons pas trouvé d'application en français à but didactique. Par exemple :

- l'analyse combinatoire,
- le calcul différentiel,
- le calcul matriciel,
- les équations et inéquations,
- les nombres complexes,
- la géométrie dans l'espace,
- la théorie des nombres,
- la trigonométrie.

A présent, intéressons-nous aux applications utiles à l'élève en général.

Nom	Description	Prix	Langue	Source
Adobe Reader	Lecture de documents PDF.	gratuit	Français	Référencée [4]
Evernote	Carnet de notes numérique.	gratuit	Français	Référencée [4]
iBooks	Lecteur de livres électroniques et de documents PDF, permettant de surligner et d'annoter.	gratuit	Français	Référencée [4]
Notability	Écriture manuscrite, annotation de PDF, saisie de texte et enregistrement vocal.	2,99 €	Français	Recherche personnelle
Pages	Traitement de texte, équivalent de Word sur PC.	8,99 €	Français	Référencée [4]
Puffin Web Browser	Interface de navigation sur le web permettant de lire les flashs.	2,69 €	Français	Recherche personnelle
Wikipanion	Interface de navigation dans Wikipédia.	gratuit	Français	Référencée [4]

Avec ce type d'applications, l'élève aurait toujours ses documents sous la main, sans avoir besoin de transporter de lourds manuels. De plus, il aurait accès à de nombreuses ressources auparavant inaccessibles grâce à internet, aux documents PDF partagés par les professeurs, à de petites vidéos ou séquences audio, etc.

Intéressons-nous finalement aux applications utiles à l'enseignant en général.

Nom	Description	Prix	Langue	Source
Appstart	Pour bien débiter avec l'iPad.	gratuit	Anglais	Référencée [4]
Carnet de classe XL	Gestion des résultats des élèves.	4,49 €	Anglais	Recherche personnelle
iBooks	Lecteur de livres électroniques et de documents PDF, permettant de surligner et d'annoter.	gratuit	Français	Référencée [4]
Insight Teacher's Assistant	Contrôle des ordinateurs de la classe connectés en réseau.	gratuit	Anglais	Référencée [27]
Moodboard Lite	Mise en page originale d'images et de photos.	gratuit	Anglais	Référencée [27]
Notability	Écriture manuscrite, annotation de PDF, saisie de texte et enregistrement vocal.	2,99 €	Français	Recherche personnelle
Note Hub	Créer des projets avec notes, dessins, liste de tâches, navigateurs web, cartes,...	gratuit	Anglais	Référencée [4]
Numbers	Tableur performant, équivalent d'Excel sur PC.	8,99 €	Français	Référencée [4]
Pages	Traitement de texte, équivalent de Word sur PC.	8,99 €	Français	Référencée [4]
Party Timer	Minuterie sur tous les iPads connectés à une plateforme hôte.	8,99 €	Français	Référencée [4]
Quickoffice Pro HD	Créer, afficher, modifier... des fichiers Microsoft Office.	8,99 €	Français	Recherche personnelle

On imagine aisément que ces applications pourraient faciliter la vie de l'enseignant : gestion des résultats des élèves, contrôle des iPads de la classe, préparation de cours sur la tablette, etc.

2.2.2 Pour la Galaxy Tab

Sur Google Play, il existe aussi des centaines d'applications liées aux mathématiques. À nouveau, la plupart d'entre elles ne sont ni à but pédagogique, ni disponibles en français. N'ayant pas trouvé de liste d'applications créée par des professionnels, nous vous proposons ici une liste issue exclusivement de nos propres recherches. Dans nos tableaux, la colonne « Source » est remplacée par la note moyenne que les utilisateurs ont attribuée aux applications sur Google Play, en mars 2013. À moins de les télécharger, il n'est pas toujours facile de savoir dans quelle(s) langue(s) ces dernières sont disponibles. La colonne **Langue** des tableaux est donc lacunaire.

Pour commencer, intéressons-nous aux applications nécessaires à l'enseignement des mathématiques.

Nom	Description	Prix	Langue	Cote
Apprenti Géomètre	Le CREM recherche actuellement des informaticiens pour créer cette application de géométrie dynamique.	/	/	/
Calculatrice++	Calculatrice scientifique et graphique.	gratuit	Anglais	4,6/5
CNC trigonométries	Calcul trigonométrique et formules de Pythagore.	2,84 €	Français	4,6/5
Differentiation	Calcul différentiel pour trouver les extrema de fonctions cubiques.	gratuit	-	4,0/5
Geometry Pad	Pour apprendre la géométrie et comprendre ses concepts clés par la pratique.	gratuit	Français	4,5/5
Geogebra	Logiciel de géométrie dynamique.	gratuit	Français	4,4/5
Graphing Calculator MathPac+	Calculatrice scientifique et graphique, permettant de faire des statistiques.	11,59 €	Anglais	4,6/5
Math Algebra Solver Calculator	Solveur de problèmes d'algèbre avec réponses détaillées.	0,76 €	Anglais	4,3/5
Math Formules de Référence	Collection de formules mathématiques importantes.	1,99 €	Français	4,8/5
MathStudio	Calculatrice très puissante, similaire à une Texas Instrument.	15,99 €	Anglais	4,5/5
Matrix Calculator	Addition, multiplication, inversion,... de matrices.	gratuit	Anglais	3,6/5
QuickStat	Calcul de moyenne et variance, histogrammes, loi normale,...	gratuit	Anglais	4,2/5
StatCalc	Statistiques sur une série de valeurs.	0,99 €	Anglais	4,0/5

Pour certains domaines des mathématiques du secondaire, nous n'avons pas trouvé d'application en français à but didactique. Par exemple :

- l'analyse combinatoire et les probabilités,
- les équations et inéquations,
- les fractions,
- les nombres complexes,
- la géométrie dans l'espace,
- les probabilités,
- la théorie des nombres.

A présent, intéressons-nous aux applications utiles à l'élève en général.

Nom	Description	Prix	Langue	Cote
Adobe Reader	Affichage et partage de documents PDF.	gratuit	Français	4,4/5
Wapedia	Accès rapide aux articles de Wikipédia.	gratuit	Français	4,5/5
Writepad stylus	Logiciel de reconnaissance d'écriture manuscrite.	0,69 €	Anglais	3,8/5
Puffin Web Browser	Interface de navigation sur le web permettant de lire les flashs.	2,44 €	Français	3,9/5
Quickoffice Pro	Création, modification et partage de fichiers Microsoft Office. NB : Une application gratuite liée à Microsoft Office est installée par défaut.	4,71 €	Français	3,5/5

Nous pouvons tirer le même type de conclusion que pour l'iPad : avec de telles applications, l'élève a accès à beaucoup de ressources qui ne pèsent rien. En ce qui concerne les applications utiles à l'enseignant, il n'y en a qu'une qui ait attiré notre attention :

Nom	Description	Prix	Langue	Cote
Aide Enseignant Pro	Gestion des présences et des notes.	6,99 €	Français	4,6/5

2.2.3 Comparaison des deux tablettes

Nous avons remarqué que certains domaines des mathématiques n'étaient pas visés par les applications listées précédemment. Ces domaines ne sont cependant pas les mêmes pour les deux tablettes. Le tableau suivant synthétise ces remarques.

Thème des applications à but pédagogique	iPad	Galaxy Tab
Algèbre	Disponible en français	Disponible en anglais
Analyse combinatoire	Indisponible	Indisponible
Calcul différentiel	Indisponible	Disponible
Calcul matriciel	Indisponible	Disponible en anglais
Calculatrice scientifique	Disponible en français	Disponible en français
Equations et inéquations	Indisponible	Indisponible
Fractions	Disponible en français	Indisponible
Géométrie en 2D	Disponible en français	Disponible en français
Géométrie en 3D	Indisponible	Indisponible
Nombres complexes	Indisponible	Indisponible

Thème des applications à but pédagogique	iPad	Galaxy Tab
Probabilités	Disponible en français	Indisponible
Statistiques	Disponible en français	Disponible en français
Tableur	Disponible en français	Disponible en français
Théorie des nombres	Indisponible	Indisponible
Trigonométrie	Indisponible	Disponible en français

Pour l'élève en général, voici notre récapitulatif :

Outils	iPad	Galaxy Tab
Lecteur de PDF	Disponible en français	Disponible en anglais
Prise de note	Disponible en français	Disponible en anglais
Lecteur de Flash	Disponible en français	Disponible en français
Traitement de texte	Disponible en français	Disponible en français (installé par défaut)
Recherches Wikipédia	Disponible en français	Disponible en français
Lié à Microsoft Office	Disponible en français	Disponible en français (installé par défaut)

Enfin, pour l'enseignant :

Outils	iPad	Galaxy Tab
Pour débiter avec la tablette	Disponible en anglais	Indisponible
Lecteur de documents	Disponible en français	Disponible en français
Contrôle de la classe	Disponible en anglais	Indisponible
Gestion de la classe	Disponible en anglais	Disponible en français

2.2.4 Remarque

Il n'est pas évident de trouver une application pertinente pour faire des mathématiques ; elles sont souvent centrées sur un domaine particulier, ne proposent pas toujours beaucoup de variété dans les exercices, n'existent pas toujours dans la langue voulue, etc. Quand nous construirons une leçon dans le chapitre 3, nous travaillerons avec l'application TI-Nspire CAS. Notre travail durera environ 1 an et demi et, entre janvier 2013 et avril 2014, cette application sera mise à jour huit fois. Ce n'est guère surprenant car les tablettes sont encore jeunes et les nouveautés sont nombreuses et régulières. Il est intéressant de les vérifier de temps à autre car non seulement les applications que l'on connaît sont fréquemment mises à jour (ce qui, d'ailleurs, entraîne parfois des bugs techniques), mais on en trouve souvent de nouvelles, parfois meilleures ou moins chères.

2.3 Quelques applications gratuites

Jusqu'à présent, nous avons établi des listes d'applications liées aux mathématiques, sans tenir compte de leur coût. Puisqu'il en existe des gratuites, pas toujours avec un objectif pédagogique mais permettant de s'entraîner ou d'avoir des exemples d'applications de formules, nous allons en établir une courte liste. Cette dernière reprend bien sûr quelques éléments de la section 2.2.

2.3.1 Pour l'iPad

Sur un iPad, on peut...	en...	à l'aide de...
Revoir ses formules	Anglais	Formulus HD permet de revoir les formules d'algèbre, géométrie, dérivées, matrices, trigonométrie et calcul vectoriel.
Apprendre et s'entraîner aux fractions	Anglais	FractionCalc permet de représenter une fraction sur un camembert, faire des opérations sur les fractions et les convertir en nombres décimaux.
	Anglais	Fraction permet de résoudre 5 séries d'exercices de réduction, addition et multiplication de fractions.
Faire de la géométrie	Français	Geodyn permet de : • tracer des figures, droites, angles, etc, • effectuer des symétries, rotations, etc, • tracer des fonctions, • mesurer des objets à l'aide d'une latte, d'un rapporteur ou d'un compas.
	Français	Geogebra est un logiciel de géométrie dynamique.
	Français	GeometryPad permet de : • tracer des figures géométriques (cercles, triangles, polygones), • calculer leurs aires, périmètres, longueurs des côtés, coordonnées des sommets, angles, etc, • tracer les hauteurs, médiatrices, médianes, bissectrices, rayons, cordes, segments, etc.
	Anglais	iCross Lite permet de : • voir et faire bouger des solides (cube, icosaèdre, dodécaèdre tronqué, pyramide à base carré, prisme pentagonal, antiprisme pentagonal, octaèdre TRIAKI), • tracer un plan passant par 3 points et découpant le solide, • séparer le solide en deux, suivant ce plan.

Sur un iPad, on peut...	en...	à l'aide de...
Réviser et s'entraîner	Français	Boss 'T' Math développe des applications permettant de revoir quelques notions de maths et de s'entraîner sur ces notions. Par exemple : • les produits remarquables, • les racines carrées, • la factorisation, • le théorème de Pythagore, • les fonctions linéaires et affines,
	Anglais	Math !!! permet de s'entraîner dans différents domaines dont : • les équations et inéquations, • l'arithmétique, • les fractions, pourcentages et proportions, • la géométrie, • la théorie des nombres, • la trigonométrie et Pythagore.
	Anglais	Quad Form trouve les racines et le discriminant des équations du type $ax^2 + bx + c = 0$.
	Anglais	FX Math Solver permet de résoudre des exercices et d'analyser les réponses étape par étape, sur les thèmes suivants : • l'algèbre, • les équations, • les graphiques (dont les coniques), • les dérivées et les intégrales.
Tracer et analyser des fonctions	Français	Quick Graph permet de tracer des fonctions et de les comparer, en 2D et en 3D. La bibliothèque de l'application contient plusieurs exemples : • parabole, • ellipse, • inégalités, • équations implicites.
	Anglais	PocketCAS permet de tracer des fonctions et des surfaces en 3D.

Gratuitement, on peut déjà faire beaucoup de choses sur un iPad mais il est difficile de travailler sur

- les suites,
- les points de percée,
- les probabilités,
- l'analyse combinatoire.

Si nous ne regardons que les applications disponibles en français, nous ne pouvons plus travailler sur les fractions ni réviser nos formules.

2.3.2 Pour la Galaxy Tab

Sur une Galaxy Tab, on peut...	en...	à l'aide de...
Revoir ses formules	Anglais	Math permet de revoir ses formules de : • algèbre, • analyse, • géométrie, • statistiques.
	Anglais	Area and Volume formulas permet de revoir les formules de calcul de périmètre et d'aire de 20 objets géométriques, en 2D et 3D.
	Anglais	Trigonométrie guide complet permet de revoir différentes formules de trigonométrie comme les formules de Pythagore dans le triangle, les dérivées et les intégrales des fonctions trigonométriques, les valeurs remarquables,...
	Anglais	Table des intégrales permet de revoir toutes ses formules d'intégration.
	Anglais	Derivative and integral rules permet de • revoir ses formules de dérivées et intégrales, • revoir leur application au calcul d'aire, coordonnées polaires, etc, • revoir leur application aux développements en série.
Faire de la géométrie	Français	Geogebra est un logiciel de géométrie dynamique.
	Français	Geometry Pad permet de • tracer des figures géométriques (cercles, triangles, polygones), • calculer leurs aires, périmètres, longueurs des côtés, coordonnées des sommets, angles, etc, • tracer les hauteurs, médiatrices, médianes, bissectrices, rayons, cordes, segments, etc.
	Français	Pocket Geometry AD permet de calculer le périmètre, l'aire ou le volume de carrés, rectangles, cercles, triangles, parallélogrammes, trapèzes, cônes, pyramides, sphères, cylindres, cubes ou parallélépipèdes rectangles.
	Anglais	Volume and Surface Area permet de calculer le volume et l'aire de différents objets géométriques, en 2D et 3D.

Sur une Galaxy Tab, on peut...	en...	à l'aide de...
Trouver des exemples	Anglais	Suite géométrique permet de calculer les termes d'une suite géométrique dont on choisit le premier élément, la raison et le nombre de termes.
	Anglais	Georg Kiefer a créé tout un tas de petites calculatrices très spécifiques permettant, par exemple, de calculer : • des PPCM et PGCD, • l'inverse et le déterminant d'une matrice, • la factorisation d'une expression, • l'intégrale d'un polynôme, • les coordonnées polaires, • la décomposition en facteurs premiers.
Faire des statistiques descriptives	Anglais	QuickStat permet de • entrer une série statistique, • calculer ses moyenne, variance, minimum, maximum,... et tracer son histogramme, • analyser les distributions gaussiennes.
Réviser et s'entraîner	Anglais	Des dizaines de solveurs existent pour • résoudre des systèmes d'équations à 1,2 ou 3 inconnues, du premier au quatrième degré, • calculer l'inverse d'une matrice, son déterminant, le produit de 2 matrices, etc.
	-	Differentiation donne les extrema de fonctions cubiques.
	Anglais	Maître d'algèbre Lite permet de réviser à l'aide de tutoriels, s'entraîner et faire des tests (210 questions différentes dans la version gratuite). Les thèmes abordés sont : • les nombres (réels, entiers, négatifs,...), • les propriétés des opérations, • les monômes, polynômes et la factorisation, • les inégalités et les valeurs absolues.
	Anglais	Mathlab graphing calculator est une calculatrice scientifique qui résout les fractions et les équations, qui factorise, gère les matrices, trace des fonctions et donne leur table $(x, f(x))$.
Tracer et analyser des fonctions	Anglais	Grapher permet de tracer des fonctions (sin, racine, fractions, log,...) sur un même graphe, avec 11 couleurs différentes.
	Anglais	Calculatrice graphique permet de tracer des fonctions, avec un peu plus d'options que Grapher .

Sur une Galaxy Tab, on peut...	en...	à l'aide de...
	Anglais	Calculatrice dérivée permet de calculer les dérivées n-ièmes d'une fonction choisie.
	Anglais	Function plot permet de tracer des fonctions et calculer leurs extrema, racines, intersections avec l'axe Oy et asymptotes.

Sur une Galaxy Tab, il est également possible de faire beaucoup de choses gratuitement. Il est cependant difficile de travailler sur

- les coniques,
- les suites arithmétiques,
- l'analyse combinatoire,
- les probabilités,
- les points de percée.

Si nous ne regardons que les applications disponibles en français, nous ne pouvons plus faire que de la géométrie.

2.3.3 Conclusion

Les deux tablettes permettent de travailler gratuitement dans de nombreux domaines des mathématiques, mais rarement dans un but pédagogique. En effet, certaines applications illustrent simplement des concepts ou calculent directement des résultats, mais très peu proposent des rappels, des exercices et des tests. La plupart des applications sont très ciblées et ne permettent pas de faire des liens entre les différents domaines. De plus, la majorité des applications ne sont pas disponibles en français ; les élèves de cinquième ou sixième secondaire peuvent se débrouiller en anglais, mais les plus jeunes risquent de ne pas pouvoir profiter de ces applications.

La plupart des domaines des mathématiques sont pris en charge par une application gratuite. Cependant, que ce soit sur iPad ou sur Galaxy Tab, on ne peut pas travailler sur les suites arithmétiques, les points de percée, les probabilités et l'analyse combinatoire.

2.4 Quelques manuels

Il existe quatre types de manuels numériques, classés du moins interactif au plus interactif :

1. les livres homothétiques, identiques aux livres papiers mais en version PDF, ePub, etc ;
2. les livres enrichis, remplis de liens hypertextes, de sons, de vidéos, etc ;
3. les livres enrichis interactifs, réagissant au bruit, au souffle, etc ;
4. les livres nativement numériques, créés directement en version numérique.

Quelques grandes maisons d'édition, comme *de boeck* et *Van In*, se lancent dans l'édition numérique mais elles ne sont pas seules. En effet, quelques sociétés de web design ou de jeux créent des livres nativement numériques, très différents de ce qui existe sur papier.

Les maisons d'édition belges commencent à peine à produire du numérique. Ce qu'elles y voient surtout d'intéressant, c'est la diminution du poids des manuels. Elles veulent donc créer des livres enrichis et pas des livres nativement numériques proposant un changement de pédagogie².

2.4.1 Pour l'iPad

En mars 2013, les seuls manuels en français disponibles sur l'App Store étaient les **Sésa math**, du tome 3 au tome 6. Ils sont téléchargeables gratuitement. Attention, nous parlons bien de manuels ; bien qu'ils se téléchargent sous forme d'applications, ces manuels s'utilisent comme des livres à lire et pas vraiment comme des outils interactifs : ce sont des livres homothétiques.

Apple propose cependant l'application **iBooks** (déjà mentionnée à la section 2.2.1). Celle-ci permet de lire et annoter des livres numériques ou des PDF. Elle est gratuite et permet aussi de naviguer dans l'**iBookStore**, une librairie contenant des centaines de documents. Par exemple :

– pour inspirer l'enseignant :

1. *Les maths pour les nuls*, J.-L. Boursin, éditions First, 2011, 15.99 €
Pour utiliser concrètement des mathématiques élémentaires.
2. *301 énigmes mathématiques*, M. Berrondo-Agrell, éditions Eyrolles, 2011, 13.99 €
Enigmes mathématiques racontant une histoire et permettant de se divertir.
3. *Les divagations mathématiques de Ian Stewart*, I. Stewart, éditions Dunod, 2011, 12.99 €
Explorations mathématiques, voyages dans le temps et comportements bizarres d'objets familiers.

2. Propos de Mme Françoise Chatelain, chargée de mission au Service général du Pilotage du Système éducatif, recueillis à la formation du C.A.F. *Le numérique dans nos classe*.

– pour que l’élève puisse réviser et s’entraîner :

1. *100% Exos Maths 1S*, F. Barache *et al.*, éditions Hatier, 2011, 9.49 €
Fiches de cours - Exercices - Sujets de contrôles - Corrigés
2. Depuis la rentrée 2012, les éditions **Maxicours** proposent plusieurs petits livres d’une trentaine de pages, sur des thèmes précis, pour 2.99 € par pièce. Ces livres permettent de réviser le thème, faire des exercices, voir leur correction (parfois en vidéo) et faire des exercices plus complexes pour maîtriser parfaitement le sujet. Les thèmes proposés sont entre autres :
 - Notions de probabilités
 - Mise en équation ou en système d’équations d’un problème
 - Représentation graphique d’une fonction
 - Statistiques : effectifs, moyenne, fréquences, diagrammes, étendue, médiane et quartiles
 - Angles inscrits et angles au centre
 - Factorisation d’une expression
 - Trigonométrie dans le triangle rectangle
 - Équations du premier degré à une inconnue
 - Racines carrées
 - Polygones réguliers

2.4.2 Pour la Galaxy Tab

En mars 2013, seuls les manuels **Sésa Math** pour la 3^e et la 4^e étaient disponibles en français sur Google Play. Ces manuels sont gratuits et cotés à 5/5.

Pour naviguer dans la librairie Google Books, charger des PDF publics, scanner un code barre, etc, il faut l’application gratuite **My Library**, cotée à 4,3/5. Sur Google Books, certains livres ne sont pas entièrement disponibles ; seules certaines pages sont numérisées. Parmi ces extraits, on retrouve quelques pages de :

1. *Espace Math* - 2^e (2004), 3^e (2005) et 5^e/6^e (2006)
A. Adam *et al.*
2. *CQFD* - 3^e (2010), 5^e (2010)
F. Van Dieren, P. Sartiaux - A. Van Eerdenbrugghe, A. Bousson
3. *Cracks en maths* - 2^e (Guide méthodologique : 2007), 3^e (Manuel d’apprentissage : 2009), 4^e (Guide méthodologique et corrigés : 2009)
S. Van Lint *et al.*

2.4.3 Pour n’importe quelle tablette

Les éditions *Plantyn* proposent depuis peu les manuels **Delta** pour les deux premiers degrés du secondaire. La grande différence avec les livres listés précédemment est que ces manuels ne se téléchargent pas uniquement via un magasin d’applications propre à la tablette mais bien via le site de *Plantyn*. De cette manière, une simple connexion à internet suffit pour obtenir le manuel, sur n’importe quelle tablette mais aussi sur ordinateur. Cette diversité des supports est un véritable atout : on peut travailler avec le matériel qu’on veut.

Une autre différence à noter est que les manuels numériques sont complémentaires aux manuels en version papier. On ne parle plus de livres homothétiques mais bien de manuels enrichis. En effet, élèves et professeurs ont un manuel en papier mais les enseignants ont aussi accès au « kit du prof », contenant un manuel en version numérique, enrichi de vidéos, commentaires audio, liens hypertextes, etc. L'enseignant peut compléter ce dernier avec ses propres notes, vidéos, figures, commentaires audio ou autres. Pour finir, il dispose d'aides méthodologiques, d'évaluations toutes prêtes, de corrigés et autres contenus supplémentaires. Ce kit coûte 75€ et est mis à jour au moins une fois par an. Les élèves ont uniquement accès au manuel numérique, gratuitement et pendant un an³.

Le manuel numérique est accessible en ligne ou hors ligne. En ligne, il peut être consulté et modifié depuis n'importe quelle tablette ou n'importe quel ordinateur. Hors ligne, il faut utiliser un logiciel particulier pour le consulter ou le modifier. Pour les ordinateurs, le logiciel est disponible en ligne. Pour les tablettes, il faut le télécharger via un magasin d'applications. Une fois que l'enseignant a fait ses ajouts dans le manuel, il lui suffit de se connecter à un internet pour le mettre à jour et pour pouvoir ouvrir la dernière version du manuel sur n'importe quel appareil.

Nous avons pu tester l'outil de modification du manuel en ligne en août 2013, avec un ordinateur et un iPad. Cela s'est avéré être un travail très agréable car les nombreuses icônes rendent la tâche facile et intuitive. Bien que l'interface soit la même sur les deux appareils, nous avons préféré travailler sur tablette. Cette dernière permettant facilement de zoomer, déplacer des objets, passer d'un affichage portrait à un affichage paysage,... nous étions poussées à la créativité et pensions à ajouter des petites choses par-ci par-là dans le manuel. La mobilité de la tablette est un confort supplémentaire.

Les manuels **Delta** sont des livres enrichis, pas de simples livres homothétiques. Avec eux, les éditions *Plantyn* souhaitent « *faire passer l'apprentissage des mathématiques dans l'ère 2.0* ». Grâce à nos essais, nous avons constaté que le numérique leur apportait véritablement quelque chose. Les mathématiques sont plus « vivantes », plus proches de nous grâce aux petites vidéos ou commentaires mettant immédiatement la théorie en application. Par contre, les manuels numériques ne sont disponibles qu'un an. Si l'abonnement n'est pas renouvelé, le travail du professeur pour enrichir son manuel est perdu en fin d'année et l'élève ne garde qu'une version papier comme archive de son cours.

Les manuels de *Plantyn* font partie des premiers livres numériques adaptés au programme belge mais, puisqu'ils sont téléchargeables via un site internet, leur utilisation ne nécessite pas forcément une tablette tactile. Ce type de livre est donc aussi accessible aux enseignants adeptes du PC ou du MAC qu'à ceux souhaitant utiliser les tablettes. Lors du 39^e congrès de la SBPMef⁴, nous avons rencontré plusieurs éditeurs proposant des manuels du même type. Par exemple :

3. Ces informations sont issues d'une brochure pédagogique de Plantyn, publiée pour promouvoir leurs nouveaux manuels.

4. Ce congrès de la Société Belges des Professeurs de Mathématique d'Expression Française a eu lieu les 26, 27 et 28 août 2013 à Auderghem

- Les éditions *de boeck* sortiront prochainement une application permettant de consulter ou modifier les manuels **CQFD**, en ligne ou hors ligne, depuis n'importe quelle tablette. A cela s'ajoutera l'application **Mathex** proposant 8000 exercices pour les premières années. Cette dernière sera réservée aux iPad et coûtera 7€.
- Les éditions *Van In* ont créé un manuel numérique pour l'**Actimath à l'infini**, uniquement accessible pour les professeurs prouvant qu'ils l'utilisent en classe. Les élèves n'ont accès qu'à quelques suppléments comme les podcasts, mais ils n'ont pas de manuel numérique. Le logiciel permettant de modifier les manuels depuis une tablette n'est pas encore au point mais il se peut qu'une application pour iPad soit disponible pour l'année scolaire 2014-2015.

2.4.4 Conclusions

Les deux tablettes peuvent facilement se connecter à d'immenses librairies de livres numériques. Cependant, la plupart de ces livres sont des livres homothétiques ; ils ne sont pas spécifiques à la tablette et ne permettent pas vraiment de profiter de son interactivité. C'est pourquoi plusieurs éditeurs se lancent dans la création de manuels enrichis. Peu d'entre eux sont uniquement destinés aux tablettes et ils seront probablement plus utiles à l'enseignant qu'aux élèves, mais ils rendent les mathématiques plus proches de notre quotidien et apportent une nouvelle dynamique au cours de maths.

2.5 Quelques moyens de diffusion

La tablette tactile étant un outil sans fil et parfois sans port USB, des questions sur le partage de son contenu se posent rapidement. Comment ouvrir sur sa tablette des documents créés sur son ordinateur ? Comment projeter l'écran de sa tablette sur grand écran ? Nous allons donner quelques réponses à ces questions grâce à des informations récoltées lors de la formation « Le numérique dans nos classes » mais aussi grâce aux sites internet d'Apple [20], de Samsung [24], de Panasonic [23] et de Splashtop [25].

2.5.1 Pour projeter l'écran de sa tablette

Chez Apple, l'adaptateur « Dock vers VGA » et l'Apple TV permettent de connecter une tablette à un projecteur. L'adaptateur, dont la prise Dock s'appelle Lightning pour les dernières générations, coûte environ 30€. L'Apple TV, fonctionnant avec le wifi et nécessitant un projecteur HDMI, coûte 100€. Pour projeter plusieurs écrans à la fois, il existe l'application **AirServer**, utilisée dans les écoles de Charleroi et Ans, présentées dans le chapitre 1. Elle permet de projeter jusqu'à dix écrans d'iPad sur PC, Mac ou projecteur. Tout comme l'Apple TV, elle nécessite un réseau wifi.

Chez Samsung, le Samsung Galaxy Beam est un smartphone Android disposant d'un projecteur intégré, permettant d'obtenir une image de 127cm à partir de 2m de distance. On peut supposer que cette technologie sera un jour disponible sur les Galaxy Tab, mais ce n'est pas encore le cas. Aujourd'hui, un câble de sortie HDMI permet de transférer l'écran de la tablette vers un téléviseur ou un projecteur ayant

une entrée HDMI. Dans le cas contraire, on peut utiliser un câble TV RCA.

La télévision Panasonic Smart Viera permet de partager le contenu des deux types de tablette, à l'aide d'un réseau wifi. Avec l'application **Télécommande Viera**, disponible gratuitement sur l'App Store et Google Play, on peut diffuser le contenu d'une tablette vers et depuis le téléviseur.

Les applications **Splashtop** peuvent connecter une tablette à un PC, qui peut servir d'intermédiaire entre la tablette et un projecteur. Tout cela se fait via un réseau wifi et à l'aide des applications suivantes :

- **Splashtop Remote Desktop**, 2.69 €, pour contrôler le PC depuis la tablette,
- **Splashtop Whiteboard**, 17.99 €, pour contrôler le PC depuis la tablette ou transformer celle-ci en tableau interactif mobile à l'aide du mode « prise de note »,
- **Splashtop Presenter**, 17.99 €, pour contrôler une présentation PowerPoint ou Keynote (pour iPad uniquement).

2.5.2 Pour accéder aux documents enregistrés sur son ordinateur

Pour les deux tablettes, l'application gratuite **Dropbox** permet d'accéder à 2Go de documents sauvegardés en ligne depuis un PC ou une tablette. **Google Drive** propose le même type de service et offre 5Go de stockage gratuit.

Si vous ne souhaitez pas mettre vos documents en ligne, si votre tablette n'a pas de port USB et si vous n'avez que quelques fichiers à transférer, la solution la plus simple est de vous les envoyer par e-mail.

2.5.3 Conclusion

Plusieurs moyens existent pour projeter l'écran de sa tablette. Certains sont chers, d'autres moins. Certains sont sans fil, d'autres avec. Chacun peut donc trouver la méthode qui lui plaît. Concernant le partage de documents, l'utilisation d'internet semble indispensable. Cependant, comme mentionné à la section 2.1, la Galaxy Tab possède un port USB. Ce dernier permet de travailler avec des disques externes, ce qui est impossible avec un iPad.

Deuxième partie

Ingénierie pour introduire la
trigonométrie en quatrième
secondaire

Chapitre 3

Mise au point d'un scénario de cours

Dans ce chapitre, vous découvrirez une ingénierie visant à introduire les radians, le cercle trigonométrique et les fonctions trigonométriques à l'aide des tablettes. Ce cours est prévu pour des élèves de quatrième secondaire et la première partie s'inspire du travail de M. Emmanuel Ostenne, disponible sur le site de l'IREM de Lille [10]. Notre travail s'est construit autour de l'ingénierie didactique d'Artigue et de la théorie des situations didactiques de Brousseau.

3.1 Cadre théorique

Pour construire notre ingénierie, nous avons suivi le processus présenté par Artigue dans [1], pour lequel elle distingue quatre phases.

La première phase concerne les analyses préalables. Comme le montre la partie I, notre projet s'inscrit dans un mouvement actuel qui expérimente l'installation des tablettes tactiles dans les écoles. Nous avons vu que plusieurs marques proposaient des tablettes tactiles et pour chacune d'elles, des dizaines d'applications liées aux mathématiques étaient disponibles. Les nouvelles technologies étant dans les écoles depuis plusieurs années, nous avons commencé notre travail en nous basant sur un scénario existant : celui d'Emmanuel Ostenne. Ce scénario était prévu pour utiliser des tableurs, via des ordinateurs. Nous l'avons adapté à l'utilisation des tablettes, en choisissant une application proposant un tableur performant. Notre choix s'est porté sur l'application **TI-Nspire** de Texas Instrument, déjà connue de certains élèves et professeurs. L'avantage de cette application est qu'elle est très complète, ce qui nous a permis d'enrichir notre leçon par la suite. Nos analyses préalables se sont complétées par une analyse des programmes de l'enseignement secondaire libre et officiel. Notre ingénierie s'inscrit actuellement dans les programmes de quatrième secondaire, comme le détaillera la fiche de l'enseignant disponible à la section 3.3.

La seconde phase d'Artigue reprend la conception de l'analyse *a priori*. Nous nous sommes inspirées de la théorie des situations didactiques de Brousseau [2] pour construire la séquence. Nous voulions que les élèves travaillent un maximum par eux-mêmes et découvrent plusieurs outils leur permettant d'élaborer certains éléments théoriques. Notre leçon présente donc plusieurs phases *didactiques* durant lesquelles chaque élève travaille seul sur une tablette. Il utilise de nouveaux outils pour construire des objets mathématiques, faire varier leurs paramètres et observer les changements que cela engendre. Grâce à des consignes contenant à la fois des éléments mathématiques et des informations sur la tablette, les élèves sont auto-

nomes et l'enseignant est essentiellement en phase de dévolution. Nous avons ajouté deux phases d'institutionnalisation permettant aux élèves de prendre conscience des savoirs découverts et de ne pas s'en tenir à la manipulation sur la tablette. L'analyse *a priori* complète est détaillée à la section 3.4.

La troisième phase d'Artigue est l'expérimentation. Quand le scénario a été achevé, nous l'avons testé individuellement auprès de diverses personnes, plus ou moins jeunes et plus ou moins douées en mathématiques. Cela nous a permis d'évaluer la durée de la séquence et de découvrir quelques difficultés auxquelles nos élèves pouvaient être confrontés. Après quelques modifications, nous sommes passées à l'expérimentation dans trois classes de quatrième secondaire, comme le détaillera le chapitre 4.

La quatrième et dernière phase d'Artigue est l'analyse *a posteriori*. Nous avons profité des expérimentations en quatrième pour demander l'avis des élèves sur les tablettes via deux questionnaires, distribués avant et après la leçon. Ces questionnaires sont en annexe B et sont analysés à la section 4.2. Grâce à eux et suite à nos observations, nous avons pu retravailler la leçon et l'expérimenter une seconde fois. Nous n'étions plus alors face à des élèves du secondaire mais bien face à des étudiants de l'agrégation, comme le détaillera le chapitre 5.

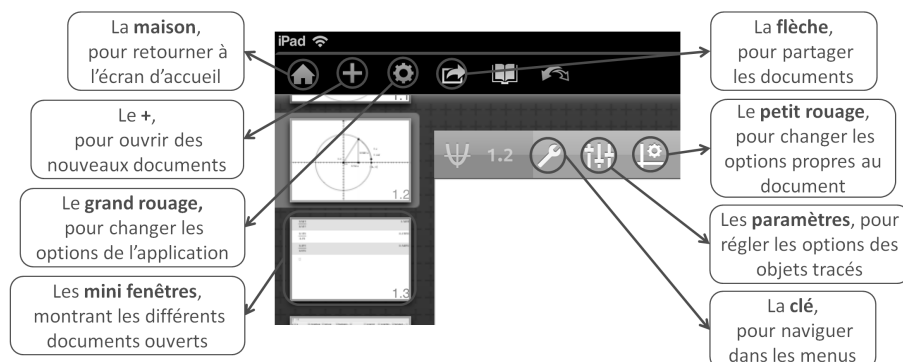
3.2 Première version de la fiche de l'élève

À la page suivante, vous trouverez notre première version du dossier de l'élève. C'est sous cette forme que nous l'avons distribué aux élèves pour le test du scénario détaillé au chapitre 4. Le dossier de l'élève se présente sous forme de questionnaire avec quelques conseils techniques pour bien utiliser la tablette. Les élèves travaillent individuellement sur les tablettes et complètent le dossier pour garder une trace de leur travail.

Les fonctions trigonométriques en quatrième année

Fiche de l'élève

Voici les différentes icônes que tu devras utiliser pour ton travail :



1 Découverte du cercle trigonométrique

Dans l'application TI-Nspire CAS, touche le **+** et ouvre un document **Notes**. Encode ton nom et ton prénom puis touche à nouveau le **+** pour ouvrir un document **Graphiques**.

Dans ce document, tu vas construire un cercle de centre $O = (0,0)$ et de rayon quelconque. Pour cela, touche la **clé**, va dans les menus **Géométrie** puis **Figures** et sélectionne l'outil **Cercle**. Un petit encadré est apparu dans le coin supérieur droit de ta fenêtre :



Tu peux le toucher pour avoir plus d'explications sur l'utilisation de l'outil. Si tu touches la croix, l'outil ne sera plus sélectionné. Pour nommer le point O , touche deux fois ce dernier, lentement, et sélectionne **Etiquette**.

Tu vas maintenant construire un angle au centre et mesurer son amplitude. Pour commencer, tu vas tracer un segment de droite reliant le centre du cercle à un point quelconque du quart supérieur droit du cercle. Pour cela, utilise l'outil **Segment** du menu **Points et droites**. Ensuite, grâce à l'outil **Etiquette**, nomme A le point d'intersection entre le segment et le cercle. Nomme B le point d'intersection entre le cercle et l'axe des réels positifs. Tu as construit l'angle $\widehat{AOB}$. Affiche son amplitude grâce au menu **Mesures**.

Par défaut, l'application exprimait l'amplitude de l'angle avec des unités différentes des degrés. Quelles étaient ces unités ?

.....

Avais-tu déjà rencontré ces unités ? Si oui, que sais-tu sur elles ?

.....

Pour terminer la construction, tu vas tracer et mesurer l'arc de cercle intercepté par l'angle $\widehat{AOB}$. Pour le tracer, utilise l'outil **Arc de cercle** du menu **Points et droites**. Tu devras créer 3 points mais celui du milieu pourrait te gêner. Pour le masquer, va dans **Actions** et utilise l'outil **Afficher/Masquer**.

Quelles difficultés as-tu rencontrées lors de la construction du cercle, de l'angle et de l'arc de cercle ?

.....

.....

.....

.....

As-tu découvert des astuces pour faciliter l'utilisation de l'application TI-Nspire ? Si oui, lesquelles ?

.....

.....

.....

.....

A l'aide de ta construction, réponds aux questions suivantes.

1. En déplaçant le point A , tu feras varier l'amplitude de l'angle. En tirant sur le point B , tu feras varier le rayon du cercle. Complète le tableau suivant.

Rayon	Amplitude de l'angle	Longueur de l'arc de cercle
4 u	50°	
5 u		4.36 u
6 u	40°	
	40°	4.89 u

Pour un angle fixé, comment varie la longueur de l'arc de cercle quand le rayon augmente ?
Quelle formule géométrique pourrait expliquer cette propriété ?

.....

.....

.....

.....

2. À l'aide du **petit rouage**, règle l'application pour que les angles soient mesurés en radians. Complète le tableau suivant.

Rayon	Amplitude de l'angle	Longueur de l'arc de cercle
0.5 unité	0.5 rad	
1 unité	0.5 rad	
2 unités	0.5 rad	
0.5 unité	0.75 rad	
1 unité	0.75 rad	
2 unités	0.75 rad	
0.5 unité	1 rad	
1 unité	1 rad	
2 unités	1 rad	

Quel rayon te semble le plus intéressant ? Pourquoi ?

.....

.....

.....

Quelle est, pour toi, la particularité de l'angle de 1 radian ?

.....

.....

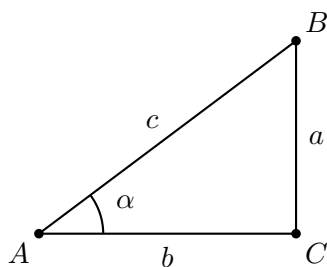
.....

3. Quelle est la valeur en radians d'un angle de 180° ?

4. Fixe le rayon à 1 unité puis complète le tableau suivant avec ce que tu connais déjà.

Mesure de l'angle en degrés	Mesure de l'angle en radians ($=x$)	$\cos(x)$	$\sin(x)$	$\tan(x)$
	1 rad			
45°				
0°				
	$\frac{1}{2}$ rad			
90°				
180°				
	$\frac{\pi}{6}$ rad			
	$\frac{\pi}{3}$ rad			

5. Que valent les nombres trigonométriques de l'angle α dans ce triangle rectangle ?



$\cos(\alpha) =$, $\sin(\alpha) =$, $\tan(\alpha) =$

6. Que te manque-t-il, sur la tablette, pour compléter le tableau de la question 4 ?

.....

.....

.....

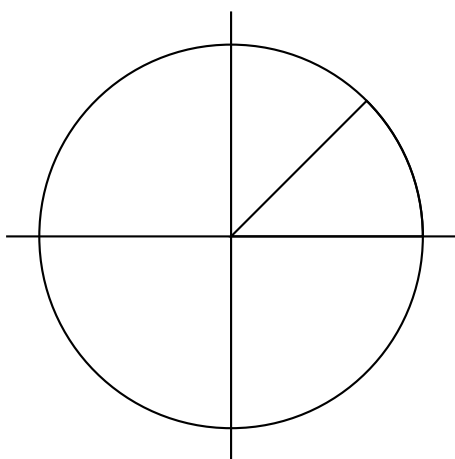
Pour construire un triangle rectangle permettant de calculer les nombres trigonométriques de l'angle $\widehat{AOB}$, va dans **Constructions** et trace la **Perpendiculaire** à l'axe des réels, passant par A . Utilise le menu **Points et droites** pour placer un **Point d'intersection** entre cette perpendiculaire et l'axe des réels. Nomme ce point C . Masque maintenant la perpendiculaire grâce au menu **Actions, Afficher/Masquer**.

Ensuite, trace les **Segments de droite** AC et OC . N'hésite pas à utiliser des couleurs, accessibles avec l'icône **Paramètres**.

Tu as fait apparaître un triangle rectangle AOC . Affiche la longueur de ses côtés grâce au menu **Mesures**.

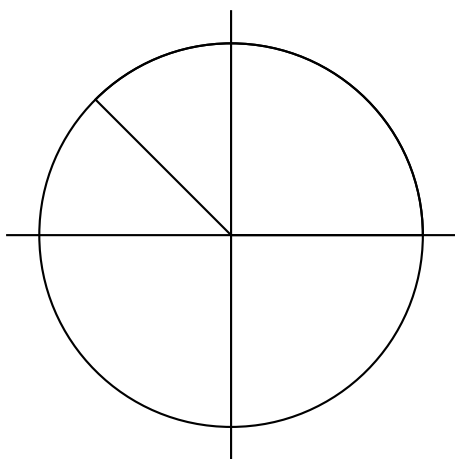
À présent, termine le remplissage du tableau de la question 4.

7. Grâce à tes constructions, tu peux travailler avec des angles au centre dont l'amplitude n'est pas comprise entre 0° et 90° . Certains de ces angles ont un cosinus et/ou un sinus négatif(s). Complète la fin du questionnaire pour découvrir lesquels et vérifie tes réponses de la question 4.



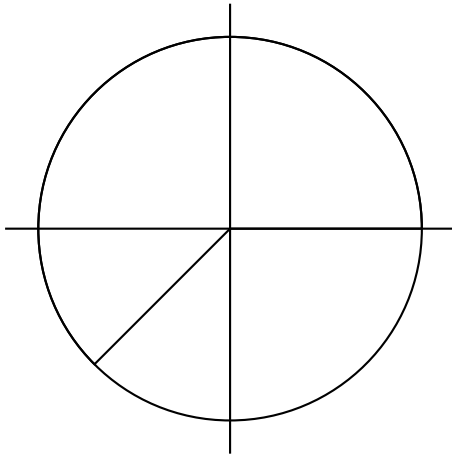
Pour un angle du quadrant,
le cosinus est compris entre et
et le sinus entre et

Remarques :
.....
.....
.....



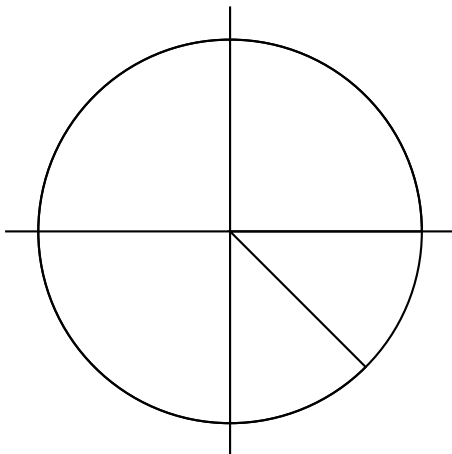
Pour un angle du quadrant,
le cosinus est compris entre et
et le sinus entre et

Remarques :
.....
.....
.....



Pour un angle du quadrant,
le cosinus est compris entre et
et le sinus entre et

Remarques :
.....
.....
.....



Pour un angle du quadrant,
le cosinus est compris entre et
et le sinus entre et

Remarques :
.....
.....
.....

Pour sauvegarder ton travail, touche la **maison** et choisis **Conserver mes changements**. Tu peux utiliser le nom « trigo NOM Prénom ».

2 Étude du cosinus et du sinus d'un angle en radians

Dans le document sauvegardé précédemment, touche le + et ouvre un fichier **Tableur et listes**. En touchant deux fois rapidement les cellules A , B ou C , donne un titre aux 3 premières colonnes du tableur : A) x , B) cosinus et C) sinus. Dans la suite du travail, ces titres seront des noms de **variables**.

À présent, tu vas remplir la colonne x avec les nombres $0, \frac{\pi}{10}, \frac{2\pi}{10}, \dots, \frac{40\pi}{10}$. Pour cela, tape « $= \pi \times 0$ » dans la cellule $A1$ et « $= a1 + \pi \times 0.1$ » dans la cellule $A2$. Pour ne pas compléter les autres cellules une par une, touche la case $A2$ deux fois, lentement, et sélectionne l'outil **Remplir**. Tire sur la flèche bleue allant vers le bas pour sélectionner les cellules à remplir. Touche ensuite la flèche bleue pour activer le remplissage.

La deuxième colonne va contenir les cosinus des angles de la première colonne. Pour qu'elle se complète automatiquement, tape « $\cos(x)$ » dans la cellule juste sous le titre. Il faut appliquer une démarche similaire pour remplir la colonne des sinus.

Dans un nouveau document **Graphiques**, tu vas maintenant construire le nuage de points correspondant au cosinus. Pour cela, touche la **Clé**, va dans **Entrée/Modification graphique** puis sélectionne **Nuage de points**. Pour tes variables, tu devras utiliser les titres donnés aux colonnes du document **Tableur et listes**.

Pour connaître le cosinus de chaque point de l'axe réel, on utilise la fonction $f(x) = \cos(x)$. Trace-la grâce à l'outil **Fonction** du menu **Entrée/Modification graphique**. Dans le même document, construit le nuage de points correspondant au sinus et trace la fonction $f(x) = \sin(x)$. Complète ensuite le tableau suivant.

	Cosinus	Sinus
La valeur de la fonction en $x = 0$		
La valeur de la fonction en $x = \frac{\pi}{2}$		
La valeur de la fonction en $x = \pi$		
La valeur minimale de la fonction		
La valeur maximale de la fonction		
Quatre zéros de la fonction		
Un intervalle sur lequel la fonction croît		
Un intervalle sur lequel la fonction décroît		

À quoi ressemblent les fonctions ? Qu'ont-elles de particulier ?

.....

Qu'ont-elles en commun ?

.....

Qu'est-ce qui les différencie ?

.....

3 Étude de la tangente d'un angle en radians

Grâce au tableau de la question 4, tu connais quelques valeurs de la tangente d'un angle en radians. Dans un nouveau document **Graphiques**, représente la fonction $f(x) = \tan(x)$.

Le tableau ci-dessous est une correction du tableau précédent (pour les trois dernières lignes, plusieurs solutions sont possibles). Complète la dernière colonne.

	Cosinus	Sinus	Tangente
La valeur de la fonction en $x = 0$	1	0	
La valeur de la fonction en $x = \frac{\pi}{2}$	0	1	
La valeur de la fonction en $x = \pi$	-1	0	
La valeur minimale de la fonction	-1	-1	
La valeur maximale de la fonction	1	1	
Quatre zéros de la fonction	$-\pi, 0, \pi, 2\pi$	$-\frac{3}{2}\pi, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi$	
Un intervalle sur lequel la fonction croît	$] \pi, 2\pi[$	$] \frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$	
Un intervalle sur lequel la fonction décroît	$] 0, \pi[$	$] \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}[$	

Quelle est l'allure de la fonction ? Qu'a-t-elle de particulier ?

.....

Que se passe-t-il en $x = \frac{\pi}{2}$? Où cela se produit-il aussi ? Pour t'aider, tu peux placer un point en $(\frac{\pi}{2}, 0)$ et tracer une perpendiculaire à l'axe Ox , passant par ce point. Tu pourras déplacer le point vers la gauche ou la droite pour faire bouger la perpendiculaire.

.....

Qu'ont en commun les fonctions tangente et cosinus ?

.....

Qu'ont en commun les fonctions tangente et sinus ?

.....

Quelle est la principale différence entre la fonction tangente et les deux autres fonctions ?

.....

4 Découverte et démonstration d'une propriété

Dans le document **Tableur et listes**, ajoute deux colonnes permettant de calculer

1. l'inverse du carré du cosinus,
2. le carré de la tangente.

Quelle formule déduis-tu de ces deux colonnes ?

Démontre la formule en justifiant chaque étape.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Pour sauvegarder ton travail sur la tablette, touche la **maison** et choisis **Conserver mes changements**.

3.3 Première version de la fiche du professeur

À la page suivante, vous trouverez notre première version de la fiche du professeur. C'est sous cette forme que nous l'avons distribué aux enseignants pour le test du scénario détaillé au chapitre 4.

Cette fiche contient tout d'abord des informations sur la séance : déroulement de l'activité, objectifs, pré-requis, matériel nécessaire, durée du scénario et trace du travail. Ensuite, elle inscrit le scénario dans les programmes de l'enseignement libre ou officiel. Elle commente également le dossier de l'élève : rôle de l'enseignant, difficultés que les élèves risquent de rencontrer, astuces concernant l'utilisation de la tablette. Enfin, elle donne quelques conseils sur le cours à donner après la séance. La fiche se termine par un prolongement que l'enseignant pourra réaliser s'il le désire : l'étude des angles associés à l'aide de TI-Nspire, utilisant les outils découverts par les élèves pour notre scénario.

Les fonctions trigonométriques en quatrième année

Fiche du professeur

1 Résumé de l'activité

Sur une tablette numérique, l'élève construit un cercle, un angle au centre et l'arc de cercle qu'il intercepte. Grâce à la géométrie dynamique, il fait varier le rayon ou l'angle et découvre les radians. À l'aide des nombres trigonométriques dans le triangle rectangle, il complète un tableau sur le cosinus, le sinus et la tangente d'angles exprimés en degrés ou en radians.

Toujours avec une tablette numérique, l'élève utilise un tableur pour tracer des nuages de points correspondant aux fonctions trigonométriques. Il trace ensuite les fonctions en elles-mêmes et les compare. Pour terminer, il utilise le tableur pour découvrir la formule $\tan^2(x) + 1 = \frac{1}{\cos^2(x)}$ et il la démontre.

2 Informations didactiques sur l'activité

2.1 Objectifs

À l'aide des tablettes numériques :

- réaliser une activité de géométrie dynamique pour
 - découvrir la mesure des angles en radians,
 - découvrir le cercle trigonométrique,
- utiliser un tableur pour
 - construire des tableaux de valeurs,
 - tracer des nuages de points,
- découvrir les fonctions trigonométriques en comparant les graphes du sinus, du cosinus et de la tangente,
- faire des liens entre les différents outils utilisés.

2.2 Pré-requis

- Définition géométrique des nombres trigonométriques d'un angle aigu
- Relations trigonométriques dans le triangle rectangle
- Formule fondamentale $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$
- Valeur approximative du nombre π
- Extrema, racines et croissance d'une fonction

2.3 Matériel nécessaire

- Une tablette numérique par élève
- Un projecteur ou un tableau interactif
- Éventuellement un réseau wifi en classe

2.4 Application nécessaire

TI-Nspire ou TI-Nspire CAS (disponibles sur iPad uniquement)

2.5 Durée approximative

4 séances de 1h

2.6 Trace du travail

L'élève travaille à la fois sur papier et sur tablette. Il est invité à sauvegarder son travail sur la tablette sous le nom « trigo NOM Prénom » et il peut le sauvegarder sur Dropbox ou l'envoyer par e-mail au professeur si un réseau wifi est disponible.

2.7 Liens avec les compétences et les programmes

Ci-dessous sont listées les compétences transversales et terminales liées à la leçon, ainsi que les questions auxquelles elles sont spécifiques. Les compétences sont issues du document « Compétences terminales et savoirs requis en mathématiques pour les humanités générales et technologiques », produit par le Ministère de la Communauté française.

Ensuite viennent les liens avec les programmes de l'enseignement libre et de l'officiel. Pour le libre, nous nous basons sur le « Programme - Mathématiques - Deuxième et troisième degrés des humanités générales et technologiques » produit par l'Enseignement Catholique Secondaire. Pour l'officiel, nous nous basons sur le « Programme d'études du cours de Mathématiques - Deuxième et troisième degrés de l'enseignement secondaire ordinaire de plein exercice, humanités générales et technologiques, enseignement secondaire général et technique de transition ».

2.7.1 Compétences transversales

Question 1 : Découverte du cercle trigonométrique

- S'approprier une situation :
 - Rechercher des informations utiles et exprimées sous différentes formes.
- Traiter, argumenter, raisonner :
 - Choisir une procédure adéquate et la mener à son terme.
- Généraliser, structurer, synthétiser :
 - Formuler des généralisations et en contrôler la validité.
 - Reconnaître une propriété commune à des situations différentes.

Questions 2 et 3 : Étude du cosinus, du sinus et de la tangente d'un angle en radians

- S'approprier une situation :
 - Rechercher des informations utiles et exprimées sous différentes formes.
- Traiter, argumenter, raisonner :
 - Choisir une procédure adéquate et la mener à son terme.
- Généraliser, structurer, synthétiser :
 - Reconnaître une propriété commune à des situations différentes.
 - Étendre une règle, un énoncé ou une propriété à un domaine plus large.

Question 4 : Découverte et démonstration d'une propriété

- Communiquer :
 - Rédiger une démonstration

2.7.2 Compétences terminales en mathématiques

- Connaître les grands théorèmes de la trigonométrie relatifs aux longueurs, aux rapports de longueurs et aux angles (question 1).
- Déterminer une longueur et un angle par une méthode routinière (question 1).
- Effectuer des tracés de figures générales ou de leurs cas particuliers, à l'aide de logiciels, en vue d'éclairer une recherche.
- Connaître les expressions relatives aux fonctions $f(x) = \cos(x)$, $f(x) = \sin(x)$ et $f(x) = \tan(x)$, à leurs extremums, à leur croissance et à leur périodicité (questions 2 et 3).
- Rédiger une démonstration en faisant apparaître les étapes, les liens logiques, les théorèmes utilisés au moyen de phrases complètement formulées (question 4).

2.7.3 Programmes

		Enseignement libre	Enseignement officiel
Question 1 : Découverte du cercle trigonométrique	Contenu / Matière	– Mesures d'angles et d'arcs – Définition du radian – Dans le cercle trigonométrique : • angle orienté • nombres trigonométriques	– Angles et arcs, définition du radian – Cercle trigonométrique, angle orienté – Sinus, cosinus et tangente d'un angle orienté
	Compétences	– Expliciter les savoirs et les procédures : • Sur le cercle trigonométrique, situer le point qui correspond à un angle donné et représenter ses nombres trigonométriques. – Appliquer une procédure : • La mesure du rayon d'un cercle et celle de l'angle au centre étant données, calculer la longueur de l'arc intercepté. • Convertir des mesures d'angles de degré en radian et réciproquement.	– Sur le cercle trigonométrique, situer un angle et représenter ses nombres trigonométriques. – Faire le lien entre les mesures d'un arc et d'un angle (angle au centre). – Utiliser la calculatrice pour déterminer un nombre trigonométrique d'un angle. – Utiliser les fractions usuelles de π et convertir, au moyen de la calculatrice, des mesures d'angles de degré en radian et réciproquement.

		Enseignement libre	Enseignement officiel
Questions 2 et 3 : Étude du cosinus, du sinus et de la tangente d'un angle en radians	Contenu / Matière	– Fonctions trigonométriques : $f(x) = \cos(x)$, $f(x) = \sin(x)$ et $f(x) = \tan(x)$ – Périodicité d'une fonction – Croissance et décroissance d'une fonction sur un intervalle – Extrémums d'une fonction – Racines d'une fonction	– Fonctions usuelles de référence : $f(x) = \cos(x)$ et $f(x) = \sin(x)$ – Périodicité d'une fonction – Croissance sur un intervalle, maximum, minimum d'une fonction – Zéros d'une fonction
	Compétences	– Expliciter les savoirs et les procédures : • Décrire un graphique qui comporte éventuellement plusieurs fonctions en utilisant le vocabulaire et les notations appropriées. • Décrire les caractéristiques générales d'une fonction trigonométrique. – Appliquer une procédure : • Déterminer les racines d'une fonction de référence. • Étudier la croissance d'une fonction de référence sur un intervalle.	– Décrire les caractéristiques générales d'une fonction à partir du graphique en utilisant un vocabulaire précis. – Savoir rechercher les zéros d'une fonction de référence. – Étudier la croissance d'une fonction de référence sur un intervalle.
Question 4 : Découverte et démonstration d'une propriété	Contenu / Matière	– Cercle trigonométrique : • Nombres trigonométriques • Relation $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$	– Définition du cosinus, du sinus et de la tangente d'un angle aigu – Formules fondamentales
	Compétences	/	/

3 Déroulement de la séance

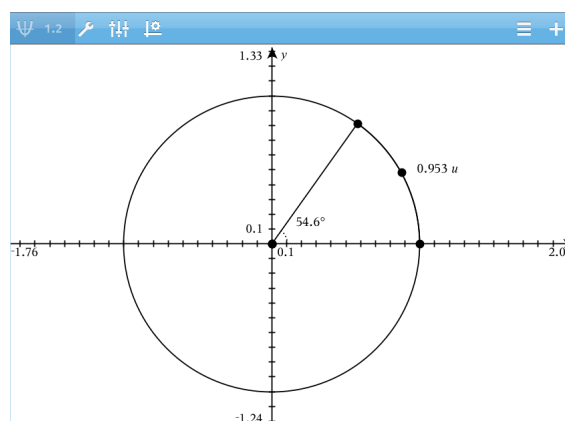
L'élève reçoit un dossier contenant les consignes pour la séance mais aussi de l'aide technique pour utiliser la tablette. Le dossier sera distribué en plusieurs fois pour que les élèves n'aient pas toutes les réponses sous les yeux. Les étapes de la séance sont décrites ci-dessous.

3.1 Découverte du cercle trigonométrique

Les pages 1 à 3 du dossier de l'élève sont distribuées. L'élève ouvre un document **Notes** et y inscrit son nom et son prénom. L'enseignant peut en profiter pour signaler l'existence de deux claviers : un clavier ordinaire et un clavier spécifique aux mathématiques.

Dans un document **Graphiques**, l'élève construit un cercle et un angle au centre. Les étapes de la construction sont les suivantes :

- construire un cercle de centre $(0,0)$ et de rayon quelconque,
- construire un segment de droite reliant le centre du cercle et un point quelconque sur le cercle,
- mesurer l'angle entre le segment de droite et l'axe des réels positifs,
- tracer l'arc de cercle intercepté par l'angle et mesurer sa longueur.



Par défaut, l'application est réglée en radians. Au moment de mesurer l'angle, l'élève remarque donc que les unités de mesure ne sont pas celles qu'il connaît. Il faudra lui expliquer comment changer les réglages pour que la mesure s'affiche en degrés (Toucher le **Petit rouage** et modifier **Angle représenté**). Quelques questions sont ensuite posées à l'élève pour qu'il n'oublie pas trop vite l'existence des radians.

Pour que le dessin soit plus visuel, l'enseignant peut proposer à l'élève d'associer des couleurs à différents éléments (l'arc de cercle par exemple) en touchant l'élément puis l'icône **Paramètres**. Quelques questions sont posées à l'élève pour qu'il note les difficultés rencontrées et les astuces découvertes pour utiliser TI-Nspire.

L'élève répond ensuite à des questions précises afin de découvrir le radian et de se familiariser avec la conversion degrés-radians.

1. L'élève complète un tableau à 3 colonnes : rayon, amplitude de l'angle et longueur de l'arc de cercle. À chaque ligne, l'élève a 2 informations sur 3 et doit donc trouver la dernière. Il risque de rencontrer des difficultés pour déplacer les points précisément. Pour le point sur le cercle, l'enseignant peut lui conseiller de toucher le point, maintenir son doigt sur l'écran et s'éloigner du cercle. Comme le point est lié au cercle, il ne suivra pas le doigt de l'élève mais il bougera le long

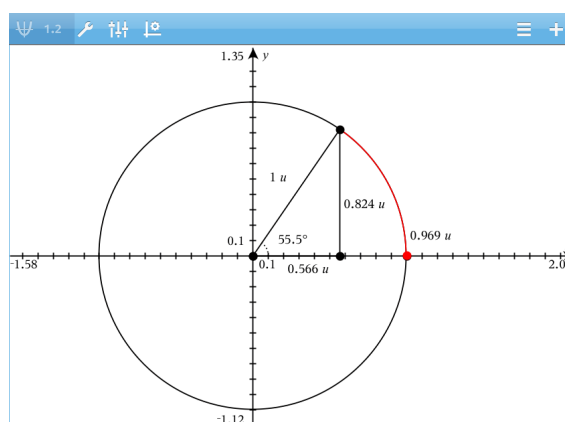
du cercle. Plus le doigt de l'élève sera loin du cercle, plus l'élève sera précis dans ses déplacements.

L'élève remarque que la longueur de l'arc augmente avec le rayon quand l'angle est fixé. La formule $C = 2\pi r$ l'aidera à comprendre ce phénomène. Le nombre π sera utilisé dans la suite de la leçon, mais la tablette ne l'exprimera jamais sous forme de lettre grecque. Le professeur peut profiter de la formule $C = 2\pi r$ pour rappeler la valeur approximative de π et permettre à l'élève de reconnaître $3.14 \approx \pi$, $6.28 \approx 2\pi$, etc.

2. L'élève doit régler l'application pour que les angles soient mesurés en radians et compléter un tableau semblable au précédent sauf que l'information manquante est à chaque fois la longueur de l'arc de cercle. Comme il est difficile d'être très précis, l'élève peut se contenter d'être le plus proche possible des valeurs demandées.

Par défaut, l'affichage montre des axes gradués entre -10 et 10 unités. Pour travailler avec des petits rayons, l'enseignant devra probablement conseiller à l'élève de zoomer. Ce dernier pourra constater que le rayon d'une unité est le plus intéressant et devra donner la particularité de l'angle de 1 radian.

3. L'élève cherche la valeur en radians d'un angle de 180° . L'enseignant devra vérifier sa réponse pour que l'élève dispose d'une égalité correcte à utiliser pour les conversions de la question suivante.
4. L'élève doit remplir un tableau contenant des mesures d'angles en degrés et en radians ainsi que leurs cosinus, sinus et tangente. Le tableau le fait travailler avec quelques fractions usuelles de π mais il n'a pas tous les outils pour le compléter en entier. Il saura inscrire les valeurs des cosinus, sinus et tangentes qu'il connaît déjà et faire quelques conversions degrés-radians.
5. L'élève doit se souvenir des nombres trigonométriques dans le triangle rectangle. Il a un tel triangle sous les yeux, dont les sommets et les arêtes sont nommés. Cela lui permet d'exprimer les nombres trigonométriques sous forme d'un rapport de longueurs.
6. Pour terminer de compléter le tableau, l'élève réalise qu'il a besoin d'un triangle rectangle du même type que celui de la question 5. Dès qu'il a compris cela, l'enseignant lui distribue les pages 4 et 5 du dossier pour l'aider dans la construction du triangle.



7. Comme l'élève mesure des longueurs, les nombres trigonométriques calculés seront toujours positifs. L'enseignant devra intervenir pour expliquer le lien entre hauteur du triangle et sinus, base du triangle et cosinus, etc, puis expliquer que les nombres trigonométriques peuvent être négatifs pour des angles non-aigus. Dans son dossier, l'élève a de la place pour prendre des notes à ce

sujet et faire des schémas.

Cette première partie dure environ 2 heures. Les élèves travaillent seuls mais les questions doivent être corrigées avant de passer à la suite pour qu'ils puissent faire le lien entre les radians et les réels, qui pourront être pris comme abscisses des points d'un graphe. Le travail de l'élève est sauvegardé sur la tablette. Si un réseau WIFI est disponible en classe, l'enseignant peut demander à l'élève de glisser son fichier dans le dossier **Dropbox** présent sur la page d'accueil de TI-Nspire ou de l'envoyer par e-mail grâce à la **flèche**.

3.2 Étude du cosinus et du sinus d'un angle en radians

La page 6 du dossier est distribuée. Dans un document **Tableur et listes**, l'élève construit un tableau de valeurs à 3 colonnes :

- une colonne x remplie des nombres $0, \frac{\pi}{10}, \frac{2\pi}{10}, \dots, \frac{40\pi}{10}$,
- une colonne *cosinus* remplie des valeurs du cosinus de x ,
- une colonne *sinus* remplie des valeurs du sinus de x .

L'intervalle $[0, 4\pi]$ est celui qui se prête le mieux à l'écran de la tablette ; il permettra de voir la périodicité des fonctions lors de l'étude des fonctions trigonométriques, sans avoir un graphe trop petit. Pour ne pas compléter toutes les cellules du tableur à la main, l'élève utilise l'outil **Remplir**.

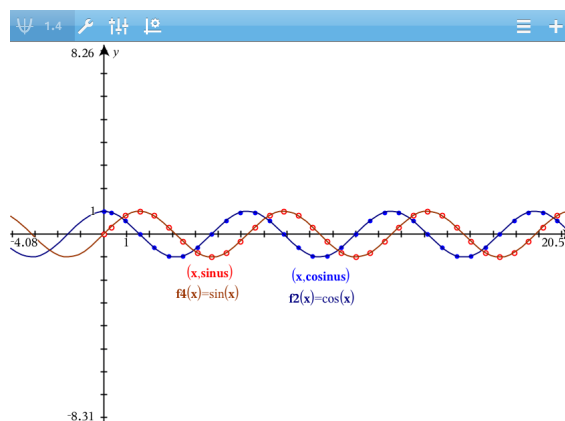
L'élève va probablement rencontrer des difficultés techniques pour cette partie car les doigtés à effectuer sont particuliers :

- toucher deux fois rapidement pour écrire dans une cellule,
- toucher deux fois lentement pour faire apparaître le menu de la cellule,
- utiliser correctement l'outil **Remplir**,
- ne pas oublier que les titres des colonnes correspondent à des noms de variables,
- etc.

L'élève ouvre ensuite un document **Graphiques** pour afficher les nuages de points correspondant à son tableau de valeurs. Pour repérer le cosinus et le sinus de chaque point de l'axe réel, il trace les fonctions correspondantes dans le même document. Pour obtenir les bons graphes, il faut impérativement que l'application soit réglée en radians.

Les fonctions sinus et cosinus se traçant dans une même fenêtre, l'élève peut facilement les comparer et compléter un tableau traitant de :

- la valeur de la fonction en $0, \frac{\pi}{2}$ et π ,
- les extrema de la fonction,
- les zéros de la fonction,
- la croissance de la fonction.



Le tableau ne tenant pas compte de toutes les décimales de π , les valeurs du sinus et du cosinus ne sont pas toutes exactes (ex. : $\sin(\pi) = 10^{-13}$). Pour remplir le tableau comparatif, il est donc important que l'élève trouve des valeurs sur le graphique et pas uniquement dans le tableau de valeurs. Il répond ensuite à quelques questions sur l'allure des fonctions, leurs points communs et leurs différences.

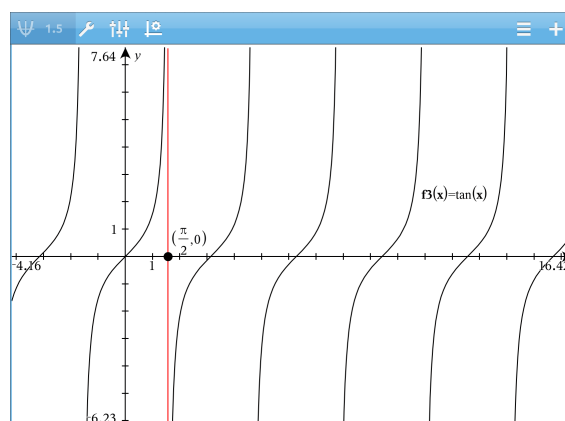
3.3 Étude de la tangente d'un angle en radians

Les dernières pages du dossier sont distribuées. Dans un nouveau document **Graphiques**, l'élève trace la fonction tangente et complète un tableau traitant de

- la valeur de la fonction en 0 , $\frac{\pi}{2}$ et π ,
- les extrema de la fonction,
- les zéros de la fonction,
- la croissance de la fonction.

Ce tableau est le même que celui du point 2, avec une colonne supplémentaire pour la tangente. Des solutions pour le cosinus et le sinus sont proposées.

Pour terminer, l'élève répondra à quelques questions sur l'allure de la fonction, son comportement en $x = \frac{\pi}{2}$, ses points communs et ses différences avec les fonctions cosinus et sinus. Pour l'aider à appréhender les asymptotes, on lui propose de tracer une droite verticale passant par $(\frac{\pi}{2}, 0)$. Pour être exactement en $\frac{\pi}{2}$, il faudra dessiner un point, le toucher deux fois lentement pour faire apparaître ses coordonnées puis il faudra toucher ces coordonnées deux fois rapidement pour faire apparaître le clavier et encoder des valeurs précises.



3.4 Découverte et démonstration d'une propriété

Dans le document **Tableur et listes**, l'élève ajoute deux colonnes permettant de calculer l'inverse du carré du cosinus et le carré de la tangente. Il en déduit la formule $\tan^2(x) + 1 = \frac{1}{\cos^2(x)}$ et il la démontre.

Cette partie permet à l'élève d'utiliser le tableau de valeurs pour autre chose que pour construire un nuage de points. L'enseignant peut choisir s'il lui donne des indices ou pas ; tout ce dont l'élève a besoin, c'est la formule fondamentale et la définition de la tangente en terme de rapport de sinus sur cosinus.

Il faut environ une heure pour réaliser les points 2, 3 et 4. Le document de l'élève est à nouveau sauvegardé sur la tablette et/ou envoyé au professeur.

3.5 Après la séance

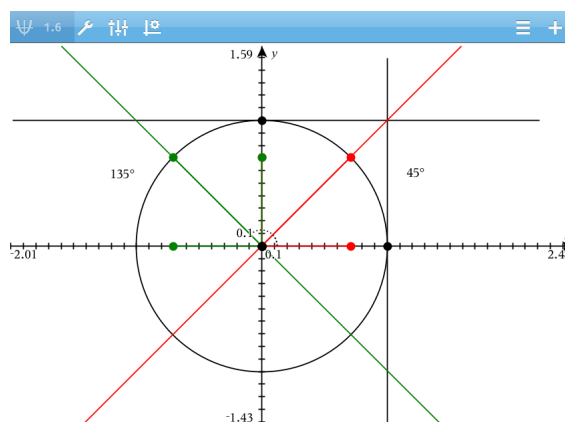
Au cours suivant, l'enseignant fera la synthèse du travail à l'aide d'un projecteur et des fichiers de quelques élèves :

- définition d'un angle de 1 radian,
- formule de conversion degrés-radians,
- calcul des nombres trigonométriques dans le triangle rectangle, en degrés ou en radians,
- comparaison des trois fonctions trigonométriques,
- démonstration de la propriété.

Certains outils peuvent être utiles à l'enseignant pour sa synthèse. Par exemple, pour la première partie de la leçon, un curseur permettrait de faire varier le rayon du cercle de façon dynamique (pour ajouter un curseur, aller dans **Actions, Insérer un curseur**).

4 Prolongement

Une fois que l'application TI-Nspire est familière aux élèves, il est possible de consacrer un cours à la découverte des propriétés des angles associés. La construction d'un cercle trigonométrique, d'un angle dans le premier quadrant et d'un angle mobile nécessite les mêmes outils que ceux utilisés pour ces 3 heures de cours. L'illustration suivante montre ce que l'on peut obtenir.



3.4 Analyse *a priori*

Pour compléter notre travail, nous en avons rédigé une analyse *a priori*. Nous garderons ainsi en mémoire les réflexions que nous avons eues lors de la construction de la leçon et les raisons qui nous ont poussées à faire certains choix. Cette analyse a été fournie aux enseignants chez qui nous avons testé la leçon dans le chapitre 4.

Partie 1 : Découverte du cercle trigonométrique

Cette première partie a deux objectifs : découvrir l'application TI-Nspire de Texas Instrument et découvrir les radians et le cercle trigonométrique. Les aides techniques pour utiliser l'application peuvent paraître nombreuses mais elles sont indispensables si l'élève travaille seul sur sa tablette. Malgré tout, il peut rencontrer des difficultés ; l'enseignant devra bien maîtriser l'application avant de donner la leçon sinon l'élève risque de perdre du temps sur les difficultés techniques et passer à côté de l'objectif mathématique.

Nous voulions que le titre de cette partie donne une indication aux élèves sur ce qu'ils allaient faire sans utiliser de mot de vocabulaire inconnu. Nous avons opté pour *Découverte du cercle trigonométrique*, un titre qui dit qu'on fera de la trigonométrie mais, pour la première fois, en utilisant un cercle. Bien que la découverte des radians soit un point essentiel de cette partie, le mot « radians » n'apparaît pas dans le titre mais un peu plus tard, dans la première question.

Construction de géométrie dynamique

On demande à l'élève de construire un cercle de rayon quelconque et centré en $(0,0)$. Dans ce cercle, il devra construire et mesurer un angle au centre, d'amplitude comprise entre 0 et 90° et dont l'une des branches est sur l'axe Ox . C'est un premier pas vers le cercle trigonométrique. Pour construire le cercle et l'angle puis mesurer le rayon du cercle, l'amplitude de l'angle et la longueur de l'arc intercepté, il faut faire appel à beaucoup d'outils. Nous ne voulions pas que l'élève applique une liste de consignes sans réfléchir à ce qu'il faisait, sans savoir vers quoi il allait. Nos consignes sont donc à peu près formulées comme ceci :

Tu vas maintenant construire ceci. Pour cela, va dans tel menu et utilise tel outil.

Les menus de l'application étant assez intuitifs et une icône d'aide apparaissant à chaque fois qu'on sélectionne un outil, l'élève ne devrait pas rencontrer de problème avec les outils de géométrie dynamique. Par contre, il lui faudra un petit peu de patience et de pratique pour s'habituer aux différentes façons de toucher l'écran. Par exemple, pour faire apparaître le menu d'un point (étiquette, coordonnées,...), il faut le toucher deux fois lentement, c'est-à-dire avec un court laps de temps entre les deux touchés. En touchant le point deux fois rapidement, c'est-à-dire comme un double-clic sur ordinateur, il ne se passera rien de particulier.

Par défaut, l'application mesure les angles en radians, une unité que l'élève ne connaît pas encore. Nous voulions qu'il découvre tout seul que l'on utilise une autre unité de mesure que les degrés. L'enseignant ne doit donc pas régler les tablettes en degrés avant le début de la leçon mais les laisser en radians pour que l'élève ait un premier contact avec le mot, qu'il le voit dans les menus de l'application. Il devra

modifier ces menus pour travailler en degrés mais même s'il ne se sert pas immédiatement des radians, le fait qu'une autre unité existe restera dans un coin de sa tête. On lui demande en plus de noter qu'il a rencontré une nouvelle unité de mesure et de la commenter s'il en a déjà entendu parler. Ainsi, on s'assure que son attention a bel et bien été attirée sur cette nouveauté.

Après la construction du cercle et de l'angle au centre, l'élève note les difficultés rencontrées et les astuces découvertes. L'objectif de ces notes est d'avoir une trace des manœuvres techniques non détaillées dans l'énoncé, comme les différents doigtés, l'ajout de couleurs, le déplacement des étiquettes,... Bref, tout ce avec quoi l'élève va « jouer » pour rendre sa construction plus lisible et plus agréable à utiliser.

Question 1 : Le cercle trigonométrique

Grâce à la géométrie dynamique, l'élève peut faire varier différents paramètres sur son cercle et son angle au centre. Nous voulions qu'il fasse varier ces éléments pour découvrir des propriétés, sans perdre de temps en variations peu structurées ne permettant pas de tirer des conclusions. L'élève doit donc remplir un tableau qui lui fera directement noter des valeurs utiles pour le rayon, l'amplitude de l'angle et la longueur de l'arc de cercle. Il pourra en déduire que la longueur de l'arc augmente avec le rayon.

Les valeurs données dans le tableau sont précises. Le réglage du rayon est facile à faire sur la tablette mais pour l'amplitude de l'angle et la longueur de l'arc, il faut être un peu plus habile. Les élèves pourraient donc s'impatisser s'ils ne parviennent pas à obtenir les bonnes valeurs. La maîtrise de l'application par l'enseignant est primordiale pour cette question ; il devra aider les élèves à « trouver le truc ».

On demande ensuite aux élèves de trouver une explication au fait que la longueur de l'arc de cercle augmente avec le rayon. Comme ils ne connaissent pas beaucoup de formules reliant le rayon d'un cercle à sa circonférence, nous espérons qu'ils retomberont sur $C = 2\pi r$. C'est une formule qu'ils connaissent bien et elle amène à l'idée qu'avec les radians, on « déroule » le cercle trigonométrique. Cependant, on ne travaille pas avec une circonférence complète mais avec un morceau, donc la formule nécessitera une explication de la part du professeur.

Questions 2 et 3 : Découverte des radians

Une fois que l'élève s'est familiarisé avec l'application grâce à un exercice utilisant des unités connues (les degrés), il réalise un exercice du même type mais en utilisant une nouvelle unité (les radians). Le tableau qu'il complète pour la question 2 permet d'analyser la variation de la longueur de l'arc pour un rayon donné et une amplitude donnée en radians. On lui demande quelle est, selon lui, le rayon le plus intéressant et la particularité de l'angle de 1 radian (nous avons délibérément évité les mots comme « définition » ou « propriété », pouvant rebuter l'élève).

Le tableau est construit pour que l'élève analyse la longueur de l'arc pour 3 rayons et 3 angles fixés. Les amplitudes étant plus difficiles à régler que les rayons, l'élève les fixera en premier ; il règle ainsi l'amplitude 3 fois et le rayon 9 fois. Dès lors, il ne verra pas immédiatement qu'avec le rayon d'une unité, la longueur de l'arc est toujours égale à l'amplitude de l'angle. Il faudra qu'il remplisse tout le tableau et qu'il

repère les 3 lignes concernées pour arriver à cette conclusion. Pour la particularité de l'angle de 1 radian, au contraire, les 3 lignes utiles à l'analyse sont voisines dans le tableau. Le fait que la longueur de l'arc soit égale au rayon est donc découvert immédiatement. Après ces questions, l'élève commencera à comprendre qu'avec les radians, on s'intéresse autant à la longueur de l'arc qu'à l'amplitude de l'angle.

Aucune démarche particulière n'est attendue pour que les élèves trouvent la valeur en radians d'un angle de 180° . Certains peuvent le savoir, certains peuvent jouer avec les paramètres degrés-radians de l'application, certains peuvent sortir leur calculatrice, certains peuvent diviser par 2 la circonférence du cercle... L'important est qu'ils réfléchissent à une solution et proposent une réponse. S'ils s'aident de la tablette, le nombre π s'affichera sous forme de nombre décimal, pas de lettre grecque. Ils ne penseront peut-être pas immédiatement à π en voyant un nombre proche de 3,14 mais il faudra leur faire remarquer que ça ressemble à quelque chose qu'ils connaissent. Grâce à cette question, les élèves disposeront d'une formule de conversion degrés-radians, découverte par eux-même.

Question 4 : Les nombres trigonométriques connus

Puisque les élèves ont découvert que le rayon de 1 unité était plus intéressant que les autres, on leur impose de travailler avec cette valeur. Aucune démarche particulière n'est attendue pour qu'ils remplissent le tableau degrés-radians-cosinus-sinus-tangente. Pour les conversions degrés-radians, certains vont utiliser la calculatrice pour avoir la solution directement, d'autres vont utiliser la formule de conversion découverte précédemment et effectuer des calculs de proportionnalité,... L'important est à nouveau qu'ils réfléchissent et proposent une solution.

Les élèves ne sauront pas compléter l'entièreté du tableau immédiatement, c'est délibéré. Ils devraient réussir les conversions degrés-radians et pourront compléter quelques valeurs de cosinus, sinus et tangente pour des angles déjà rencontrés dans les triangles rectangles (0° , 45° , 90°).

Le tableau leur fera découvrir les fractions usuelles de π et les confortera dans l'idée que les radians ne sont qu'une unité de mesure. Ils verront qu'un angle, qu'il soit exprimé en degrés ou en radians, a toujours les mêmes nombres trigonométriques.

Questions 5-6 : Les nombres trigonométriques d'un angle quelconque

Les élèves n'ont pas pu compléter le tableau de la question 4 dans son entièreté ; ils savent qu'ils devront trouver un moyen pour le remplir. La question 5 est donc un indice, leur rappelant qu'ils savent calculer les nombres trigonométriques d'un angle dans un triangle rectangle, à l'aide de rapports de longueurs. Nous ne voulions pas que les élèves utilisent « bêtement » une formule retenue par cœur (comme SOH-CAHTOA) donc nous avons choisi de faire un rappel sous forme de schéma, insistant directement sur le rapport de longueurs. La question 6 leur rappelle qu'ils doivent compléter le tableau et ils peuvent alors réfléchir au meilleur moyen d'utiliser un triangle rectangle dans leur cercle, pour calculer les nombres trigonométriques de l'angle au centre.

Les élèves risquent de ne pas bien voir *quel* triangle rectangle tracer dans le cercle. C'est pourquoi celui de la question 5 est dessiné avec l'angle dont on calculera les

nombres trigonométriques sur la gauche et l'angle droit sur la droite. Ils devront tracer un tel triangle orienté dans leur cercle pour pouvoir calculer les nombres trigonométriques de n'importe quel angle du premier quadrant. Grâce au schéma du rappel, ils devraient parvenir, après quelques hésitations éventuelles, à savoir quels côtés utiliser pour leurs calculs. Ils pourront dès lors compléter le tableau de la question 4. Puisqu'ils travaillent avec un rayon d'une unité, la longueur de l'hypoténuse vaudra toujours 1 dans leurs rapports de longueurs. Ils pourront donc transformer les formules

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{longueur du côté adjacent}}{\text{longueur de l'hypothénuse}} \text{ et } \sin(\alpha) = \frac{\text{longueur du côté opposé}}{\text{longueur de l'hypothénuse}}$$

en

$$\cos(\alpha) = \text{longueur du côté adjacent et } \sin(\alpha) = \text{longueur du côté opposé.}$$

Pour que les élèves prennent le temps de réfléchir au triangle, on ne leur distribue les consignes aidant à sa construction que quand ils ont trouvé dans quel sens le tracer.

Question 7 : Le signe des nombres trigonométriques

Les élèves ont maintenant découvert les radians et le fait que le cosinus et le sinus d'un angle au centre d'un cercle de rayon 1 correspondent respectivement à la base et à la hauteur d'un certain triangle rectangle. Ils ont complété le tableau de la question 4 mais ils ne savent pas encore que certains angles ont un cosinus et/ou un sinus négatif(s). Il y a peu de chance qu'ils y pensent seuls, d'autant plus qu'ils calculent uniquement des rapports de longueurs (toujours positives). Il faut que l'enseignant intervienne pour confirmer les découvertes des élèves et leur expliquer que le cas des angles de 0° à 90° n'est en fait que le cas du premier quadrant. Dans le tableau de la question 4, seul l'angle de 180° n'est pas dans le premier quadrant. Les élèves ne devront donc corriger leurs réponses que pour cette amplitude.

Pour faciliter la prise de notes, les élèves n'auront qu'à compléter des schémas et des textes lacunaires. De cette manière, ils ne chipoteront pas avec un compas et l'enseignant disposera d'assez d'attention pour ses explications.

Partie 2 : Étude du cosinus et du sinus d'un angle en radians

Cette seconde partie a également deux objectifs : utiliser correctement un tableur et découvrir les fonctions trigonométriques. La question commence par de nouvelles aides techniques, très différentes des précédentes puisqu'elles concernent le tableur et plus la géométrie dynamique. Il est à nouveau essentiel que l'enseignant maîtrise l'application TI-Nspire pour pouvoir aider facilement ses élèves.

Utiliser un tableur

L'élève doit remplir un tableau de valeurs, de façon automatique. Pour commencer, il donne un titre aux 3 premières colonnes du tableur. Il peut ne pas savoir quelles cases correspondent aux titres de colonnes (aucune indication n'est donnée à ce sujet dans la fiche élève) mais, avec un peu d'intuition, ça ne devrait pas poser de problème.

Pour compléter la première colonne (les " x "), des indications sont données pour que l'élève utilise l'outil **Remplir**. Il doit en fait remplir la colonne avec des multiples de $\frac{\pi}{10}$, allant de 0 à 4π . On lui donne la formule à implémenter dans les deux premières cellules puis il se sert de l'outil pour générer le remplissage du reste de la colonne. On lui donne la valeur que doit contenir la dernière case ($\frac{40\pi}{10}$) mais nous voulons qu'il trouve lui-même à quelle ligne il doit s'arrêter. Comme on démarre à 0, il faut s'arrêter à la 41^{ème}. La dernière valeur ne sera pas exprimée comme dans l'énoncé puisqu'elle sera automatiquement transformée en nombre décimal. Elle apparaîtra sous la forme 12,566371, ce qui peut perturber l'élève qui ne verra pas le lien avec 4π et devra peut-être utiliser sa calculatrice pour confirmer son choix de dernière ligne.

Pour remplir la deuxième et la troisième colonne (les cosinus et les sinus), il suffit de taper $\cos(x)$ (ou $\sin(x)$) dans la case juste sous le titre de la colonne. Tous les tableurs n'utilisent pas ce type de cellule. Par exemple, les élèves habitués à Excel n'en ont jamais croisé. De plus, la cellule est la seule de la colonne qui n'a pas de nom. L'élève pourrait donc prendre un peu de temps pour l'identifier mais c'est très bien, ça lui permettra de bien découvrir le tableur.

Tracer des graphiques

Une fois son tableur rempli, l'élève trace les nuages de points correspondant au cosinus et au sinus dans un document **Graphiques**. Notons qu'utiliser un document **Données et statistiques** peut paraître plus pratique puisqu'on peut travailler avec une fenêtre en vis-à-vis du tableur, mais il est impossible de tracer une fonction dans ce type de document. Or, l'idée était de comparer les nuages de points aux fonctions. Nous avons donc opté pour un document **Graphiques** où il faut chercher un petit peu plus loin pour tracer les nuages de points mais où l'on peut tracer des fonctions sans problème.

Comme dit plus haut, l'élève est amené à tracer les fonctions cosinus et sinus. Or, il ne sait pas que ces fonctions existent ; le cosinus et le sinus ne sont pour lui que des nombres trigonométriques. Le but de cette question est donc qu'il apprenne que l'on peut connaître le cosinus et le sinus de *n'importe quel nombre réel*. Nous avons choisi de ne pas pousser l'élève à trouver le mot « fonction » mais de lui dire tout simplement que $f(x) = \cos(x)$ et $f(x) = \sin(x)$ existaient.

L'élève se retrouve avec un document **Graphiques** dans lequel sont tracés les nuages de points correspondants à des cosinus et des sinus ainsi que les fonctions trigonométriques associées. Si le travail est bien fait, chaque point des nuages est sur le graphe d'une fonction. Par défaut, l'application associe des couleurs différentes aux nuages de points et aux fonctions ; le schéma est donc très visuel pour l'élève.

Comparer des graphiques

Pour remplir le tableau comparant les fonctions, l'élève a seulement besoin de regarder son graphique. Pour les 5 premiers points de comparaison (valeur de la fonction pour 3 abscisses, extrema), il aura les mêmes réponses que ses voisins. Pour les 3 derniers (racines, croissance et décroissance), plusieurs solutions sont possibles. C'est délibéré : l'élève va découvrir la périodicité des fonctions. Pour cela, il va réaliser qu'elles ont plusieurs racines régulièrement espacées et qu'il y a plusieurs

intervalles de même longueur sur lesquelles les fonctions sont croissantes ou décroissantes.

Pour décrire l'allure des fonctions, nous ne nous attendons pas à ce que l'élève utilise le mot *périodique*. Le but est qu'il s'en approche en constatant que la fonction « fait des vagues », « se répète », « est régulière »,... Il a de la place pour noter beaucoup de mots qui lui viennent à l'esprit. Nous posons cette question de façon assez large pour que, plus tard, l'élève se souvienne de l'allure des fonctions et pas simplement qu'il avait utilisé une tablette pour les découvrir.

Pour trouver les points communs entre les deux fonctions, nous pensons que l'élève s'aidera du graphique mais peut-être aussi du tableau. Il remarquera ainsi des éléments précis comme les extrema identiques, mais aussi des éléments plus « flous » comme le fait que les fonctions soient identiques mais décalées.

L'intérêt de cette partie est que l'élève réalise que les radians permettent de travailler dans les réels et donc de tracer des graphiques dans des repères qu'il connaît. À la fin de cette partie, l'élève sait que les fonctions trigonométriques existent mais il n'en a découvert que deux, assez similaires. La question suivante est là pour lui montrer qu'il en existe encore et qu'elles ne sont pas toutes semblables.

Partie 3 : Étude de la tangente d'un angle en radians

Maintenant que les fonctions cosinus et sinus ont été définies, l'élève se doute qu'il en sera de même pour la tangente. Pour qu'il adopte la bonne notation, nous lui précisons d'emblée qu'il doit tracer la fonction $f(x) = \tan(x)$. Nous ne lui demandons plus de tracer un nuage de points car il aura compris que c'est le même principe qu'avec le cosinus ou le sinus.

Dans le tableau, l'élève doit comparer la fonction tangente aux fonctions cosinus et sinus. Une correction de la comparaison entre le cosinus et le sinus est proposée, ce qui pourrait surprendre certains élèves car plusieurs réponses sont possibles pour les 3 derniers points de comparaison (racines, croissance, décroissance). Prendre conscience qu'ils n'ont pas les mêmes réponses que celles proposées les aidera à comprendre le concept de périodicité.

La fonction tangente apporte des nouveautés dans le tableau : certaines choses n'existent pas, comme $\tan(\frac{\pi}{2})$, et d'autres sont difficiles à formuler, comme les asymptotes. Pour trouver la valeur de $\tan(\frac{\pi}{2})$, l'élève devrait tâtonner, discuter avec ses voisins, proposer un nombre réel,... L'important est qu'il se questionne. Il devrait faire le même genre de démarche pour trouver les extrema de la fonction.

Pour décrire l'allure de la fonction, l'élève peut utiliser le même vocabulaire que pour le cosinus et le sinus. Ce vocabulaire lui est déjà plus familier et ses idées sur la périodicité sont plus claires ; il devrait donc être plus à l'aise pour décrire le graphe.

Pour décrire ce qui se passe en $x = \frac{\pi}{2}$, il risque d'être embêté ; c'est le but. Il a déjà réfléchi à la question en remplissant le tableau mais il devait alors donner une réponse mathématique. Ici, nous lui demandons de parler français ; nous voulons qu'il trouve des mots pour expliquer ce qu'il voit même si ces mots ne sont pas très

scientifiques. Nous le poussons ensuite à parler encore de périodicité en notant que le problème de $x = \frac{\pi}{2}$ se répète régulièrement. Pour l'aider à analyser la situation, on lui propose de tracer une droite verticale passant par $(\frac{\pi}{2}, 0)$. Cette droite est mobile donc il peut la déplacer partout où le problème se répète. Elle introduit le concept d'asymptote verticale et l'élève, avec des manipulations comme les zooms, peut constater que le graphe ne la touche jamais.

Pour les questions ouvertes comparant la fonction tangente aux deux autres fonctions, l'élève doit d'abord trouver des similitudes. Cela permet d'insister une dernière fois sur l'importance de la périodicité dans les fonctions trigonométriques. Ensuite, quand on lui demande

Quelle est la principale différence entre la fonction tangente et les deux autres fonctions ?

l'élève peut formuler sa réponse de plusieurs façons, avec ou sans le vocabulaire adéquat. Nous espérons des réponses comme :

- dans l'une on fait des vagues, dans l'autre on monte tout le temps même si plusieurs points ont la même ordonnée ;
- l'une est comprise entre -1 et 1, l'autre n'a pas de minimum ni de maximum.

Cette question permet de clôturer la troisième partie en mettant en évidence que, même si on aurait pu le croire avec la partie 2, toutes les fonctions trigonométriques ne se ressemblent pas.

Partie 4 : Découverte et démonstration d'une propriété

La dernière partie de la leçon a de nouveau deux objectifs : utiliser le tableur sans indications et démontrer une propriété.

L'élève ouvre la feuille du tableur qu'il a remplie précédemment ; il est donc dans un environnement familier. Il doit ajouter deux colonnes : « l'inverse du carré du cosinus » et « le carré de la tangente ». Nous avons volontairement formulé l'énoncé entièrement en français, le poussant à faire la traduction mathématique.

Pour déduire que $1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$, l'élève doit comparer deux colonnes du tableur. Cela lui change des comparaisons de graphiques, c'est un petit peu moins évident.

La leçon se termine sur la démonstration de la formule. L'élève ne dispose d'aucune indication mais tout ce dont il a besoin a été vu. L'objectif est de lui rappeler la formule fondamentale $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$ et de le faire jongler avec les nombres trigonométriques. Il n'utilisera pas les éléments appris lors de la leçon (radians et fonctions trigonométriques) mais il se rappellera que la trigonométrie, c'est *aussi* ce qu'il avait appris avant.

Chapitre 4

Expérimentation du scénario dans des classes

Comme dit précédemment, la leçon construite dans le chapitre 3 a pu être testée dans 3 classes de quatrième secondaire. La première classe a testé la leçon pendant une semaine, et les deux autres classes l'ont testée la semaine suivante, simultanément.

4.1 Analyse *a posteriori*

4.1.1 Observations générales

Première classe

– Organisation, matériel

La première classe était mixte, avec 14 filles et 13 garçons. Les quatre heures de cours ont été données sur deux jours consécutifs, mais il n'y a jamais eu deux heures d'affilée. Les élèves ont très vite joué le jeu ; ils ont commencé à travailler sérieusement, par groupe de deux, dans le calme. Nous circulions dans la classe pour répondre à leurs questions. Après une heure de cours, tous les élèves étaient à peu près au même endroit. Par contre, après la seconde séance, certains avaient pris du retard. Nous avons commencé la troisième heure par une institutionnalisation puis nous avons encouragé les élèves à arriver à un certain endroit avant la fin de la troisième heure. Mais après la quatrième, l'écart entre les plus rapides et les plus lents s'était encore creusé.

Certains élèves connaissaient bien les tablettes et ont pris des photos d'eux pour les mettre en fond d'écran. En récupérant les tablettes, nous avons découvert jusqu'à 121 photos par tablette, retravaillées ! Les élèves ont visiblement pris du temps pour s'amuser mais ils n'ont dérangé personne et n'étaient pas trop en retard à la fin du cours. C'était une véritable surprise de trouver autant de photos !

L'un des groupes n'avait pas enregistré son travail correctement après la première heure. Tout était donc perdu. Heureusement, nous avons jeté un œil aux travaux pendant la récréation et nous avons rapidement refait ce qu'ils avaient perdu. Ils ont ainsi pu continuer à avancer à l'heure suivante.

L'enseignant ne maîtrisait pas bien l'application TI-Nspire ; il ne s'en était jamais servi avant le cours. Parfois, il faisait lui-même de fausses manœuvres quand les élèves l'appelaient à l'aide. C'était troublant pour les élèves et ça les faisait prendre du retard.

– Contenu, matière

Les problèmes rencontrés par les élèves étaient le plus souvent techniques : une fausse manœuvre qui a fait disparaître une partie du dessin, un outil non-trouvé dans les menus, un dessin tellement petit qu'il était illisible, un point qui semble être sur le cercle mais qui est juste à côté... Pour ce dernier point, les élèves voulaient être très précis alors que parfois, il valait mieux ne pas l'être. Par exemple, pour mettre un point sur une droite, il suffit de toucher rapidement l'endroit où on veut le placer et la tablette va automatiquement le mettre à un endroit « logique ». Si on va lentement pour choisir l'emplacement du point, il y a de fortes chances que ce dernier ne se place pas où l'on veut. En effet, l'application n'appliquera plus d'aimantation et si on bouge très légèrement le doigt, le point suivra sa trajectoire. Ce genre de problème se corrigeait très rapidement en passant dans les bancs. Concernant les outils, la touche « Aide » a été beaucoup utilisée dès le départ et les élèves étaient très soulagés en apprenant qu'il existait une icône « Annuler », leur permettant de recommencer une étape de leur construction.

Le problème le plus récurrent concernait l'arc de cercle. L'arc est défini par deux points extrêmes et un point intermédiaire mais les élèves ont eu beaucoup de mal à comprendre où mettre le point intermédiaire, dans quel ordre choisir les points, etc. Certains ont ajouté des points sur leur schéma pour que l'arc soit tout petit, comme ils ont l'habitude d'en tracer pour représenter les angles sur une figure. D'autres ont utilisé le centre du cercle comme point intermédiaire au lieu d'un point *entre* les points extrêmes mais *sur* le cercle, comme s'ils voulaient dessiner un secteur.

Un autre problème fréquent était que les élèves ne comprenaient pas bien les liens entre le rayon, l'arc et l'amplitude de l'angle. Par exemple, ils faisaient varier le rayon et paniquaient quand cela modifiait la longueur de l'arc de cercle, mais sans la changer en « celle qui est notée dans l'énoncé ». Ils ne comprenaient pas que, au contraire, ils pouvaient faire varier l'amplitude de l'angle pour obtenir l'arc souhaité, sans que cela modifie le rayon.

Le dernier problème récurrent vient de la mesure de l'arc de cercle. Bien que ce soit signalé dans les consignes, plusieurs élèves ont été trop vite et ont mesuré la circonférence complète du cercle, au lieu de la longueur de l'arc. Ils étaient alors incapables de répondre à certaines questions qui demandaient de comparer des amplitudes à des longueurs d'arcs puisque ces dernières étaient toutes multiples de 2π .

Les élèves ont tous remarqué qu'on travaillait en radians, mais peu en ont été perturbés avant d'atteindre une question où ils devaient utiliser des degrés. Ils ont alors eu besoin de l'enseignant pour changer les unités de mesure dans les

paramètres. Ceux qui ont été perturbés par les radians dès le départ ont tout de suite voulu savoir comment changer d'unités de mesure.

Les élèves ne prenaient pas toujours le temps d'être précis dans leurs mesures, donc ils travaillaient avec des valeurs approximatives. Il leur était alors difficile de faire des comparaisons car, pour eux par exemple, $0.5 \neq 0.498$. Il est vrai que ce n'était pas toujours facile d'être précis et que les élèves manquaient peut-être de pratique pour y arriver facilement.

Dans le tableau de la question 4, quand il a fallu trouver les nombres trigonométriques de certaines valeurs particulières, les élèves étaient un peu perdus. Peu d'entre eux avaient pris au mot le fait qu'ils devaient « compléter le tableau avec ce qu'ils savaient déjà ». Plusieurs ont pris leur calculatrice et commencé à calculer les nombres un par un. Certains ont même quitté l'application pour trouver une calculatrice sur l'iPad.

– Discussion avec l'enseignant et un conseiller pédagogique

Un conseiller pédagogique est venu observer les deux dernières heures de cours. En discutant avec lui, nous avons remarqué deux choses importantes.

1. Le manque de précision ajoutait une difficulté car les résultats obtenus alors ne donnaient pas de conclusions évidentes. Le manque d'expérience des élèves a été très ressenti à ce moment-là et il aurait peut-être fallu qu'il soit plus « entraînés » avant de suivre la leçon.
2. Les écarts entre les rapides et les faibles ont fait que les institutionnalisations ne tombaient pas au bon moment pour tout le monde. Pour que chacun ait une réponse au moment où il en a besoin, on pourrait mettre en place une sorte de FAQ¹ sous forme de mini-films explicatifs ou de lexique PDF.

Après la leçon, les élèves ont complété un questionnaire sur ce qu'ils avaient pensé de l'expérience. Puis ils ont discuté du cours avec leur professeur. Ils pensaient avoir perdu du temps en jouant avec la tablette et trouvaient qu'elle leur donnait des solutions sans explications. Ils disaient avoir appris à pousser sur des boutons. Cette discussion s'est déroulée avant la réalisation de la synthèse et ce genre de commentaire nous a montré la nécessité de construire une synthèse que les élèves pourraient compléter par eux-mêmes, au fur et à mesure de leurs découvertes.

– Améliorations apportées pour les autres classes

Certaines questions techniques ont été posées par la plupart des élèves. Nous avons donc décidé de clarifier certaines consignes avant de donner le cours dans deux les autres classes. La version corrigée de la fiche de l'élève est disponible en annexe C. Voici concrètement ce qui a été modifié :

1. Foire Aux Questions

1. Lorsque l'on est dans un document **Graphiques** (et uniquement dans ce type de document), il y a deux icônes +. Quand on demandait aux élèves de « toucher le + », il y avait donc une ambiguïté. Nous avons précisé qu'il s'agissait du + situé en haut à gauche de la fenêtre.
2. Les élèves ne savaient pas ce qu'était un nuage de points. Nous avons ajouté des précisions dans l'énoncé et prévu d'en parler à toute la classe avant de laisser les élèves travailler.
3. Lorsque l'on trace les nuages de points grâce au tableur, il faut impérativement que l'application soit réglée en radians, sinon les valeurs des nombres trigonométriques sont erronées. Nous avons donc ajouté une consigne pour que les élèves vérifient ce réglage.
4. Quand on modifie un paramètre, il ne faut pas oublier de pousser sur « OK ». Nous l'avons rappelé à divers endroits dans l'énoncé.
5. Les graduations des axes des repères étaient du type 1,2,3... Or, nous demandions aux élèves de trouver la valeur des fonctions en $x = \pi$ et $x = \frac{\pi}{2}$. Ils avaient du mal à voir où se situait ce point donc nous avons ajouté une consigne leur permettant de placer un point quelconque de coordonnées (x, y) , puis de faire varier ses coordonnées précisément en les encodant à l'aide du clavier.

Nous avons été étonnées des réactions des élèves à la fin de la leçon (ils pensaient avoir appris à pousser sur des boutons). Nous avons donc décidé, pour les autres classes, de distribuer le deuxième questionnaire *après* avoir fait la synthèse du travail. Ainsi, ils auront le temps de mobiliser ce qu'ils ont appris avant de commenter l'expérience.

Deuxième et troisième classes

– Organisation, matériel

La seconde classe était uniquement composée de filles. La troisième était mixte et nettement plus bruyante que les deux autres. Les cours se sont donnés la même semaine dans les deux classes et, comme pour la première classe, les élèves travaillaient seuls et nous circulions dans les bancs. L'enseignant avait très bien préparé la leçon ; il savait quoi dire à quel moment et comment répondre aux questions des élèves. Il savait manipuler la tablette et, avant le cours, a discuté avec nous des modifications à apporter aux consignes.

Dans la troisième classe, pour le premier cours, nous avons distribué les tablettes avant de distribuer les questionnaires. Les élèves ont eu quelques minutes pour apprivoiser la tablette et, au moment de se mettre au travail, on a ressenti un climat différent de celui des autres classes ; les élèves étaient mieux disposés à travailler.

Dans la classe de filles, certaines élèves ne voulaient pas du tout travailler avec la tablette. Il y avait comme un blocage, elles refusaient de se mettre au travail. Elles disaient qu'elles n'aimaient pas du tout le cours, qu'elles préféraient travailler avec une feuille et un bic. Quand elles ont su qu'elles pourraient exprimer leur opinion grâce au second questionnaire, elles se sont un peu mieux

concentrées.

Les tablettes étaient bien sûr les mêmes pour toutes les classes. Un groupe en a profité pour reprendre le travail des élèves qui utilisaient la même tablette dans l'autre classe. Nous ne nous en sommes pas aperçu pendant le cours puis, heureusement, nous l'avons remarqué en vérifiant les sauvegardes pendant la récréation. Le groupe « voleur » avait fait des modifications dans le document donc il a fallu en refaire un pour le groupe « volé ». C'était délicat car ce groupe, qui avait travaillé correctement, a continué un travail qui n'était pas celui qu'il avait commencé.

Comme dans la première classe, les élèves ont mis des photos d'eux en fond d'écran, directement dans l'application TI-Nspire. Les photos étaient sombres donc c'était très inconfortable pour travailler car ils devaient tracer leurs fonctions dessus. Ils ne savaient pas comment retirer les photos, nous non plus. Ils ont donc été gênés par leur propre faute pendant une heure. À la pause, nous avons trouvé la solution et l'avons donnée à l'heure suivante.

Certains élèves ont réussi à connecter les tablettes entre elles pour s'envoyer des photos. Quand il a fallu rendre le matériel, ils ont paniqué car ils n'ont pas eu le temps d'effacer les traces de leurs petites bêtises. Certains nous ont même demandé de supprimer les photos avant de rendre les tablettes à ceux qui nous les avaient prêtées.

– **Contenu, matière**

Comme dans la première classe, l'écart entre les rapides et les plus lents s'est creusé avec le temps. Certains ont commencé la construction du triangle avant même de recevoir les consignes (dossier de l'élève, page 4), alors que d'autres étaient encore en train de compléter le premier tableau (dossier de l'élève, p.2).

Contrairement à la première classe, ces deux-ci ont été très perturbées par les radians : « C'est quoi ? C'est normal ? ». Certains voulaient changer tout de suite pour travailler en degrés, d'autres ne s'en souciaient pas dès lors qu'ils savaient que ce n'était pas un problème.

Certains élèves ont extrapolé les consignes et décidé de mesurer plusieurs angles, une fois l'arc de cercle tracé. Or, il n'y avait qu'un seul angle construit à ce moment-là. Ils ont donc tracé un triangle (malheureusement pas celui dont ils ont eu besoin plus tard) pour pouvoir mesurer 3 angles.

Certains élèves ont eu du mal à voir quel triangle ils devaient dessiner, même en ayant les consignes techniques. Bien que ces consignes parlent d'un côté perpendiculaire à l'axe des abscisses, beaucoup d'élèves ont tracé un triangle non rectangle, dont les sommets étaient le centre du cercle, un point sur le cercle et le point d'intersection entre le cercle et l'axe des abscisses positives.

Très souvent, les élèves confondaient la longueur de l'arc de cercle et celle du rayon. Dans l'énoncé, on donne le rayon en unités u , alors qu'il n'apparaît pas explicitement sur le dessin (on le déduit grâce aux graduations sur les axes).

La longueur de l'arc, elle, est aussi mesurée en u et est clairement affichée sur le dessin. Dans les exercices, les élèves pensaient que cette mesure était tantôt celle du rayon, tantôt celle de l'arc. Ils n'ont visiblement pas bien compris ce qu'ils faisaient et ce qu'ils mesuraient.

Beaucoup d'élèves ne lisaient pas les consignes jusqu'au bout. On leur disait *Tu vas faire ceci. Pour cela, utilise ça.* mais ils ne lisaient que la première phrase. Ils nous appelaient ensuite pour nous demander comment faire et étaient souvent très étonnés que la réponse soit donnée dans la suite de l'énoncé.

Aucun élève n'a pensé à la formule $C = 2\pi r$ pour justifier le fait que l'arc augmente avec le rayon. Très peu se souvenaient d'ailleurs de la formule en elle-même.

Beaucoup d'élèves ont eu du mal à convertir les degrés en radians et inversement. Ils ne voyaient pas que $\pi = 180^\circ$ était une formule qu'ils pouvaient réutiliser. Ils réglaient donc l'angle sur leur dessin puis changeaient les paramètres pour changer d'unités, ce qui prenait énormément de temps car ils devaient être précis dans les réglages d'amplitudes.

En 0° , 90° et 180° , le triangle ne se dessine pas bien car il s'aplatit jusqu'à devenir un seul segment. Les élèves voyaient qu'il « n'y avait plus rien » mais ne pensaient pas que cela impliquait qu'un côté du triangle avait une longueur nulle. Nous leur avons montré ce qu'il se passait en s'approchant de plus en plus de ces amplitudes : ils voyaient ainsi que la longueur d'un côté augmentait jusqu'à atteindre 1 unité, tandis qu'une autre diminuait jusqu'à 0. C'était très facile à faire grâce à la tablette ; il suffisait de tirer sur un sommet du triangle et de s'approcher doucement d'un point critique. Comme les longueurs des côtés se calculaient instantanément, l'explication devenait évidente.

– Discussion avec l'enseignant

L'enseignant trouvait que les élèves qui avaient le moins aimé la leçon étaient ceux qui, en général, travaillaient le mieux en classe. Ces élèves ont-ils perdu leurs repères dans cet environnement si différent du cours habituel ?

Les élèves avaient l'impression de ne rien avoir appris mais il a noté, lors de la synthèse, qu'ils avaient assimilé beaucoup de notions. Il a ajouté que, d'habitude, la trigonométrie en quatrième était une matière que les élèves trouvaient difficile. Or, après la synthèse, ils ont dit que c'était une matière facile !

4.1.2 Réflexions personnelles

4.1.2.1 Praticité

Nous avons remarqué qu'il était indispensable de tenir une liste des élèves pour savoir qui travaillait avec quelle tablette. Ainsi, chaque groupe récupérait rapidement sa tablette grâce au numéro de celle-ci. Contrairement aux feuilles de papier, on ne pouvait pas noter le nom des élèves sur les tablettes pour en faciliter la distribution.

Le changement de local nous a semblé compliqué. En effet, il fallait récupérer les tablettes et s'assurer qu'elles avaient toutes été rendues, puis il fallait les ranger convenablement dans la valise et enfin les ressortir une fois arrivés dans le nouveau local. Cela prenait beaucoup de temps.

Nous avons choisi de travailler avec l'application TI-Nspire car elle permettait de partager facilement des documents via Dropbox. Dans la pratique, ça n'a pas marché : les tablettes n'étant pas à nous, nous n'avons pas configuré de compte Dropbox et il était donc impossible de profiter de cette facilité. Nous avons alors choisi de nous envoyer les travaux par e-mail mais à nouveau, il fallait configurer un compte de messagerie sur chaque tablette. Il a fallu plusieurs heures pour récupérer tous les travaux, alors que cela aurait dû être très rapide.

4.1.2.2 Déroulement

Nous pensons que la leçon sera peut-être plus difficile à donner seul si les élèves ne maîtrisent pas encore l'outil. En effet, nous étions deux enseignants dans la classe et les élèves nous appelaient sans cesse. Cependant, s'il n'y avait eu qu'un seul enseignant, peut-être que les élèves auraient réfléchi plus longtemps à leur problème plutôt que d'attendre que l'on vienne les aider.

Nous avons également remarqué l'importance de la préparation de l'enseignant. En effet, la différence entre les deux enseignants (l'un qui n'avait jamais utilisé l'application et l'autre qui la maîtrisait très bien) était très visible. Nous pensons qu'à cause de cela, les élèves de la première classe n'ont pas su travailler aussi efficacement que les autres.

Ce qui nous a le plus gêné lors de la leçon est l'écart grandissant entre les plus rapides et les plus lents. En effet, certains élèves sont arrivés au bout du dossier alors que d'autres avaient à peine commencé la deuxième partie. À la fin, il y avait donc une différence de taille entre les matières découvertes par chacun. Ce qui nous a le plus plu est que la grande majorité des élèves était au travail.

Ce qui nous a le plus étonné lors de la leçon est le fait que les élèves ne lisaient pas les consignes convenablement et qu'ils les appliquaient sans se poser de questions. Nous étions souvent appelés pour devoir dire aux élèves que la réponse à leur question se trouvait dans les consignes. Nous étions donc venus près d'eux « pour rien » et c'était dommage pour les élèves qui attendaient des réponses à des questions plus pertinentes.

Le fait que les élèves prennent des photos ne nous a pas dérangé sur le moment. En effet, il y a une icône « appareil photo » dans l'application TI-Nspire elle-même, donc nous pouvions nous attendre à ce que les élèves soient tentés. Cependant, des élèves ont quitté l'application pour prendre des photos autrement et les sauvegarder sur les tablettes. C'est alors devenu gênant car nous leur avions demandé de ne pas utiliser d'autres applications. De plus, vu le nombre de photos découvertes après les cours, ils ont dû passer un temps considérable à les prendre. La tentation était probablement très grande pour eux et il aurait fallu prendre des mesures pour verrouiller les applications inutiles à la leçon.

4.1.2.3 Améliorabilité

Nous pensons que la tablette est un bon outil pour l'introduction à une matière car elle permet de voir plusieurs cas différents, très précisément et rapidement. Cependant, donner quatre heures de cours d'un seul coup à des élèves qui n'avaient jamais utilisé cet outil pour faire des mathématiques, c'était probablement un peu long. Nous aurions pu commencer par une heure d'introduction à la tablette pendant laquelle les élèves auraient découvert l'application sans avoir de consignes précises à respecter. Nous aurions également pu faire le travail en deux fois : une partie sur le cercle trigonométrique, à synthétiser avant de passer à une partie sur les fonctions trigonométriques. Dans le chapitre 5, nous proposerons une nouvelle version de la leçon, tenant compte de ces remarques.

4.2 Avis des élèves

Nous avons interrogé nos 73 élèves sur ce qu'ils pensaient des tablettes pour le cours de mathématiques. Un premier questionnaire, distribué avant la séquence, demandait aux élèves leur avis sur les tablettes en général et s'ils pensaient que cet outil aurait une influence sur leur façon de travailler (vitesse, concentration, etc). Un second questionnaire leur demandait ce qu'ils avaient pensé de la leçon et si la tablette avait effectivement modifié leur façon de travailler. Les questionnaires distribués sont disponibles en annexe B.

Dans notre analyse des réponses, nous ferons parfois des comparaisons entre les 3 classes de quatrième. Gardons donc à l'esprit que la 4^eC était la première à tester la leçon, la 4^eA était la classe composée uniquement de filles et la 4^eB était la classe mixte testant la leçon en même temps que la 4^eA.

4.2.1 Analyse du premier questionnaire

4.2.1.1 Profil des élèves

Pour toi, les maths sont très faciles, faciles, difficiles, très difficiles ?

Près de la moitié des élèves (33 sur 73) trouvent que les mathématiques sont difficiles et près d'un tiers des élèves (21 sur 73) pensent qu'elles sont faciles. Seuls 4 élèves sur 73 les trouvent très faciles, et 9 élèves les trouvent très difficiles. Quelques élèves (6 sur 73) ont donné une réponse qui n'était pas dans les propositions : « Moyennes ». Enfin, l'un des élèves n'a pas répondu à la question. Ces résultats sont illustrés sur la figure 4.1².

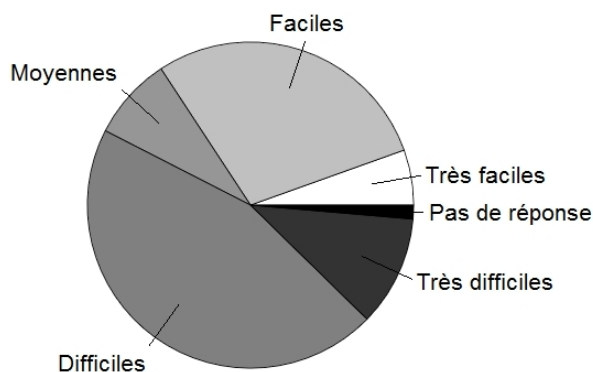


FIGURE 4.1 – Niveau de difficulté des mathématiques

Attardons-nous sur la répartition des réponses selon les classes. En 4^eA comme en 4^eC, la majorité des élèves trouvent que les mathématiques sont difficiles. En 4^eB, au contraire, plus de la moitié des élèves les trouvent faciles ou très faciles. Les diagrammes de la figure 4.2 illustrent ces propos.

2. Tous les graphiques de cette section ont été réalisés avec le logiciel SAS Enterprise Guide.



FIGURE 4.2 – Niveau de difficulté des mathématiques, par classe

As-tu déjà fait des maths sur ordinateur ?
Si oui, est-ce que ça t'a plu ?

Certains élèves ont déjà fait des mathématiques sur ordinateur ; nous en avons compté 17, soit 23.3 % de notre échantillon. Parmi eux, 4 ont utilisé un CD-Rom reçu avec un manuel de maths du premier degré et 5 sont allés sur des sites internet. Un seul avait déjà utilisé Geogebra³.

Sur les 17 élèves, 9 étaient en 4^eA, 5 en 4^eB et 3 en 4^eC. Parmi eux, 10 affirment que faire des maths sur ordinateur leur a plu.

As-tu déjà utilisé une tablette tactile ? Y en a-t-il une chez toi ?

Près des 3/4 des élèves ont déjà utilisé une tablette (55 sur 73, soit 73.3%) et plus de la moitié ont une tablette à la maison (49 sur 73, soit 67,1%).

En analysant les résultats classe par classe, nous constatons que, dans chaque classe, plus de la moitié des élèves ont déjà utilisé une tablette. La 4^eC se distingue légèrement des autres en comptant le plus d'élèves n'ayant jamais utilisé de tablette et le moins d'élèves en ayant une à la maison. Ces résultats sont illustrés par les figures 4.3 et 4.4.

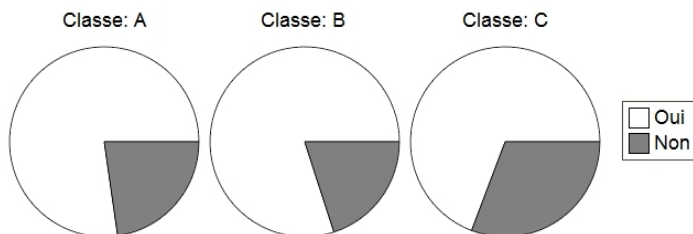


FIGURE 4.3 – Élèves ayant déjà utilisé une tablette, par classe

3. Logiciel de géométrie dynamique gratuit, similaire à l'application utilisée dans notre leçon

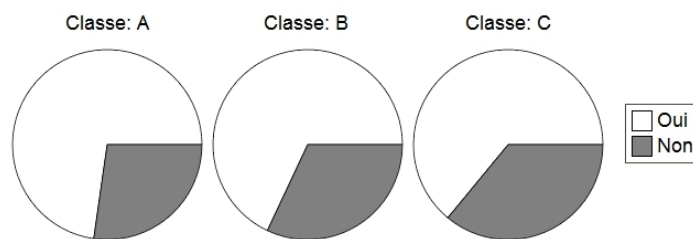


FIGURE 4.4 – Élèves ayant une tablette à la maison, par classe

Aux 55 élèves qui avaient déjà utilisé une tablette, nous avons posé les trois questions suivantes.

À quelle fréquence l'utilises-tu ? Qu'as-tu déjà fait avec ?
As-tu envie de t'en servir pour l'école ?

La figure 4.5 nous montre que près de la moitié de ces élèves s'en servent plus d'une fois par semaine et 20% des élèves l'utilisent moins d'une fois par mois.

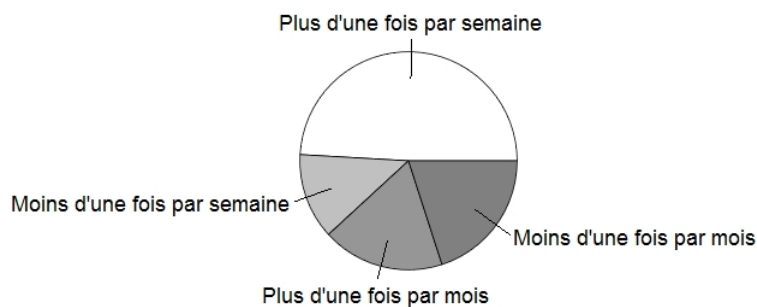


FIGURE 4.5 – Fréquence d'utilisation des tablettes

Les élèves s'en servent essentiellement pour aller sur internet (94,5%) et jouer (80%). Certains prennent aussi des photos (52,7%) et travaillent pour l'école (23,6%). Nous avons compté 44 élèves souhaitant utiliser la tablette à l'école ; sur les 55 ayant déjà utilisé une tablette, cela représente 80% de l'échantillon.

Aux élèves qui n'avaient jamais utilisé de tablette, nous avons posé les 3 questions suivantes.

Est-ce que les tablettes t'intéressent ? Trouves-tu que ça a l'air facile à utiliser ? As-tu envie de t'en servir pour l'école ?

Normalement, nous aurions dû obtenir les réponses de 18 élèves mais certains ont répondu à ces questions alors qu'ils avaient déjà utilisé une tablette. Nous analyserons donc les résultats de 20 individus. Parmi eux, 18 sont intéressés par l'outil (90% de l'échantillon), 15 trouvent que ça a l'air facile à utiliser (75%) et 19 ont envie de s'en servir à l'école (95%).

4.2.1.2 Attentes des élèves

Les dernières questions de ce premier questionnaire ont été posées à tous les élèves.

En faisant des mathématiques avec une tablette,
penses-tu que tu travailleras mieux ?

La moitié des élèves (37 sur 73) pensent que la tablette ne changera rien à leur travail. La plupart des autres élèves (27 sur 73, soit 37%) pensent qu'ils travailleront mieux grâce à elle. Ces résultats sont représentés sur la figure 4.6. Notons que l'un des élèves a dit ne pas savoir répondre à la question.

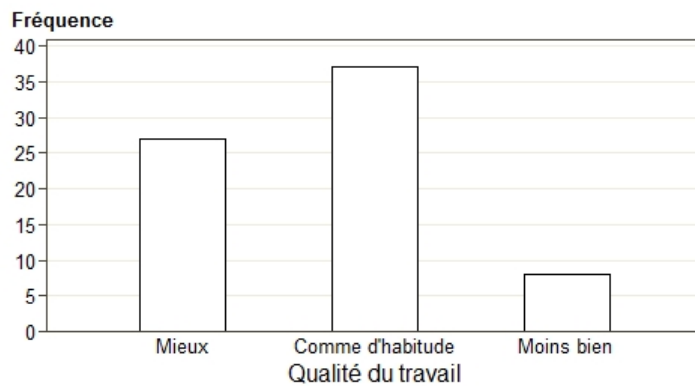


FIGURE 4.6 – Qualité du travail avec une tablette

En faisant des mathématiques avec une tablette,
penses-tu que tu travailleras plus vite ?

Près de la moitié des élèves pensent qu'ils travailleront plus vite (31 élèves sur 73). Parmi les autres, 25 pensent qu'ils travailleront aussi vite que d'habitude. La figure 4.7 illustre ces résultats.

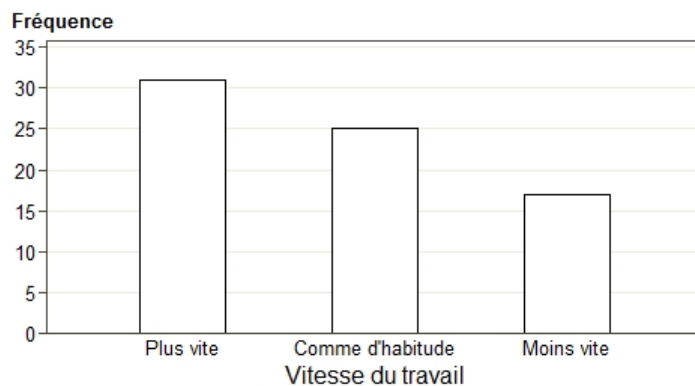


FIGURE 4.7 – Vitesse du travail avec une tablette

En faisant des mathématiques avec une tablette,
penses-tu que tu comprendras mieux ?

La majorité des élèves pensent que les tablettes ne changeront pas leur compréhension des mathématiques (44 élèves sur 73). La plupart des autres pensent qu'ils comprendront mieux (24 sur 73). La figure 4.8 illustre ces réponses. Notons que l'un des élèves n'a pas répondu à la question.

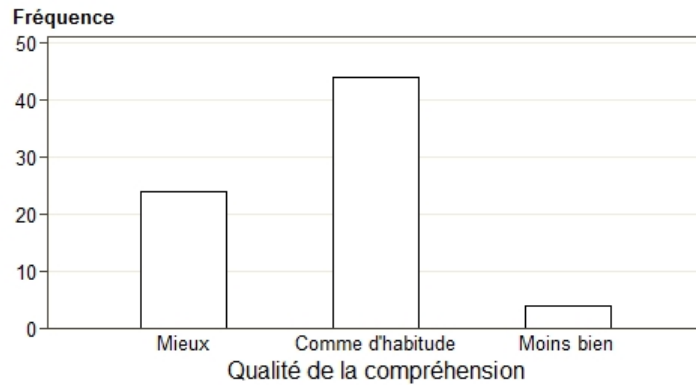


FIGURE 4.8 – Qualité de la compréhension avec une tablette

En faisant des mathématiques avec une tablette,
penses-tu que tu seras plus motivé(e) ?

La majorité des élèves pensent qu'ils seront plus motivés s'ils travaillent avec une tablette (45 élèves sur 73) et seuls 3 élèves pensent qu'ils seront moins motivés. Ces résultats sont repris sur la figure 4.9.

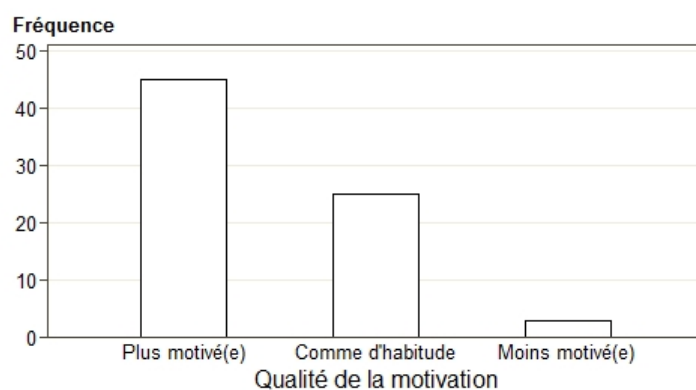


FIGURE 4.9 – Qualité de la motivation avec une tablette

En faisant des mathématiques avec une tablette,
penses-tu que tu seras plus concentré(e) ?

La réponse la plus fréquente est « Comme d’habitude » (31 élèves sur 73). Les réponses « Oui » et « Non » ont été données de façon équilibrée, comme illustré sur la figure 4.10.

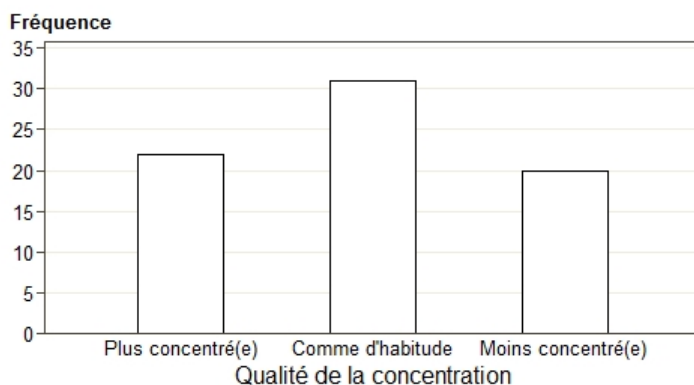


FIGURE 4.10 – Qualité de la concentration avec une tablette

En faisant des mathématiques avec une tablette,
penses-tu que le cours sera plus amusant ?

La réponse la plus fréquente est « Oui » (55 sur 73) et seuls 2 élèves ont répondu « Non ». Les autres pensent que ce sera comme d’habitude. La figure 4.11 illustre ces résultats.

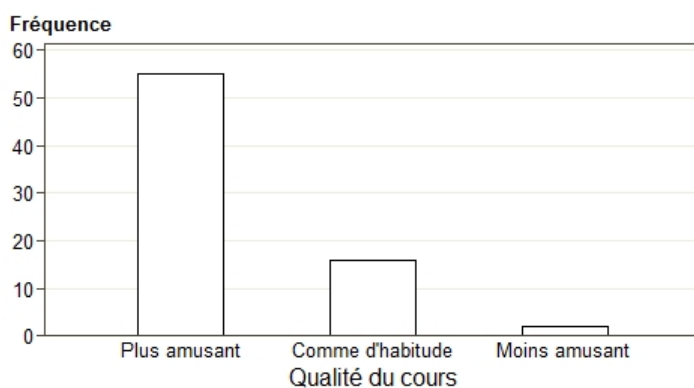


FIGURE 4.11 – Qualité du cours avec une tablette

En faisant des mathématiques avec une tablette,
penses-tu que le cours sera plus facile ?

Très peu d'élèves pensent que les tablettes changeront la difficulté du cours de mathématiques (19 sur 73, soit 26%). Ce résultat est représenté sur la figure 4.12. Notons qu'un élève n'a pas répondu et qu'un autre disait ne pas savoir répondre.

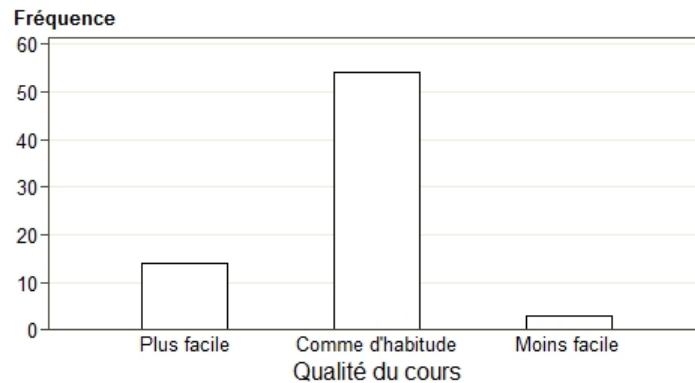


FIGURE 4.12 – Difficulté du cours avec une tablette

Conclusion

Environ 75% des élèves que nous avons interrogés n'avaient jamais fait de mathématiques sur ordinateur. Nous pouvons donc penser que notre expérience était quelque chose d'assez nouveau pour eux. La majorité de nos élèves avaient déjà utilisé une tablette et/ou en avaient une chez eux. Nombre d'entre eux s'en servaient plus d'une fois par semaine. L'outil n'était donc pas totalement nouveau pour eux.

Grâce aux dernières questions de ce premier questionnaire, nous remarquons que, généralement, les élèves pensent qu'un cours sur tablette ressemblera à un cours habituel, qu'il sera « Comme d'habitude ». Ils disent malgré tout qu'ils seront plus motivés, qu'ils travailleront plus vite et que le cours devrait être plus amusant.

4.2.2 Analyse du second questionnaire

Certains élèves n'ont rempli qu'un questionnaire sur deux. Nous avons 73 élèves pour le premier questionnaire, et 73 pour le second. Parmi eux, seuls 70 ont complété les deux. Lorsque nous comparerons les réponses données avant et après la leçon, nous ne travaillerons donc qu'avec ces 70 individus.

4.2.2.1 Réflexion sur les tablettes

Qu'as-tu particulièrement aimé pendant les cours avec tablette ?
--

Cette question étant ouverte, nous avons reçu des réponses assez diverses. Parmi ces réponses, celles qui ont été données plusieurs fois sont les suivantes (la fréquence des réponses, pour 73 élèves, est entre parenthèses) :

- la manipulation de la tablette et des applications, et la prise de photos (14),
- le fait que la tablette calcule directement des réponses et trace précisément des figures, sans qu'on doive le faire soi-même (13),
- la nouvelle manière d'apprendre, le changement par rapport aux cours habituels (9),
- le travail en groupe (8),
- le fait que ce soit ludique et interactif, donc que l'on reste concentré (8),
- l'attirance pour les nouvelles technologies (3),
- la facilité et la propreté des corrections quand on a fait une erreur (3).

Qu'est-ce qui ne t'a pas plu pendant les cours avec tablette ?
--

À nouveau, nous avons reçu de nombreuses réponses différentes. Parmi celles-ci, nous retiendrons les suivantes :

- c'est difficile à utiliser, il faut du temps pour s'habituer au tactile et aux manipulations (25),
- c'est difficile d'être précis à cause du tactile, il faut avoir des petits doigts (13),
- la tablette faisait beaucoup de choses toute seule, on ne comprenait pas forcément ce qu'on faisait et on ne réfléchissait pas assez (13),
- on se lasse vite de la tablette, surtout quand ça ne fait pas ce qu'on veut (5),
- on n'a pas bien appris car c'est la tablette qui faisait tout le travail, pas vraiment nous (5).

La matière apprise avec la tablette t'a semblée très difficile, difficile, facile, très facile ?
--

La plupart des élèves ont trouvé la matière difficile ou très difficile (45 élèves sur 73, soit 62%). Analysons ces réponses classe par classe avec la figure 4.13.

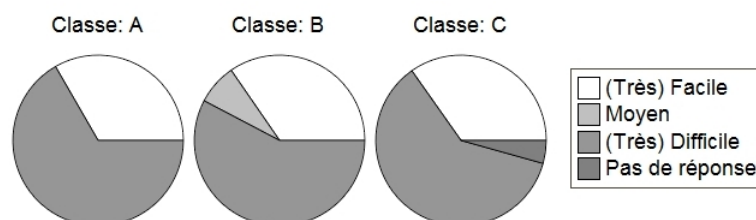


FIGURE 4.13 – Difficulté de la matière, par classe

Dans les trois classes, la tendance est la même : environ un tiers des élèves ont trouvé la matière facile ou très facile. En 4^eB, deux élèves ont proposé une réponse qui n'était pas dans le choix multiple : « Moyen ». Notons également qu'un élève de 4^eC s'est abstenu de répondre.

Utiliser la tablette pour faire des maths t'as semblé très compliqué, compliqué, pratique, très pratique ?

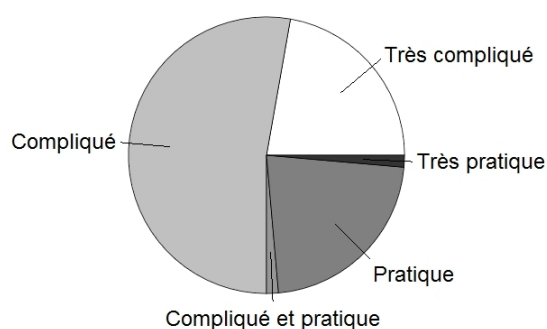


FIGURE 4.14 – Praticité de la tablette

La figure 4.14 nous montre que 75% des élèves ont trouvé que c'était (très) compliqué d'utiliser la tablette et les autres ont trouvé que c'était pratique. Un seul élève a trouvé cela très pratique.

Est-ce que travailler sur tablette t'a semblé fatigant ?

La majorité des élèves n'a pas trouvé la leçon fatigante (43 sur 73, soit 59%). Notons que deux élèves n'ont pas répondu à cette question. Grâce à la figure 4.15, nous savons que la classe de 4^eC semble avoir été la moins fatiguée et que dans les autres classes, les réponses sont plutôt équilibrées.



FIGURE 4.15 – Fatigue due à la tablette

As-tu dû demander beaucoup d'aide à ton voisin ou au professeur ?
 Le plus souvent, quand tu demandais de l'aide, c'était parce que tu ne comprenais pas la matière ou bien tu n'arrivais pas à utiliser la tablette ?

De nombreux élèves ont dû demander beaucoup d'aide (51 élèves sur 73, soit 70%). Environ un élève sur cinq a demandé autant d'aide que d'habitude (16 élèves, soit 22%).

Grâce à la figure 4.16, nous observons que l'aide demandée était principalement liée à la tablette. En effet, 49 élèves ont essentiellement demandé de l'aide pour la tablette (soit 67%), 15 élèves ont essentiellement demandé de l'aide pour la tablette et la matière (soit 21%) et 8 élèves ont demandé de l'aide pour la matière principalement (11%). Notons qu'un élève n'a pas répondu à la question.

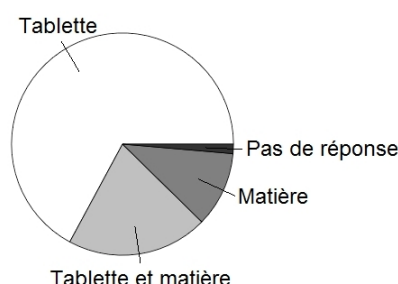


FIGURE 4.16 – Raisons pour demander de l'aide

Aurais-tu préféré que le cours soit donné comme d'habitude, sans tablette ? Pourquoi ?

Parmi les 73 élèves, 22 ont répondu « Non » (soit 30%), 42 ont répondu « Oui » (soit 58%) et 9 n'avaient pas d'avis.

Les élèves qui ont répondu « Non » disaient que ça valait la peine de faire des maths d'une autre manière, que c'était plus intéressant de travailler sur tablette, que c'était plus amusant et plus motivant, que c'est un moyen d'évoluer avec son temps. Ils ont aimé le fait de ne pas faire toutes les figures à la main et d'avoir un dossier pour pouvoir avancer à leur rythme, gérer leur temps. Enfin, ils trouvaient que la matière était facile à comprendre grâce à la tablette, ils ont l'impression d'avoir mieux appris et ils ont pu voir plusieurs cas différents en ne changeant qu'un paramètre sur leur schéma.

Les élèves qui ont répondu « Oui » auraient préféré tracer eux-mêmes les schémas et travailler sur leurs feuilles. Beaucoup disaient manquer de pratique pour travailler sur ordinateur ou sur tablette. Certains ont affirmé qu'ils ne travaillaient pas vraiment quand ils utilisaient les tablettes et qu'ils étaient vite distraits. De plus, la tablette ne donnait pas d'explications et elle était difficile à utiliser ; ils ont eu l'impression de travailler beaucoup plus lentement que sur papier. Enfin, ils avaient l'impression qu'ils ne pouvaient pas participer au cours comme d'habitude en posant leurs questions, répondant au prof, etc, et ils préféreraient garder l'électronique pour la maison, pas pour l'école.

Conclusion

Les avis sur la leçon sont assez partagés. Ce que certains élèves ont aimé dans les cours sur tablette, d'autres l'ont détesté, et inversement. Par exemple, certains élèves ont aimé que la tablette calcule directement des données ou qu'elle trace précisément les figures. D'autres n'ont pas compris ce que la tablette calculait et auraient préféré tracer les figures sur des feuilles.

Les élèves semblent avoir eu du mal à comprendre ce que faisait la tablette. Pourtant, ils ont tout construit seuls et la tablette ne faisait que leur donner des mesures (longueurs de côtés, amplitudes d'angles, rayons de cercles,...). Ils semblent ne pas avoir compris pourquoi ils utilisaient tel ou tel outil alors que les consignes étaient formulées comme : *Tu vas maintenant faire ceci. Pour cela, utilise cet outil-là.*

Les élèves ont eu du mal à s'habituer au fonctionnement de la tablette, surtout au tactile et aux nombreuses manipulations. Ces manipulations seraient similaires sur ordinateur, elles ne sont pas propres à la tablette. La difficulté vient peut-être du manque d'entraînement ; s'ils faisaient plus souvent des maths sur ordinateurs (ou sur tablettes), ils seraient probablement plus habitués au fonctionnement d'un logiciel de géométrie dynamique.

Certains élèves ont trouvé le cours ludique et amusant car c'était différent de ce qu'ils faisaient d'habitude. Cependant, plusieurs élèves se sont plaints d'avoir eu accès à d'autres applications que TI-Nspire car cela les distrait. Enfin, quelques élèves préféreraient garder les tablettes pour la maison et ne pas s'en servir à l'école.

Dans d'autres commentaires notés sur les questionnaires, nous avons remarqué que, pour certains, les tablettes seraient très utiles à l'école mais pas pour le cours de maths car c'est déjà un cours difficile. Si on y ajoute la complexité de la tablette, cela fait beaucoup de choses à gérer.

4.2.2.2 Comparaison entre les attentes des élèves et leurs impressions après le cours

À partir d'ici, nous allons comparer les deux questionnaires grâce à des questions similaires posées avant et après la séquence. Comme annoncé plus tôt, nous travaillerons avec 70 individus.

En faisant des mathématiques avec une tablette,
penses-tu que tu as mieux travaillé ?

		Questionnaire 2				
		Mieux	Comme d'habitude	Moins bien	Pas de réponse	TOTAL
Quest. 1	Mieux	7	12	6	0	25
	Comme d'habitude	2	12	22	1	37
	Moins bien	1	0	6	0	7
	Ne sais pas	1	0	0	0	1
	TOTAL	11	24	34	1	70

TABLE 4.1 – Qualité du travail avec une tablette

La table 4.1 nous montre que 45 élèves sur 70 ont changé d'avis après avoir suivi la leçon. Pour le questionnaire 1, 36% des élèves pensaient qu'ils travailleraient mieux avec une tablette, ils ne sont plus que 16% dans le questionnaire 2. Pour le questionnaire 1, 53% des élèves pensaient qu'ils travailleraient comme d'habitude, ils ne sont plus que 34%. Enfin, 10% des élèves pensaient qu'ils travailleraient moins bien avec une tablette, alors que 49% disent qu'ils ont effectivement moins bien travaillé.

La table nous indique également que sur les 25 élèves ayant répondu « Mieux » dans le premier questionnaire, 7 n'ont pas changé d'avis et 12 (soit près de la moitié) affirment avoir travaillé comme d'habitude. Il n'y a que 6 élèves qui pensaient travailler mieux mais qui disent avoir travaillé moins bien.

Parmi les 37 élèves qui pensaient travailler comme d'habitude, 12 n'ont pas changé d'avis mais 22 (soit près de 60%) affirment avoir moins bien travaillé. Il y a aussi 2 élèves qui affirment finalement avoir mieux travaillé.

Enfin, sur les 7 élèves qui pensaient travailler moins bien, 6 n'ont pas changé d'avis et le dernier pense avoir mieux travaillé. Notons également qu'un élève n'a pas répondu à la question dans le second questionnaire.

En faisant des mathématiques avec une tablette,
penses-tu que tu as travaillé plus vite ?

La table 4.2 nous indique que 66% des élèves ont changé d'avis après avoir suivi la leçon. Dans le questionnaire 1, la réponse « Plus vite » était la plus fréquente (avec 43%), suivie de « Comme d'habitude » (33 %). Dans le questionnaire 2, c'est la réponse « Moins vite » qui a été la plus donnée (71%), suivie de « Plus vite » (19%).

		Questionnaire 2			
		Plus vite	Comme d'habitude	Moins vite	Total
Quest. 1	Plus vite	8	3	19	30
	Comme d'habitude	4	2	17	23
	Moins vite	1	2	14	17
	TOTAL	13	7	50	70

TABLE 4.2 – Vitesse du travail avec une tablette

En faisant des mathématiques avec une tablette,
penses-tu que tu as mieux compris ?

		Questionnaire 2			
		Mieux	Comme d'habitude	Moins bien	TOTAL
Quest. 1	Mieux	4	6	13	23
	Comme d'habitude	3	18	21	42
	Moins bien	0	0	4	4
	Pas de réponse	0	0	1	1
	TOTAL	7	24	39	70

TABLE 4.3 – Qualité de la compréhension avec une tablette

La table 4.3 montre que 60% des élèves pensaient qu'ils comprendraient mieux alors que 56% pensent finalement avoir moins bien compris. Sur 42 élèves pensant qu'ils comprendraient comme d'habitude, seuls 3 affirment avoir mieux compris (soit 7%) alors que 21 disent avoir moins bien compris (soit 50%). Dans la même tendance, sur les 23 élèves qui pensaient mieux comprendre, seuls 4 n'ont pas changé d'avis (soit 17%) et 13 affirment avoir moins bien compris (soit 57%).

En faisant des mathématiques avec une tablette,
étais-tu plus motivé(e) ?

		Questionnaire 2			
		Plus motivé(e)	Comme d'habitude	Moins motivé(e)	Total
Quest. 1	Plus motivé(e)	33	6	4	43
	Comme d'habitude	8	8	8	24
	Moins motivé(e)	0	0	3	3
	TOTAL	41	14	15	70

TABLE 4.4 – Qualité de la motivation avec une tablette

La table 4.4 nous montre que la réponse la plus donnée dans le questionnaire 1 est « Plus motivé(e) » et que c'est toujours le cas dans le questionnaire 2. Sur les 43 élèves qui avaient répondu cela dans le premier questionnaire, 33 n'ont pas changé d'avis (soit 77%) et 6 disent avoir été aussi motivés que d'habitude (soit 14%). Seuls

4 disent avoir été moins motivés (soit 9 %). Chez les 24 élèves qui avaient répondu « Comme d'habitude » dans le questionnaire 1, les réponses du questionnaire 2 se répartissent parfaitement en 3 tiers. Enfin, les 3 élèves qui pensaient être moins motivés n'ont pas changé d'avis.

En faisant des mathématiques avec une tablette,
étais-tu plus concentré(e) ?

		Questionnaire 2			
		Plus concentré(e)	Comme d'habitude	Moins concentré(e)	Total
Quest. 1	Plus concentré(e)	9	6	6	21
	Comme d'habitude	6	6	17	29
	Moins concentré(e)	0	1	19	20
	TOTAL	15	13	42	70

TABLE 4.5 – Qualité de la concentration avec une tablette

Grâce à la table 4.5, nous savons que la réponse la plus fréquente dans le questionnaire 1 est « Comme d'habitude » (avec 41%) alors que dans le questionnaire 2, c'est « Moins concentré(e) » (avec 60%).

Sur les 21 élèves qui pensaient être plus concentrés, 9 n'ont pas changé d'avis (42%), 6 ont été aussi concentrés que d'habitude (29%) et 6 ont été moins concentrés. Sur les 29 élèves qui pensaient être aussi concentrés que d'habitude, 6 affirment avoir été plus concentrés (21%), 17 disent avoir été moins concentrés (59%) et 6 n'ont pas changé d'avis. Enfin, sur les 20 élèves qui pensaient être moins concentrés, un seul a changé d'avis et pense avoir travaillé comme d'habitude.

En faisant des mathématiques avec une tablette,
penses-tu que le cours était plus amusant ?

		Questionnaire 2			
		Plus amusant	Comme d'habitude	Moins amusant	Total
Quest. 1	Plus amusant	44	3	5	52
	Comme d'habitude	10	2	4	16
	Moins amusant	0	0	2	2
	TOTAL	54	5	11	70

TABLE 4.6 – Qualité du cours avec une tablette

La table 4.6 montre que dans les deux questionnaires, la majorité des élèves pensent que le cours sur tablette est plus amusant.

Parmi les 52 élèves qui le pensaient dans le premier questionnaire, 5 ont finalement trouvé le cours moins amusant (soit un peu moins de 10%) et 3 l'ont trouvé comme

d'habitude (soit un peu plus de 5%). Sur les 16 élèves qui pensaient que le cours serait comme d'habitude, 10 l'ont trouvé plus amusant (soit 63 %) et 4 moins amusant (soit 25%). Enfin, ceux qui pensaient qu'il serait moins amusant n'ont pas changé d'avis.

En faisant des mathématiques avec une tablette,
penses-tu que le cours était plus facile ?

		Questionnaire 2				
		Plus facile	Comme d'habitude	Moins facile	Pas de réponse	TOTAL
Quest. 1	Plus facile	3	6	4	0	13
	Comme d'habitude	9	17	25	2	53
	Moins facile	0	0	2	0	2
	Pas de réponse	0	0	1	0	1
	Ne sais pas	0	1	0	0	1
	TOTAL	12	24	32	2	70

TABLE 4.7 – Difficulté du cours avec une tablette

La table 4.7 nous montre que beaucoup d'élèves ont changé d'avis pour répondre « Moins facile » dans le deuxième questionnaire. Avant la leçon, 76% des élèves pensaient que le cours serait comme d'habitude et 3% pensaient qu'il serait moins facile ; après la leçon, ils étaient 34% à trouver le cours comme d'habitude et 46% à le trouver moins facile.

Parmi les 13 élèves qui pensaient que le cours serait plus facile, 6 l'ont trouvé comme d'habitude (45%) et 4 l'ont trouvé moins facile (31%). Parmi les 53 élèves qui pensaient que le cours serait comme d'habitude, 9 l'ont trouvé plus facile (17%) et 25 l'ont trouvé plus difficile (47%). Enfin, les 2 élèves qui pensaient que le cours serait moins facile n'ont pas changé d'avis.

Aimerais-tu utiliser les tablettes plus souvent pour le cours de maths ?

La majorité des élèves ne voudrait pas utiliser la tablette plus souvent pour le cours de maths. Quand on regarde la répartition par classe sur la figure 4.17, on voit que la tendance est très différente d'une classe à l'autre. En 4^eA, 78% des élèves ne veulent pas utiliser la tablette plus souvent. Les classes de 4^eB et 4^eC, elles, ont des comportements parfaitement opposés ; 39% des élèves de 4^eB veulent utiliser la tablette plus souvent alors que 39% des élèves de 4^eC ne veulent pas.



FIGURE 4.17 – Utiliser la tablette plus souvent, par classe

Conclusion

La plupart des élèves ont trouvé la matière difficile et l'utilisation de la tablette compliquée. Quand ils demandaient de l'aide, c'était principalement parce qu'ils ne savaient pas bien manipuler la tablette.

Grâce aux questions communes aux deux questionnaires, nous remarquons que beaucoup d'élèves ont changé d'avis après avoir suivi le cours. En effet, dans le premier questionnaire, de nombreux élèves pensaient que le cours sur tablette serait similaire à un cours habituel mais ce n'est plus le cas dans le deuxième questionnaire. La plupart des élèves pensent avoir travaillé moins bien, avoir moins bien compris que d'habitude et avoir été moins concentrés. Ils affirment cependant avoir été plus motivés et ont trouvé le cours plus amusant.

Chapitre 5

Révision du scénario

Suite à nos réflexions détaillées dans le chapitre 4, nous avons retravaillé la séance de trigonométrie puis nous l'avons à nouveau testée. Cette fois, nous donnions cours aux étudiants de l'agrégation en mathématiques. L'objectif était d'avoir des avis d'enseignants, à confronter avec ceux des élèves.

5.1 Premières modifications

Les nouvelles versions des fiches, tenant compte de toutes les modifications décrites ci-dessous, ne sont pas tellement différentes de celles qui seront présentées à la fin du travail. Nous ne les insérons donc pas dans le mémoire, en évitant une lecture trop répétitive.

5.1.1 Nouveau contenu

Sur base des dossiers complétés par les élèves de quatrième, nous avons remplacé certaines questions ouvertes par des questions à choix multiples. En effet, plusieurs élèves n'avaient pas répondu à ces questions ou bien avaient clairement écrit « Je ne sais pas ». Nous avons donc analysé les réponses des autres élèves et en avons sélectionné quelques-unes, bonnes ou mauvaises, pour établir les choix multiples.

Nous avons ajouté un court dossier préparatoire à la séance, à lire à la maison et permettant aux élèves de savoir à quoi s'attendre. Ce dossier présente les objectifs de la séance, introduit l'application TI-Nspire et fait appel aux souvenirs des élèves concernant la trigonométrie dans le triangle rectangle.

Nous avons également ajouté une synthèse que les élèves pourront pratiquement compléter seuls, pour structurer leurs découvertes. Cette synthèse est divisée en 3 parties : les radians, le cercle trigonométrique et les fonctions trigonométriques. En les complétant au fur et à mesure, les élèves se rendront compte de ce qu'ils ont appris. En corrigeant la synthèse, l'enseignant pourra aussi évaluer le travail fourni par les élèves.

Enfin, nous avons actualisé la fiche du professeur. Grâce à nos expériences, nous pouvons mieux prévoir les réactions et les problèmes des élèves donc nous en informons le plus possible l'enseignant. À la fin de la fiche, nous avons aussi ajouté un correctif de la fiche de l'élève.

5.1.2 Nouvelle organisation

L'application TI-Nspire a été mise à jour plusieurs fois depuis le début de notre travail. Nous avons profité de ces mises à jours pour adapter les moyens de sauvegarde des travaux des élèves. Il est maintenant possible de sauvegarder les schémas, les graphiques et le tableur au format PDF. Les élèves peuvent donc avoir une trace de leur travail, statique mais lisible sans la tablette.

Nous avons scindé la leçon en deux grandes parties : le cercle trigonométrique et les fonctions trigonométriques. Après chaque partie, les élèves sont invités à compléter les points de la synthèse correspondants. Désormais, la version révisée de la fiche élève comprend donc un dossier préparatoire à lire à domicile, un premier dossier à compléter en classe (sur les radians et le cercle trigonométrique), un deuxième dossier à compléter en classe (sur les fonctions trigonométriques) et une synthèse à compléter en classe et/ou à domicile.

5.1.3 Nouveaux détails

Nous avons mieux détaillée la construction de l'arc de cercle, expliquant clairement quel devait être le point intermédiaire.

Nous ne demandons plus aux élèves de trouver la formule $\mathcal{C} = 2\pi r$, marquant la dépendance entre la circonférence et le rayon du cercle. Nous la donnons directement et expliquons brièvement pourquoi elle justifie que la longueur de l'arc augmente avec le rayon.

Nous avons reformulé la consigne indiquant que le tableau degrés-radians-cosinus-sinus-tangente ne devait pas être rempli en une fois.

Dans les rappels sur la trigonométrie dans le triangle rectangle, nous avons ajouté une question pour insister sur la cas particulier d'une hypoténuse de longueur 1.

Des détails ont été ajoutés concernant les quadrants et les schémas utilisés pour les illustrer sont maintenant plus fournis. Les élèves peuvent pratiquement les compléter seuls, n'ayant plus forcément besoin d'une institutionnalisation pour avancer.

Après le remplissage du tableur, grâce à l'outil **Remplir**, nous demandons aux élèves d'expliquer ce que fait cet outil. Nous espérons qu'ils comprendront ainsi que la tablette ne leur donne pas bêtement des réponses.

5.2 Seconde expérimentation du scénario, avec de futurs enseignants

Nous avons utilisé la nouvelle version de la fiche-élève pour faire une expérience avec les étudiants de l'agrégation. Tout comme pour les expériences dans les classes de quatrième, nous avons distribué deux questionnaires aux étudiants : un avant le cours et un après. Nous avons trois heures pour leur faire remplir le dossier et nous voulions qu'ils se mettent le plus possible dans la peau d'élèves du secondaire.

5.2.1 Profil des étudiants

Les 11 étudiants ayant participé à l'expérience (6 femmes et 5 hommes) avaient en moyenne 35 ans et ils avaient tous fait des mathématiques sur ordinateur au moins une fois avant l'expérience. Ils ont aimé travailler sur ordinateur et les logiciels les plus utilisés étaient Excel, Geogebra et Matlab. Sept de nos étudiants avaient une tablette à la maison.

Parmi les 11 étudiants, 7 avaient déjà utilisé une tablette et 4 d'entre eux le faisaient très régulièrement (plus d'une fois par semaine). Les autres s'en servaient très rarement (moins d'une fois par mois). Chacune de ces 7 personnes utilisait la tablette pour aller sur internet, 6 s'en servaient aussi pour jouer et 3 pour travailler pour l'école. La majorité souhaitait utiliser les tablettes à l'école (5/7).

Parmi les 4 étudiants n'ayant jamais utilisé de tablette, 2 les trouvaient intéressantes et voulaient s'en servir pour l'école. Les autres trouvaient tout de même qu'elles avaient l'air faciles à utiliser.

5.2.2 Observations générales sur l'expérience

En 2h30, presque tous les étudiants avaient terminé. Ils ont éprouvé des difficultés pour être précis dans les mesures à cause du tactile, comme les élèves du secondaire. Ce n'est pas le seul point commun entre ces expériences : la construction de l'arc de cercle n'a pas été facile, en partie à cause du point intermédiaire et en partie à cause de points placés juste à côté du cercle (et pas *dessus*).

Voici quelques éléments positifs mentionnés dans les questionnaires distribués.

- L'écran de la tablette est plus grand que celui d'une calculatrice graphique.
- On peut zoomer très facilement.
- La leçon est interactive.
- Tout le monde est au travail, chacun à son rythme.
- On fait des maths « autrement ».
- Le cours n'était pas qu'un jeu, on a véritablement travaillé.
- On a construit les connaissances par nous-mêmes.

5.2.3 Analyse des questionnaires

Attardons-nous maintenant sur les questions communes aux deux questionnaires. Rappelons que nous ne travaillons qu'avec 11 individus ; les résultats présentés ne doivent pas être vus comme des statistiques ou des grandes tendances !

En faisant des mathématiques avec une tablette, penses-tu que

- 1) tu travailleras mieux ?
- 2) tu as mieux travaillé ?

La plupart des étudiants (7/11) pensaient qu'ils travailleraient sur tablette comme ils travaillent d'habitude. Deux pensaient qu'ils travailleraient moins bien et deux autres qu'ils travailleraient mieux. Après le cours, les étudiants se sont séparés en deux parties : près de la moitié d'entre eux pensait avoir mieux travaillé (5/11) et l'autre moitié pensait avoir travaillé comme d'habitude (6/11). Plus personne n'a

répondu qu'il avait moins bien travaillé.

Parmi les 7 étudiants qui pensaient travailler comme d'habitude, 5 n'ont pas changé d'avis et 2 ont finalement travaillé mieux que d'habitude. Les étudiants qui pensaient travailler mieux n'ont pas changé d'avis non plus. Enfin, les 2 étudiants qui pensaient travailler moins bien ont soit travaillé mieux, soit comme d'habitude. Ces résultats sont repris dans la table 5.1.

		Questionnaire 2			
		Mieux	Comme d'habitude	Moins bien	TOTAL
Quest. 1	Mieux	2	0	0	2
	Comme d'habitude	2	5	0	7
	Moins bien	1	1	0	2
	TOTAL	5	6	0	11

TABLE 5.1 – Qualité du travail avec une tablette

En faisant des mathématiques avec une tablette, penses-tu que

- 1) tu travailleras plus vite ?
- 2) tu as travaillé plus vite ?

Près de la moitié des étudiants (5/11) pensaient qu'ils travailleraient plus vite avec une tablette. Les autres avaient des avis partagés. Après l'expérience, près de la moitié des étudiants (5/11) pensait avoir travaillé moins vite. Les autres avaient à nouveau des avis partagés.

Parmi les 5 étudiants qui pensaient travailler plus vite, 2 n'ont pas changé d'avis et 2 disent avoir travaillé moins vite. Les impressions des 3 étudiants qui pensaient travailler moins vite ont, elles, été confirmées, comme le mentionne la table 5.2.

		Questionnaire 2				
		Plus vite	Comme d'habitude	Moins vite	Pas de réponse	TOTAL
Quest. 1	Plus vite	2	1	2	0	5
	Comme d'habitude	1	1	0	1	3
	Moins vite	0	0	3	0	3
	TOTAL	3	2	5	1	11

TABLE 5.2 – Vitesse du travail avec une tablette

En faisant des mathématiques avec une tablette, penses-tu que

- 1) tu comprendras mieux ?
- 2) tu as mieux compris ?

La majorité des étudiants (6/11) pensaient qu'ils ne comprendraient pas mieux que d'habitude. L'autre moitié (5/11) pensait mieux comprendre. Aucun étudiant ne pensait qu'il comprendrait moins bien.

Après la leçon, la plupart des étudiants (8/11) pensaient avoir mieux compris et les autres (3/11) disaient avoir compris comme d'habitude. À nouveau, aucun étudiant ne pensait avoir moins bien compris que d'habitude. Ces résultats sont repris dans la table 5.3.

		Questionnaire 2			
		Mieux	Comme d'habitude	Moins bien	TOTAL
Quest. 1	Mieux	4	1	0	5
	Comme d'habitude	4	2	0	6
	Moins bien	0	0	0	0
	TOTAL	8	3	0	11

TABLE 5.3 – Qualité de la compréhension avec une tablette

En faisant des mathématiques avec une tablette, penses-tu que

1) tu seras plus motivé(e) ?

2) tu étais plus motivé(e) ?

Avant l'expérience, les étudiants se divisaient en deux grands groupes : la moitié d'entre eux pensaient qu'ils seraient plus motivés, l'autre moitié qu'ils le seraient autant que d'habitude. Après l'expérience, la plupart des étudiants (8/11) pensaient avoir été plus motivés. Les autres disaient avoir été aussi motivés que d'habitude.

La table 5.4 nous montre que 8 étudiants n'ont pas changé d'avis suite à l'expérience. Les seuls à l'avoir fait pensaient être aussi motivés que d'habitude mais l'ont finalement été plus.

		Questionnaire 2			
		Plus motivé(e)	Comme d'habitude	Moins motivé(e)	TOTAL
Quest. 1	Plus motivé(e)	5	0	0	5
	Comme d'habitude	3	3	0	6
	Moins motivé(e)	0	0	0	0
	TOTAL	8	3	0	11

TABLE 5.4 – Qualité de la motivation avec une tablette

En faisant des mathématiques avec une tablette, penses-tu que

1) tu seras plus concentré(e) ?

2) tu étais plus concentré(e) ?

La majorité des étudiants (8/11) pensaient être aussi concentrés que d'habitude. Parmi les autres, 2 pensaient l'être moins. Après l'expérience, les avis étaient plus partagés. En effet, 4 étudiants disaient avoir été plus concentrés, 4 l'avoir été autant que d'habitude et 3 l'avoir été moins.

Parmi les 8 étudiants qui pensaient être aussi concentrés que d'habitude, 4 n'ont pas changé d'avis et les autres se sont séparés en deux groupes de 2. Notons qu'un des étudiants qui pensaient être moins concentrés disait finalement l'avoir été plus. La table 5.5 reprend tous ces résultats.

		Questionnaire 2			
		Plus concentré(e)	Comme d'habitude	Moins concentré(e)	TOTAL
Quest. 1	Plus concentré(e)	1	0	0	1
	Comme d'habitude	2	4	2	8
	Moins concentré(e)	1	0	1	2
	TOTAL	4	4	3	11

TABLE 5.5 – Qualité de la concentration avec une tablette

En faisant des mathématiques avec une tablette, penses-tu que
1) le cours sera plus amusant ?
2) le cours était plus amusant ?

La plupart des étudiants (8/11) pensaient que le cours sur tablette serait plus amusant que d'habitude. Parmi eux, 7 n'ont pas changé d'avis suite à l'expérience. Avant comme après l'expérience, l'un des étudiants n'a pas répondu à la question mais parmi les autres, aucun n'a dit que le cours serait ou était moins amusant que d'habitude. Ces résultats sont repris dans la table 5.6.

		Questionnaire 2				
		Plus amusant	Comme d'habitude	Moins amusant	Pas de réponse	TOTAL
Quest. 1	Plus amusant	7	1	0	0	8
	Comme d'habitude	1	0	0	1	2
	Moins amusant	0	0	0	0	0
	Pas de réponse	0	1	0	0	1
	TOTAL	8	2	0	1	11

TABLE 5.6 – Qualité du cours avec une tablette

En faisant des mathématiques avec une tablette, penses-tu que
1) le cours sera plus facile ?
2) le cours était plus facile ?

La majorité des étudiants (9/11) pensaient que la difficulté du cours sur tablette serait la même que celle des cours habituels. Les deux autres pensaient que le cours serait plus facile. Après l'expérience, les avis étaient plus partagés ; 4 étudiants ont trouvé le cours plus facile et 6 l'ont trouvé comme d'habitude. Que ce soit dans le premier ou le second questionnaire, personne n'a choisi la réponse « Moins facile ». La table 5.7 reprend ces résultats.

		Questionnaire 2				
		Plus facile	Comme d'habitude	Moins facile	Pas de réponse	TOTAL
Quest. 1	Plus facile	2	0	0	0	2
	Comme d'habitude	2	6	0	1	9
	Moins facile	0	0	0	0	0
	TOTAL	4	6	0	1	11

TABLE 5.7 – Difficulté du cours avec une tablette

5.2.4 Conclusion

Du point de vue de quelques futurs enseignants, très jeunes ou pas, la tablette a de nombreux avantages comme le confort d'utilisation et l'interactivité. Ces étudiants pensent que le travail réalisé durant la leçon est de bonne qualité, plus lent que le travail habituel mais permettant une meilleure compréhension des concepts mathématiques. De plus, un cours comme celui-là les a motivés et leur a paru plus amusant. La plupart d'entre eux aimerait d'ailleurs utiliser les tablettes plus souvent dans les cours de maths.

5.3 Dernières réflexions sur le scénario

Suite à cette dernière expérience, nous avons à nouveau apporté quelques améliorations à notre leçon, nous approchant petit à petit d'une version finale.

5.3.1 Dernières modifications

Les principales modifications engendrées par la seconde expérience sont reprises ci-dessous.

1. Quelques consignes ont été modifiées.
 - La construction du premier objet géométrique (le cercle) est expliquée sous forme de liste d'instructions. Cette liste contient les étapes que l'élève devra suivre pour construire tous ses objets par la suite (d'abord afficher les menus, puis trouver son outil, utiliser l'icône d'aide, etc). Nous espérons qu'ainsi, les élèves intégreront mieux la navigation dans les menus et les démarches à suivre pour construire un objet géométrique.
 - La construction de l'arc de cercle est également expliquée sous forme de liste, en insistant un peu plus sur le point intermédiaire que les élèves du secondaire avaient tant de mal à utiliser.
 - Dans les tableaux comparant les fonctions cosinus, sinus et tangente, les explications pour construire un point et lui donner des coordonnées précises (comme $(\frac{\pi}{2}, 0)$) ne sont plus données. On laisse à l'élève l'occasion de se débrouiller mais des conseils sur ce genre de points sont mentionnés dans la fiche de l'enseignant.
2. Un paragraphe concernant la représentation de la tangente dans le cercle trigonométrique a été ajouté dans la synthèse. Cette partie n'est pas abordée pendant le travail sur tablette mais elle permet d'avoir une synthèse plus complète. Le nouveau paragraphe explique aux élèves comment représenter une tangente puis ils doivent en représenter 6 sur des cercles trigonométriques déjà tracés. Parmi ces angles, il y en a au moins un dans chaque quadrant. Ces dessins permettent en plus aux élèves de réaliser qu'ils travaillent dans des cercles dont le rayon vaut 1 unité mais pas forcément 1 centimètre. Ils doivent donc être attentifs aux coordonnées des points et pas aux longueurs des segments.

Les grandes difficultés rencontrées à la fois par les élèves du secondaire et les étudiants de l'agrégation étaient la construction de l'arc de cercle et la précision dans les mesures. La première difficulté est traitée dans les modifications ci-dessus. Concernant la seconde, nous avons envisagé la possibilité de travailler avec un stylet. Quelques recherches nous ont montré que l'on pouvait s'en procurer à différents prix ; les moins chers coûtant environ 1€ et les plus conseillés coûtant entre 7 et 12€. Les plus chers, ayant souvent les extrémités les plus fines, coûtent souvent plus de 20 €¹. Nous avons testé nous-même l'un de ces stylets² mais nous ne pensons pas qu'il puisse beaucoup améliorer la précision des doigtés. En effet, bien qu'il permette clairement d'avoir une meilleure vue sur ce que l'on fait (car l'écran est moins caché par nos mains), son extrémité est arrondie et à peine plus fine qu'un

1. Ces prix ont été relevés début avril 2014, sur internet et dans quelques supermarchés.

2. Notre stylet est de marque *Trust* et a coûté 7,99€.

doigt³. Pour une personne ayant de fins doigts, le stylet ne semble donc guère utile. Pour les autres, par contre, il pourrait permettre un travail plus confortable mais probablement pas plus précis. Dans la fiche du professeur, nous mentionnons donc que l'utilisation d'un stylet peut être importante pour certains élèves mais que ce n'est certainement pas une obligation pour tout le monde. Remarquons cependant que l'utilisation d'un stylet permet de garder un écran très propre (sans traces de doigts) !

5.3.2 Réflexion sur un environnement de travail idéal

Suite à l'expérience dans le secondaire (cfr chapitre 4), nous avons déjà remarqué que pour être efficace, un cours sur tablette devait être très bien organisé. Grâce à l'expérience à l'université, nous pouvons tenter de définir ce qui serait, pour nous, un environnement de travail idéal. Ces derniers conseils sont intégrés à la fiche de l'enseignant.

1. Avant toute chose, il faut s'assurer que toutes les tablettes soient suffisamment chargées et que les applications soient mises à jour.
2. Ensuite, il faudrait que les applications installées sur les tablettes mais inutiles pour le cours soient verrouillées ; les élèves ne seraient ainsi pas tentés de les ouvrir.
3. Il faut également penser à un moyen de transport pratique pour déplacer et distribuer les tablettes. Par exemple, on peut utiliser une valise à roulettes dans laquelle des tablettes numérotées sont rangées dans l'ordre. La valise à roulettes permet de transporter facilement les tablettes qui, en nombre, peuvent devenir très lourdes. Les tablettes numérotées et classées permettent une distribution rapide du matériel.
4. Un moyen de partage de documents comme une Dropbox commune au professeur et aux élèves est vraiment un avantage. Mais il faut bien sûr un réseau wifi pour avoir accès à cette Dropbox.
5. Enfin, il peut être intéressant d'avoir quelques stylets sous la main. Ils peuvent faciliter le travail de certains élèves et permettent de garder des écrans propres. Sans stylet, les écrans des tablettes se salissent très vite au contact des doigts. Il vaut donc mieux prévoir quelques chiffons doux que les élèves pourraient employer à la fin des cours pour frotter leurs écrans.

5.3.3 Version finale de la leçon

C'est sur ces derniers changements et conseils que s'achève notre travail. La version la plus aboutie de la fiche de l'élève est disponible à la page suivante. La version la plus aboutie de la fiche de l'enseignant est, elle, disponible en annexe D.

3. Nous faisons ici la comparaison avec notre propre index qui, certes, ne peut être qualifié de *gros* doigt.

Trigonométrie - Dossier de l'élève

Première partie

Dossier préparatoire à compléter à domicile

1 Organisation de la séance

Pendant deux heures, tu vas utiliser une tablette tactile iPad pour faire de la trigonométrie dans le cercle. Tu as déjà fait de la trigonométrie auparavant et cette année, tu vas étendre les notions que tu avais apprises. Pour cela, tu feras ce qu'on appelle de la *géométrie dynamique*, c'est-à-dire utiliser des outils qui permettent d'explorer de façon interactive les propriétés d'objets géométriques.

Quand cette première partie sera faite, tu sauras compléter les deux premiers points d'une synthèse. Ensuite, pendant deux heures, tu vas à nouveau utiliser la tablette pour découvrir de nouvelles fonctions, liées à la trigonométrie. Pour cela, tu utiliseras un *tableur*, c'est-à-dire un programme permettant de manipuler des feuilles de calcul, et tu traceras des fonctions un peu comme sur une calculatrice graphique. Quand cette deuxième partie sera faite, tu sauras compléter la fin de la synthèse.

Il y aura plusieurs choses à faire pour compléter le dossier et la synthèse. Par exemple, tu devras

- compléter des textes lacunaires,
- compléter des schémas,
- choisir la bonne réponse parmi plusieurs propositions.

2 Informations sur l'application à utiliser

L'application nécessaire pour le cours est TI-Nspire CAS. L'icône que tu devras trouver sur la tablette est une icône bleue ressemblant à celle-ci.



TI-Nspire est une application de Texas Instrument qui te permettra de faire tout ce qui est décrit ci-dessus dans un seul et même classeur. Une fois l'application ouverte, tu pourras ouvrir différents documents grâce au + situé en haut à gauche de la fenêtre.

Les documents dont tu auras besoin sont :

1. **Notes** : pour encoder ton nom et ton prénom,
2. **Graphiques** : pour faire de la géométrie dynamique et pour tracer des fonctions,
3. **Tableur & listes** : pour utiliser une feuille de calcul.



Sur la gauche de ton écran, des mini-fenêtres te montreront les différents documents de ton classeur. Quand tu seras dans l'un de ces documents, l'icône la plus importante pour toi sera la clé. Elle te permettra de naviguer dans les menus pour trouver les outils dont tu auras besoin.



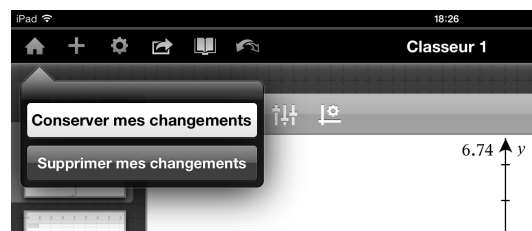
Quand tu sélectionneras un outil de géométrie dynamique, une petite icône d'aide apparaîtra dans le coin supérieur droit de la fenêtre. Cette icône portera le nom de l'outil sélectionné, comme c'est le cas pour l'outil **cercle** sur la photo ci-contre.



Pour sauvegarder ton travail, tu devras utiliser la maison et choisir l'option **Conserver mes changements**. Il faudra alors donner un titre à ton document et tu pourras utiliser le titre

« TON NOM Ton Prénom - Trigo ».

N'oublie pas de toujours sauvegarder ton travail à la fin du cours !



3 Rappels : les nombres trigonométriques dans le triangle rectangle

Dans un triangle rectangle, le cosinus, le sinus et la tangente d'un angle aigu α sont donnés par des rapports de longueurs des côtés du triangle. Quels sont ces rapports ?

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{longueur du côté } \dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}, \cos(\alpha) = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$$

$$\text{et } \tan(\alpha) = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}.$$

Exprime la tangente d'un angle α en fonction du cosinus et du sinus : $\tan(\alpha) = \dots\dots\dots$

Énonce le théorème de Pythagore.

.....

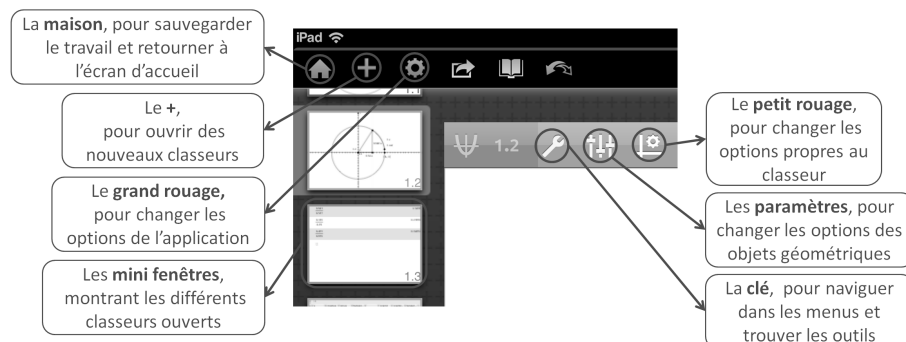
.....

Quelle est la formule fondamentale de la trigonométrie ?

Deuxième partie

Dossier à compléter en classe (I)

Voici quelques icônes qui te seront utiles pour le travail :



1 Découverte du cercle trigonométrique

Dans l'application TI-Nspire CAS, touche le **+** et ouvre un document **Notes**. Encode ton nom et ton prénom puis touche à nouveau le **+** pour ouvrir un document **Graphiques**.

Dans ce document, construis un cercle de centre $O = (0,0)$ et de rayon quelconque. Pour construire un objet géométrique, tu devras toujours suivre la même démarche.

1. Touche la **clé** pour faire apparaître les menus.
2. Choisis le menu adéquat (pour le cercle, c'est **Géométrie** puis **Figures**).
3. Sélectionne l'outil adéquat (ici, c'est **Cercle**).
4. Si besoin, touche l'icône d'aide apparue dans le coin supérieur droit de ta fenêtre :



Elle t'indiquera comment faire pour construire ton objet (pour le cercle, il faut toucher l'endroit où sera le centre du cercle, puis toucher un autre point pour déterminer son rayon.). La croix située sur la droite de l'icône d'aide permet de désélectionner l'outil.

5. Nomme tes objets en les touchant deux fois lentement puis en sélectionnant **Etiquette** (ici, nomme le centre du cercle O).

Tu vas maintenant construire un angle au centre du cercle et mesurer son amplitude. Pour cela, il faut d'abord tracer un segment de droite reliant le centre du cercle à un point quelconque sur le cercle. Tu trouveras l'outil utile dans le menu **Géométrie** puis **Points et droites**. Pour l'instant, choisis ton point quelconque dans le quart supérieur droit du cercle.

Ensuite, grâce à l'outil **Etiquette**, nomme A le point d'intersection entre le segment et le cercle. Place un point d'intersection entre le cercle et l'axe des abscisses positives et nomme-le B . Tu as construit l'angle $\widehat{AOB}$. Affiche son amplitude grâce à un outil du menu **Mesures**.

Par défaut, l'application exprimait l'amplitude de l'angle avec une unité différente du degré. Quelle était cette unité ?

.....

Avais-tu déjà rencontré cette unité ? Si oui, que sais-tu sur elle ?

.....

Pour terminer la construction, tu vas tracer et mesurer l'arc de cercle intercepté par l'angle $\widehat{AOB}$. Pour cela, suis la démarche suivante.

1. Sélectionne l'outil **Arc de cercle** du menu **Points et droites**.
2. Tu devras travailler avec 3 points pour définir l'arc : une extrémité, un point intermédiaire, l'autre extrémité.
 - La première extrémité est le point A .
 - Le point intermédiaire est un point situé sur le cercle, entre A et B . Pour ne pas avoir de problème dans la suite du travail, choisis un point intermédiaire plutôt proche de B .
 - La deuxième extrémité est le point B .
3. Tu n'auras plus besoin du point intermédiaire par la suite, tu peux donc le **masquer**. Pour cela, va dans **Actions** et utilise l'outil **Afficher/Masquer**.
4. Pour mesurer la longueur de l'arc, utilise un outil du menu **Mesures**. Tu devras faire bien attention à mesurer l'arc de cercle et pas le cercle en entier. Pour cela, touche l'arc pendant quelques secondes, jusqu'à ce qu'une liste apparaisse et te permette de choisir l'élément à mesurer. Une fois l'élément choisi, n'oublie pas de toucher le OK.

Quelles difficultés as-tu rencontrées lors de la construction du cercle, de l'angle et de l'arc de cercle ?

.....

.....

As-tu découvert des astuces pour faciliter l'utilisation de l'application TI-Nspire ? Si oui, lesquelles ?

.....

.....

A l'aide de ta construction, réponds aux questions suivantes.

1. En déplaçant le point A , tu feras varier l'amplitude de l'angle. En tirant sur le cercle, tu feras varier son rayon. Complète le tableau ci-dessous.

Rayon	Amplitude de l'angle	Longueur de l'arc de cercle
4 u	50°	
5 u		4.36 u
6 u	40°	
	40°	4.89 u

Pour un angle fixé, comment varie la longueur de l'arc de cercle quand le rayon augmente ?

- ☐ Elle augmente.
- ☐ Elle ne bouge pas.
- ☐ Elle diminue.
- ☐ Autre :

Quelles lignes du tableau te permettent de faire cette conclusion ?

Tu connais une formule qui explique cette propriété : $C = 2\pi r$ où C est la circonférence du cercle. Elle prouve en effet que la circonférence du cercle, qui est l'arc intercepté par un angle de 360° , est proportionnelle au rayon. Cela marche aussi pour un arc de cercle plus petit !

2. À l'aide du **petit rouage**, règle l'application pour que les angles soient mesurés en radians. Complète ensuite le tableau ci-dessous.

Rayon	Amplitude de l'angle	Longueur de l'arc de cercle
0.5 unité	0.5 rad	
1 unité	0.5 rad	
2 unités	0.5 rad	
0.5 unité	0.75 rad	
1 unité	0.75 rad	
2 unités	0.75 rad	
0.5 unité	1 rad	
1 unité	1 rad	
2 unités	1 rad	

Quel rayon te semble intéressant ? Pourquoi ?

.....

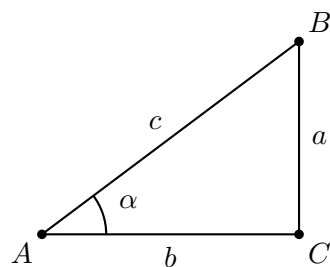
Quelle est, selon toi, la particularité de l'angle de 1 radian ?

- ☐ L'amplitude de l'angle est égale au rayon.
☐ La longueur de l'arc est égale à l'amplitude de l'angle.
☐ La longueur de l'arc est égale au rayon.
☐ Il vaut 60° .
☐ Autre :

3. Quelle est, en degré, l'amplitude d'un angle de 1 radian ?
4. Quelle est la valeur en radians d'un angle de 180° ?
5. Fixe maintenant le rayon du cercle à 1 unité puis complète les deux premières colonnes du tableau de la page suivante. Pour cela, utilise les égalités trouvées ci-dessus. Avant de remplir les trois autres colonnes, réponds aux questions 6, 7 et 8.

Mesure de l'angle en degrés	Mesure de l'angle en radians ($= x$)	$\cos(x)$	$\sin(x)$	$\tan(x)$
45°				
0°				
	1 rad			
	$\frac{1}{2}$ rad			
90°				
180°				
	$\frac{\pi}{6}$ rad			
	$\frac{\pi}{3}$ rad			

6. Exprime les nombres trigonométriques de l'angle α en fonction des côtés a , b et c .



$\cos(\alpha) = \dots\dots\dots$, $\sin(\alpha) = \dots\dots\dots$, $\tan(\alpha) = \dots\dots\dots$

7. Supposons maintenant que l'on travaille dans un triangle rectangle particulier dont l'hypoténuse est de longueur 1. Que valent alors les nombres trigonométriques de l'angle α ?

$\cos(\alpha) = \dots\dots\dots$, $\sin(\alpha) = \dots\dots\dots$, $\tan(\alpha) = \dots\dots\dots$

8. Que te manque-t-il, sur le schéma de la tablette, pour compléter facilement le tableau de la question 5 ?

.....

.....

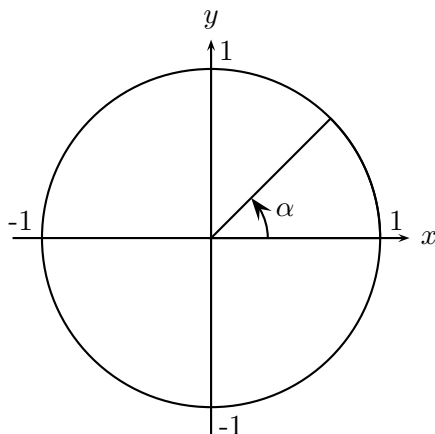
Pour construire un triangle rectangle permettant de calculer les nombres trigonométriques de l'angle $\widehat{AOB}$, suis les étapes suivantes.

- Dans le menu **Constructions**, choisis le bon outil pour tracer la **Perpendiculaire** à l'axe des abscisses, passant par A .
- Place un **Point d'intersection** entre la perpendiculaire et l'axe des abscisses puis nomme-le C .
- Masque la perpendiculaire.
- Trace les **Segments** $[AC]$ et $[OC]$. N'hésite pas à utiliser des couleurs, accessibles avec l'icône **Paramètres**.
- Affiche la longueur des côtés du triangle rectangle AOC .

À présent, termine le remplissage du tableau de la question 5.

9. Grâce à tes manipulations, tu travailles maintenant dans un *cercle trigonométrique*, que l'on divise en 4 *quadrants*. Dans ce cercle, tu peux construire des angles au centre dont l'amplitude est supérieure à 90° . En fonction des quadrants, les angles construits dans le cercle peuvent avoir un cosinus et/ou un sinus négatif(s).

Sur les 4 schémas, représente le cosinus et le sinus de l'angle α puis complète les textes lacunaires. Vérifie ensuite tes réponses de la question 4.



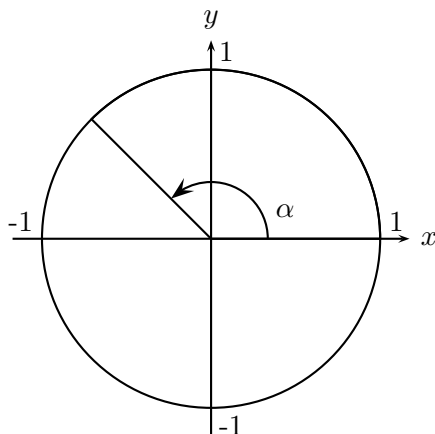
Pour un angle α du premier quadrant,

..... $\leq \cos(\alpha) \leq$ et

..... $\leq \sin(\alpha) \leq$

Remarques éventuelles :

.....



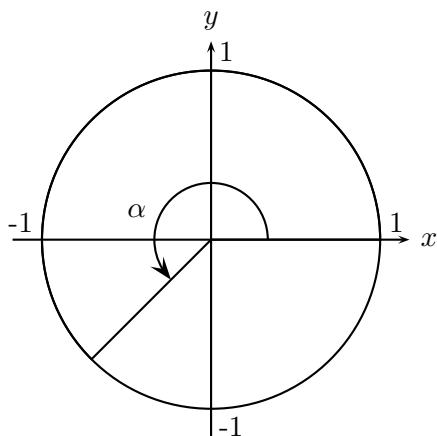
Pour un angle α du deuxième quadrant,

..... $\leq \cos(\alpha) \leq$ et

..... $\leq \sin(\alpha) \leq$

Remarques éventuelles :

.....



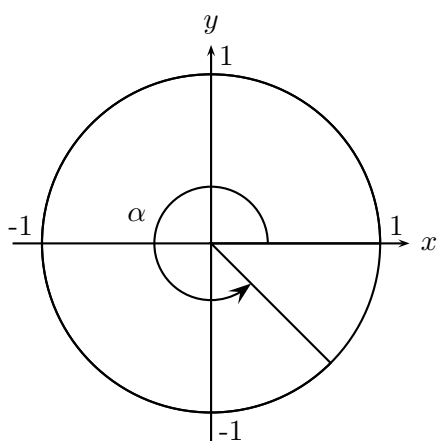
Pour un angle α du troisième quadrant,

..... $\leq \cos(\alpha) \leq$ et

..... $\leq \sin(\alpha) \leq$

Remarques éventuelles :

.....



Pour un angle α du quatrième quadrant,

..... $\leq \cos(\alpha) \leq$ et

..... $\leq \sin(\alpha) \leq$

Remarques éventuelles :

.....

N'oublie pas de sauvegarder ton travail en touchant la **maison** et en choisissant **Conserver mes changements**.

Dossier à compléter en classe (II)

2 Étude du cosinus et du sinus d'un angle en radians

Dans le classeur sauvegardé précédemment, touche le + (en haut à gauche) et ouvre un document **Tableur et listes**. En touchant deux fois rapidement les cellules A , B ou C , donne un titre aux 3 premières colonnes du tableur :

- A) x
- B) *cosinus*
- C) *sinus*.

Dans la suite du travail, ces titres seront des noms de **variables**.

À présent, tu vas remplir la colonne x avec les nombres $0, \frac{\pi}{10}, \frac{2\pi}{10}, \dots, \frac{40\pi}{10}$. Comme tu n'as certainement pas envie de tout encoder à la main, tu peux :

1. taper « $= \pi \times 0$ » dans la cellule $A1$ et « $= a1 + \pi \times 0.1$ » dans la cellule $A2$,
2. toucher la case $A2$ deux fois, lentement, et sélectionner l'outil **Remplir**,
3. tirer sur la flèche bleue allant vers le bas pour sélectionner les cellules à remplir,
4. toucher cette flèche bleue pour activer le remplissage.

Que s'est-il passé ?

.....

.....

La colonne *cosinus* va contenir les cosinus des angles listés dans la colonne x . Pour qu'elle se complète automatiquement, tape « $\cos(x)$ » dans la cellule $B =$. Il faut appliquer une démarche similaire pour remplir la colonne *sinus*.

Tu vas maintenant construire le nuage de points correspondant aux cosinus calculés dans le tableur. Pour cela, ouvre un nouveau document **Graphiques**, cherche le menu **Entrée/Modification graphique** et sélectionne l'outil **Nuage de points**. À côté du x , tu devras encoder la variable x et à côté du y , la variable *cosinus* (souviens-toi que x et *cosinus* sont des noms de variables !). Les abscisses des points viendront donc de la colonne x de ton tableur et les ordonnées de la colonne *cosinus*.

Quand tu veux tracer une fonction à la main, tu dessines quelques points appartenant à la fonction puis tu les relies. Tu vas faire la même démarche sur la tablette : tu as déjà représenté quelques points, il n'y a plus qu'à les relier. Pour cela, trace la fonction $f(x) = \cos(x)$ grâce à l'outil **Fonction** du menu **Entrée/Modification graphique**.

Dans le même document, construit le nuage de points correspondant aux sinus calculés dans le tableur et trace la fonction $f(x) = \sin(x)$.

Les graphiques des fonctions passent-ils bien par les points du nuage ?

Si ce n'est pas le cas, vérifie les paramètres de l'application pour que les angles soient bien exprimés en radians. Si c'est le cas, complète le tableau de la page suivante.

	Cosinus	Sinus
La valeur de la fonction en $x = 0$	$\cos(0) =$	
La valeur de la fonction en $x = \frac{\pi}{2}$		
La valeur de la fonction en $x = \pi$		$\sin(\pi) =$
La valeur minimale de la fonction		
La valeur maximale de la fonction		
Quatre zéros de la fonction		
Un intervalle sur lequel la fonction croît		
Un intervalle sur lequel la fonction décroît		

À quoi ressemblent les fonctions ? Qu'ont-elles de particulier ?

.....

.....

.....

Qu'ont-elles en commun ?

- | | |
|--|---|
| ☐ l'allure | ☐ la parité |
| ☐ le domaine | ☐ l'ensemble image |
| ☐ les zéros | ☐ l'ordonnée à l'origine |
| ☐ le minimum | ☐ le maximum |
| ☐ la croissance | ☐ autre : |

Qu'est-ce qui les différencie ?

- | | |
|--|---|
| ☐ l'allure | ☐ la parité |
| ☐ le domaine | ☐ l'ensemble image |
| ☐ les zéros | ☐ l'ordonnée à l'origine |
| ☐ le minimum | ☐ le maximum |
| ☐ la croissance | ☐ autre : |

3 Étude de la tangente d'un angle en radians

Grâce au tableau de la question 4, tu connais quelques valeurs de la tangente d'un angle en radians. Dans un nouveau document **Graphiques**, représente la fonction $f(x) = \tan(x)$.

Le tableau ci-dessous est une correction du tableau précédent (pour les trois dernières lignes, plusieurs solutions sont possibles !). Vérifie tes réponses et complète la dernière colonne.

	Cosinus	Sinus	Tangente
La valeur de la fonction en $x = 0$	$\cos(0) = 1$	$\sin(0) = 0$	
La valeur de la fonction en $x = \frac{\pi}{2}$	$\cos(\frac{\pi}{2}) = 0$	$\sin(\frac{\pi}{2}) = 1$	
La valeur de la fonction en $x = \pi$	$\cos(\pi) = -1$	$\sin(\pi) = 0$	
La valeur minimale de la fonction	-1	-1	
La valeur maximale de la fonction	1	1	
Quatre zéros de la fonction	$-\frac{3}{2}\pi, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi$	$-\pi, 0, \pi, 2\pi$	
Un intervalle sur lequel la fonction croît	$] \pi, 2\pi[$	$] \frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$	
Un intervalle sur lequel la fonction décroît	$] 0, \pi[$	$] \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}[$	

Quelle est l'allure de la fonction tangente ? Qu'a-t-elle de particulier ?

.....

.....

.....

Que se passe-t-il en $x = \frac{\pi}{2}$? Où cela se produit-il aussi ?

.....

.....

.....

Qu'ont en commun les fonctions tangente et cosinus ?

- | | |
|--|---|
| ☐ l'allure | ☐ la parité |
| ☐ le domaine | ☐ l'ensemble image |
| ☐ les zéros | ☐ l'ordonnée à l'origine |
| ☐ le minimum | ☐ le maximum |
| ☐ la croissance | ☐ autre : |

Qu'ont en commun les fonctions tangente et sinus ?

- | | |
|--|---|
| ☐ l'allure | ☐ la parité |
| ☐ le domaine | ☐ l'ensemble image |
| ☐ les zéros | ☐ l'ordonnée à l'origine |
| ☐ le minimum | ☐ le maximum |
| ☐ la croissance | ☐ autre : |

Quelle est la principale différence entre la fonction tangente et les deux autres fonctions ?

.....
.....
.....

4 Découverte et démonstration d'une propriété

Dans le document **Tableur et listes**, ajoute deux colonnes permettant de calculer

1. l'inverse du carré du cosinus,
2. le carré de la tangente.

Quelle formule déduis-tu de ces deux colonnes ?

Démontre la formule en justifiant chaque étape.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

En t'inspirant de ce que tu viens de faire, propose une valeur égale à l'inverse du carré du sinus puis vérifie ta réponse.

.....
.....

N'oublie pas de sauvegarder ton travail en touchant la **maison** et en choisissant **Conserver mes changements** !

Troisième partie

Synthèse

1 Les radians

Dans un cercle de rayon r , un angle de 1 *radian* est un angle interceptant un arc de cercle de longueur

.....

L'amplitude en degrés d'un angle de π radians est

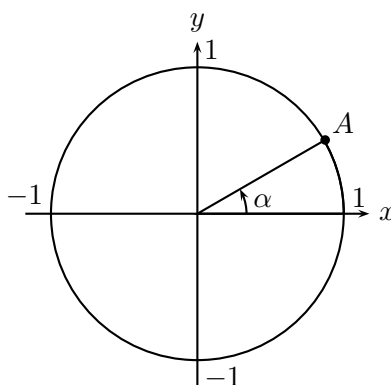
Le tableau ci-dessous reprend quelques amplitudes régulièrement utilisées en trigonométrie :

Degrés	0		90		360
Radians		$\frac{\pi}{4}$		π	

2 Le cercle trigonométrique

Un *angle orienté* est un angle possédant une demi-droite origine et une demi-droite extrémité. Un tel angle est positif s'il est orienté dans le sens antihorloger, et négatif s'il est orienté dans le sens horloger.

On représente les angles orientés dans le *cercle trigonométrique*, c'est-à-dire un cercle de rayon 1, centré à l'origine d'un repère orthonormé et orienté positivement (c'est-à-dire dans le sens
.....).



Dans le cercle trigonométrique ci-dessus, le *cosinus* est du point A et le *sinus* est Le cosinus et le sinus de l'angle orienté α sont donc les du point A .

Le cercle trigonométrique est divisé en quatre

Dans le premier quadrant, le cosinus est compris entre et, et le sinus entre et

Dans le deuxième, le cosinus est compris entre et, et le sinus entre et

Dans le troisième, le cosinus est compris entre et, et le sinus entre et

Dans le quatrième, le cosinus est compris entre et, et le sinus entre et

Dès lors, pour tout angle α , ... $\leq \cos(\alpha) \leq$ et $\leq \sin(\alpha) \leq$

3 Les fonctions trigonométriques

3.1 La fonction cosinus

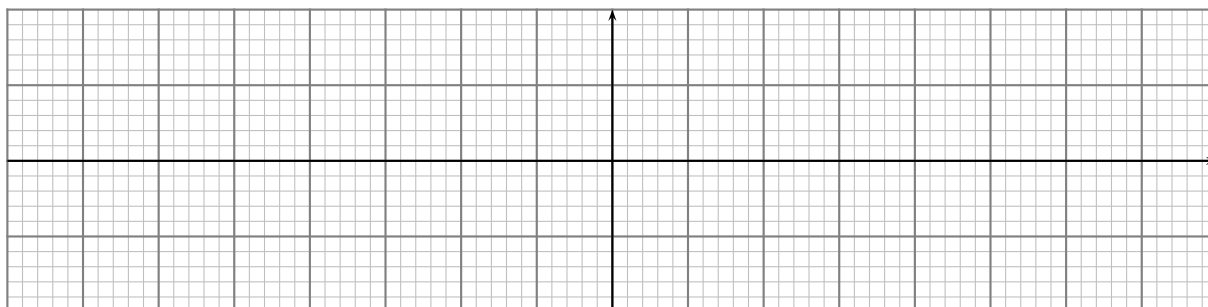
La *fonction cosinus* est une fonction paire/impaire¹ et de période 2π car deux abscisses quelconques x et $x + 2\pi$ ont la même image. Le minimum de cette fonction est

et il est atteint en

Le maximum de la fonction est et il est atteint en

Les zéros de la fonction sont

Son graphe est :



3.2 La fonction sinus

La *fonction sinus* est une fonction paire/impaire et de période car deux abscisses quelconques x et $x +$ ont la même

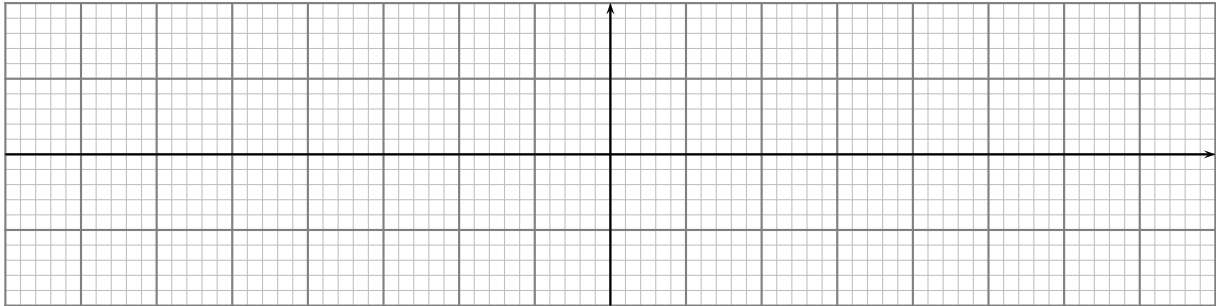
Le minimum de cette fonction est et il est atteint en

Le maximum de la fonction est et il est atteint en

Les zéros de la fonction sont

1. Biffer la mention inutile.

Son graphe est :



Pour obtenir le graphique de la fonction sinus à partir de celui de la fonction cosinus, on effectue une

3.3 La fonction tangente

La *fonction tangente* est une fonction paire/impaire et de période car

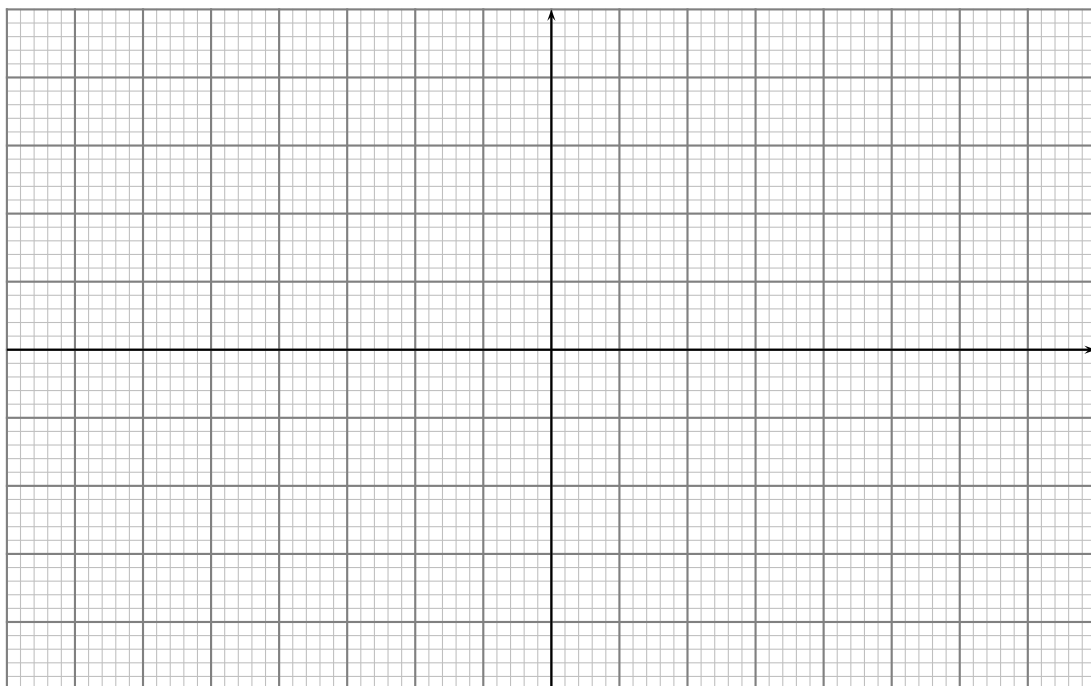
Cette fonction est toujours croissante/décroissante donc elle n'a ni ni

En $x = \frac{\pi}{2}$, la fonction admet une

C'est aussi le cas en

Les zéros de la fonctions sont

Son graphe est :

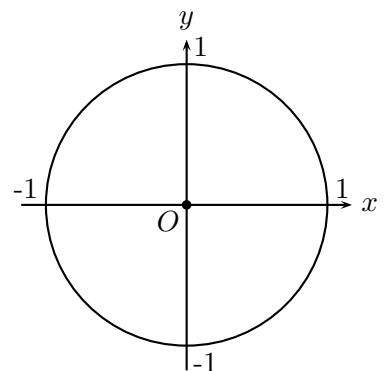
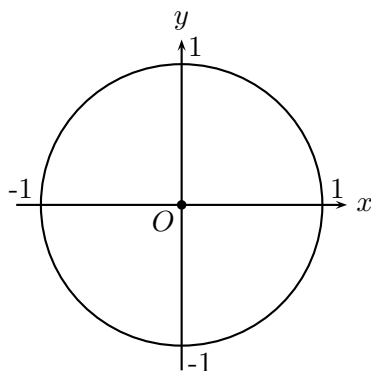
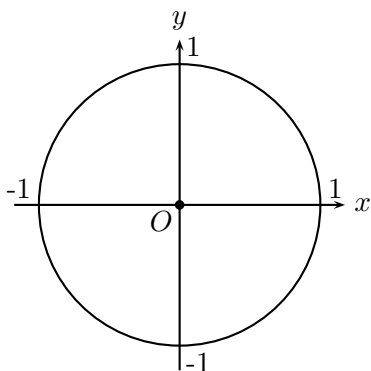
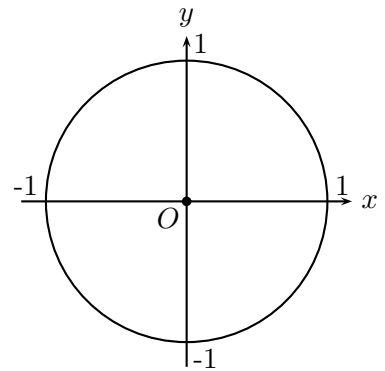
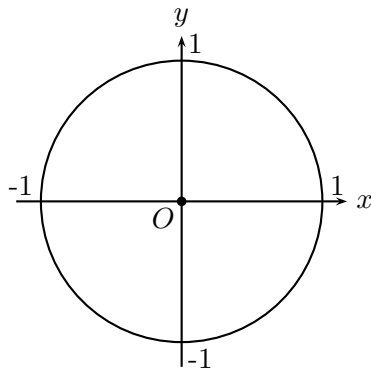
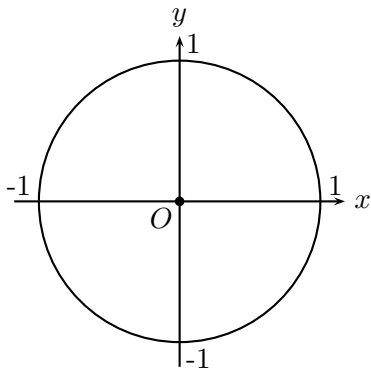


Sur le cercle trigonométrique, le cosinus et le sinus d'un angle α correspondent aux coordonnées du point du cercle déterminé par l'angle (le point A). La tangente peut également être représentée sur le cercle ; il suffit de

1. tracer la droite d , perpendiculaire à l'axe des abscisses et passant par le point $(1, 0)$,
2. prolonger le segment extrémité de l'angle α , c'est-à-dire le segment $[OA]$,
3. trouver le point d'intersection P entre le segment $[OA]$ et la droite d .

La tangente de l'angle α est l'ordonnée du point P .

Dans les 6 cercles ci-dessous, représente les tangentes des angles de 45° , -30° , 90° , 140° , 180° , -150° . Vérifie certaines de tes réponses avec le tableau de la page 6.



Propriétés de la tangente : $1 + \tan(\alpha)^2 = \dots\dots\dots$ et $\frac{1}{\sin(\alpha)^2} = \dots\dots\dots$

Conclusion et perspectives

La tablette tactile est un outil mobile, moderne et en constante évolution. Dans le chapitre 1, nous avons vu que des écoles voulaient travailler avec un peu partout dans le monde, parfois soutenues par les fabricants, parfois par les autorités du pays. Dans le chapitre 2, nous avons découvert que des centaines d'applications existent déjà pour faire des mathématiques sur tablettes. Elles sont cependant très ciblées et pas toujours en français. Nous avons également constaté que les manuels numériques débarquent petit à petit chez nous, notamment grâce aux éditions *Plantyn, de boeck* et *Van In*. Ce sont souvent des manuels enrichis, sans doute plus utiles à l'enseignant qu'aux élèves car remplis de vidéos, liens hypertextes ou autre outils pour illustrer les cours. Pour terminer, nous avons montré que de nombreux moyens existent pour projeter ou partager facilement le contenu de sa tablette, avec ou sans fil. Les possibilités sont donc nombreuses pour utiliser les tablettes au cours de mathématiques.

La fiche de l'enseignant et l'analyse *a priori* de la leçon construite dans la partie II nous montrent que donner cours avec une tablette demande beaucoup de préparation. En effet, en plus de préparer le contenu mathématique du cours, l'enseignant doit maîtriser les tablettes et l'application qu'il souhaite utiliser. Bien que beaucoup d'élèves semblent à l'aise avec cette nouvelle technologie, ils ne sont pas à l'abri d'une difficulté technique, en particulier la gestion du tactile. L'enseignant doit pouvoir comprendre et expliquer ces difficultés.

Le chapitre 4 a montré que les élèves étaient généralement intéressés par la tablette ; c'est une nouvelle technologie, c'est interactif et les cours sur tablettes sont différents des cours habituels. Cependant, plusieurs élèves sont encore très attachés à leurs feuilles et à leurs bics. Bien qu'ils vivent dans un monde de nouvelles technologies, ils n'ont pas forcément envie de les utiliser pour l'école, comme nous l'avons remarqué dans l'analyse *a posteriori* du scénario. Du point de vue des enseignants, la section 5.2 a mis en évidence que le travail sur tablette est plutôt lent mais qu'il permet une meilleure compréhension de la théorie. Cet outil ne devrait donc pas remplacer le papier, mais lui rester complémentaire ; on pourrait continuer à écrire et à dessiner sur papier, mais on expérimenterait ou on s'entraînerait sur tablette.

Durant les expérimentations décrites aux chapitres 4 et 5, l'avantage majeur que nous avons constaté est que la tablette met tout le monde au travail. Même si les élèves peuvent parler avec leurs voisins et s'entraider, ils avancent à leur rythme et font leurs propres découvertes. L'inconvénient, en-dehors du prix, est que l'outil est encore très jeune. Puisqu'il est jeune, peu d'applications sont vraiment intéressantes pour un cours de mathématiques. Mais il évolue très vite, donc l'enseignant peut régulièrement vérifier si les mises à jours lui permettent de faire de nouvelles choses.

La tablette tactile est donc un outil plutôt tentant. Pour beaucoup d'élèves, bien qu'elle soit difficile à utiliser, elle rend les cours plus amusants et motivants. Pour les enseignants, elle demande beaucoup de préparation mais elle permet de mettre en place des phases *adidactiques* qui constituent autant de ruptures du contrat didactique, comme nous le décrivions dans le chapitre 3. De plus, si la tablette est utilisée régulièrement, les élèves acquerront une aisance dans la manipulation des applications et les cours seront alors de plus en plus « rentables ».

À la suite de ce mémoire, plusieurs perspectives nous semblent particulièrement intéressantes. Tout d'abord, nous aimerions adapter notre scénario pour une application gratuite. En effet, TI-Nspire est aujourd'hui une application plutôt chère et si notre scénario pouvait utiliser une application comme Geogebra, il serait plus accessible pour les écoles. Nous pensons à Geogebra car cette application existe déjà mais n'est pas encore aussi performante que le logiciel pour ordinateur. Les mises à jour sont cependant régulières et nous espérons que l'application nous conviendra d'ici quelques mois.

Nous aimerions également prolonger la leçon pour représenter des tangentes sur le cercle trigonométrique et pour étudier les angles associés ; nous mentionnions ces possibilités dans la fiche du professeur mais nous n'avons pas eu l'occasion de les expérimenter dans des classes. Prolonger ainsi la leçon permettrait, en quelque sorte, de rattraper le temps « perdu » au début du scénario. En effet, après notre leçon, les élèves connaissent plutôt bien l'application utilisée ; s'en servir à nouveau ne leur demanderait plus autant de temps et d'investissement pour la découverte des outils ou des menus.

Nous souhaiterions ensuite tester à nouveau la leçon dans des classes du secondaire, mais en laissant l'enseignant donner cours tout seul (lors des expérimentations, nous l'aidions dans cette tâche). Nous pourrions ainsi observer la façon dont il s'approprie la leçon, le comportement des élèves quand l'enseignant est seul pour répondre aux questions techniques, leur comportement quand le cours n'est pas donné par une personne extérieure, etc.

Pour terminer, nous souhaiterions adapter notre séquence au nouveau référentiel dont la mise en application est prévue pour septembre 2015.

Bibliographie

- [1] ARTIGUE M. (1988), Ingénierie didactique, *Recherches en didactique des mathématiques*, 9 (3), 281-308
- [2] BROUSSEAU G. (1998), *Théorie des situations didactiques*, Grenoble : La Pensée Sauvage
- [3] ASSOCIATED PRESS/REPORTERS, iPad à l'école : un succès à Blankenberge ; une interdiction en Communauté française, *Vers l'Avenir*, 2012, http://www.lavenir.net/article/detail.aspx?articleid=DMF20120918_00206794#top, consulté le 05/03/2013
- [4] BEAULIEU Johanne, Classe iPad - Petit guide pour bien démarrer le projet, 2011, http://recit.qc.ca/sites/default/files/IMCE/images_articles/mon_ipad_Document_johannefinal.pdf, consulté le 05/03/2013
- [5] BOUDART Philippe, L'iPad surfe dans nos classes, *Charleroi Sudpresses*, 2012, http://archives.sudpresse.be/charleroi-enseignement-1%26%238217-ipad-surfe-dans-nos_t-20120328-H3QVT7.html?queryand=ipad+surfe&when=-1&firstHit=0&by=10&sort=datedesc&pos=0&all=8&nav=1, consulté le 05/03/2013
- [6] BRESSON Jacques, Check-list pour l'observation et l'analyse d'une séance intégrant les TICE, http://pedago.reims.iufm.fr/ressources_pedagogiques/tice_site/seances-tice/JB-elements-pour-observation-seance-tice.pdf, 13/09/2010, consulté le 14/02/2013
- [7] CLARKE Ruthbea Yesner, The Next-Generation Classroom : Smart, Interactive and Connected Learning Environments, http://www.samsung.com/us/it_solutions/innovation-center/downloads/education/white_papers/EBT15_1210_Samsung_Smart_School_WP-0.pdf, 2012, consulté le 05/03/2013
- [8] MICHAUX Stéphanie, Les TICE : on n'invente pas la technologie, on la réinvente!, *Lettres Numériques, une initiative de la Fédération Wallonie-Bruxelles*, 2012, <http://www.lettresnumeriques.be/2012/04/26/les-tice-on-ninvente-pas-la-pedagogie-on-la-reinvente>, consulté le 05/03/2013
- [9] MOTTE Michel, Saint-Joseph, une école numérique, *Vers l'Avenir*, 2012, http://www.lavenir.net/article/detail.aspx?articleid=DMF20120119_00107531, consulté le 05/03/2013
- [10] OSTENNE Emmanuel, Étude au tableur des fonctions trigonométriques, <https://irem.univ-lille1.fr/activites/spip.php?article297>, 05/12/2012, consulté le 14/03/2013
- [11] SANZ Didier, Une déferlante de tablettes numériques, *Le Figaro*, 2010, <http://www.lefigaro.fr/sciences-technologies/2010/09/13/>

01030-20100913ARTFIG00471-une-deferlante-de-tablettes-numeriques.php, consulté le 05/03/2013

- [12] SWANSON Greg, Apps in education, appsineducation.blogspot.be/p/maths-ipad-apps.html, consulté le 05/03/2013
- [13] VOOGT Fabrice, La tablette s'invite jusqu'au cours de latin, *Le Soir*, 2013, <http://archives.lesoir.be/la-tablette-s-invite-jusqu-au-cours-de-t-20130116-028M9M.html?queryor=tablette+cours+latin&firstHit=10&by=10&when=-2&begYear=2013&begMonth=01&begDay=01&endYear=2013&endMonth=03&endDay=02&sort=datedesc&nomau=voogt++&rub=TOUT&pos=14&all=17&nav=1>, consulté le 03/07/2013
- [14] Magasin d'applications Android : <http://play.google.com>, consulté à partir du 13/11/2012
- [15] Magasin d'applications iOs, <http://itunes.apple.com>, consulté à partir du 13/11/2012
- [16] Centre National de Documentation Pédagogique (FR), Tablette tactile et enseignement, <http://eduscol.education.fr/numerique/dossier/apprendre/tablette-tactile>, 2012, consulté le 05/03/2013
- [17] EDUmobile - apprentissage mobile et usages pédagogiques des tablettes en Belgique, liste d'applications, <http://www.edumobile.be/fr/APPLICATIONS/APPLICATIONS/maths.html>, consulté le 05/03/2013
- [18] Enseignons.be - partager pour mieux enseigner, informations sur le projet *École Numérique*, <http://www.enseignons.be/actualites/2011/11/18/ecole-numerique-les-laureats>, consulté le 05/03/2013
- [19] Journal de bord de l'institut Saint-Joseph de Ciney, http://econum.isjciney.be/Ecole_Numerique/Au_jour_le_jour/Au_jour_le_jour.html, consulté le 13/11/2012
- [20] Site d'Apple (créateur de l'iPad) : <http://www.apple.com/education/ipad/>, consulté le 13/11/2012
- [21] Site de l'Athénée Léon Lepage, informations sur le projet Tablettes : http://www.leonlepage.be/ipad_projet.html, consulté le 03/07/2013
- [22] Site de l'Athénée Royal d'Ans, informations sur le projet Comenius : <http://ar-ans.be/lathenee-en-mode-europeen-et-numerique/>, consulté le 21/04/2013
- [23] Site de Panasonic (créateur de la TV Smart Viera) : http://www.panasonic.be/html/fr_BE/Produits/Ecrans+Plats+VIERA/Pr%C3%A9sentation/Smart+Viera+Landingpage/9349375/index.html, consulté le 05.03.2013
- [24] Site de Samsung : <http://www.samsung.com>, consulté le 05/03/2013
- [25] Site de Splashtop (créateur d'applications) : <http://www.splashtop.com/support>, consulté le 05/03/2013
- [26] Site du projet École Numérique : <http://www.ecolenumerique.be/qa/>, consulté le 13/11/2012
- [27] Vousnousils - l'e-mag de l'éducation, liste d'applications, <http://www.vousnousils.fr/fiche-pedagogique/applications-ipad-gratuites-pour-enseignants>, 2011, consulté le 05/03/2013

Annexes

Annexe A

Grille d'observation du cours de Mme Kaise à Charleroi

La grille d'observation suivante se base sur la « Check-list pour l'observation et l'analyse d'une séance intégrant les TICE » de M. Jacques Bresson [6].

OBSERVATION DE L'INTÉGRATION DES TABLETTES DANS UNE CLASSE

COURS : *Mathématiques (5h/semaine)*

ANNÉE D'ÉTUDE : *2^e générale*

ENSEIGNANT : *Mme Colette Kaise*

TYPE D'ACTIVITÉ : *Faire une fiche de synthèse sur l'addition et la soustraction de fractions, par groupes de deux, à l'aide du site Mathenpoche.*

LANCEMENT DE L'ACTIVITÉ

Où sont rangées les tablettes ?	<i>Dans un coffre, dans une autre salle. Un élève va chercher le coffre au début du cours. Chaque élève se lève pour aller chercher la tablette portant son numéro d'ordre alphabétique. Pour la connexion internet, il faut brancher un modem à la prise internet de la classe. Ce modem diffuse un réseau wifi pour les tablettes du coffre. A la fin du cours, chaque élève se lève pour aller ranger sa tablette. La plupart ont nettoyé l'écran et tous sont très délicats pour le rangement dans le coffre.</i>
Présentation de l'activité (consignes technique et pédagogique)	<i>Les consignes sont au tableau.</i>
Quel écran présentent les tablettes en début de séance ?	<i>Les tablettes sont en veille. L'élève doit lui-même ouvrir l'application nécessaire à l'activité.</i>

LES ÉLÈVES

Motivation, concentration	<i>Les élèves sont assez concentrés et TOUT LE MONDE travaille.</i>
Compréhension des objectifs et démarches	<i>Pas de problème, ce n'est pas la première fois qu'ils font ce type d'exercice.</i>
Difficultés rencontrées à cause de la tablette	<i>Aucune</i>
Autonomie des élèves	<i>Les élèves sont assez autonomes car ils ont déjà fait l'exercice mais ils s'entraident pour la compréhension de la théorie. Travaillant pour eux-mêmes, certains élèves ne suivent pas les consignes dans l'ordre.</i>
Rythme de travail de chacun	<i>Grandes différences : certains sont très rapides et font des exercices sous forme de jeux à la fin du cours, d'autres sont très lents et arrivent à peine à finir la première série d'exercices avant la fin du cours.</i>
Besoin d'un support papier ? Besoin d'une trace du travail ?	<i>Pas besoin de support papier pour faire les exercices d'internet. Les élèves gardent une trace puisqu'on leur demande une fiche de synthèse.</i>

L'ENSEIGNANT

Suivi individualisé des élèves	<i>L'enseignant se promène dans la classe et répond aux questions.</i>
Exploitation des erreurs et réussites des élèves en temps réel	<i>Seulement pour les problèmes liés au fonctionnement de la tablette.</i>
Part d'aide technique et d'aide pédagogique	<i>Beaucoup d'aide technique au début : soucis internet et guidage dans l'application. Une fois tous les élèves lancés, l'aide technique disparaît complètement.</i>
Alternance avec/sans tablette	<i>L'enseignant n'utilise pas de tablette, il se promène dans les bancs.</i>
Mise en commun des démarches ? des résultats ?	<i>Prévue pour le cours suivant.</i>
Trace du travail des élèves ?	<i>Non, chaque élève fait sa synthèse pour lui.</i>

PROBLÈMES TECHNIQUES ET SOLUTIONS

Quels problèmes ont été rencontrés par le prof ?	<i>Aucun</i>
Quels problèmes ont été rencontrés par les élèves ?	<i>Pas de connexion internet sur certaines tablettes → besoin du code que seul l'enseignant connaît.</i>

ANALYSE

Intérêt du recours à la tablette ? (pour quoi, à quel moment, pour faciliter quoi, pour gagner du temps...)	<i>L'élève peut comprendre par lui-même et travailler à son rythme. A priori, pas de gain de temps. L'utilisation de la tablette plutôt que de l'ordinateur pour aller sur internet est une question de confort : la tablette est à plat sur le bureau, à côté des feuilles et manuels. Sur ordinateur, l'écran est perpendiculaire au bureau, ce qui oblige l'élève à lever la tête pour passer de ses notes à l'écran (plus fatigant).</i>
Contraintes liées au matériel ?	<i>Aucune</i>
Usage pertinent de la tablette, pas seulement pour moderniser le cours ?	<i>Chaque élève peut revoir autant de fois qu'il le souhaite l'explication détaillée d'une somme de fractions.</i>

INFORMATIONS SUPPLÉMENTAIRES SUR LE PROJET

Plusieurs acteurs sont présents dans le projet :

- Le Collège du Sacré Cœur de Charleroi (qui partage ses tablettes avec une école technique)*
- L'Athénée Royal d'Ans*
- Les éditions Erasme pour des applications pour les cours de français*
- Les éditions de boeck pour des applications pour les cours de maths*
- Apple*

Les éditions Erasme travaillent toujours sur une application.

Les éditions De Boeck ont proposé l'application MathEx, disponible pour les écoles pilotes uniquement, mais les enseignants n'en sont pas satisfaits : lenteur, pas de correction immédiate, $2x+3y \neq 3y+2x$,...

Apple a formé et forme toujours les enseignants volontaires.

Ces enseignants volontaires sont plutôt rares car la plupart des enseignants n'osent pas passer à la tablette et changer complètement leur façon de donner cours.

Le projet du site Mathenpoche, beaucoup utilisé, est de s'adapter au programme belge.

L'installation de nouvelles applications est difficile : il faut installer l'application sur une tablette « maître » puis passer par un Mac pour se connecter au coffre. (en théorie !)

iBook Author est difficile à utiliser pour les maths à cause du langage mathématique.

La tablette est un outil très rapide, prêt à l'emploi en une seconde, contrairement aux ordinateurs qui nécessitent quelques minutes pour s'allumer.

Annexe B

Questionnaires distribués aux élèves

Les questionnaires suivants ont été distribués aux élèves de quatrième secondaire ayant suivi la leçon de trigonométrie. Le **Questionnaire 1** a été distribué avant la leçon, le **Questionnaire 2** après.

NOM :

Prénom :

Questionnaire 1

Quel âge as-tu ? _____

Pour toi, les maths sont ☐ Très faciles ☐ Faciles ☐ Difficiles ☐ Très difficiles

As-tu déjà fait des maths sur ordinateur ? ☐ Oui ☐ Non

Si oui, quel logiciel(s) ou site(s) internet as-tu utilisé ? _____

Est-ce que ça t'a plu ? ☐ Oui ☐ Non

Y a-t-il une tablette tactile chez toi ? ☐ Oui ☐ Non

Si tu as déjà utilisé une tablette, réponds aux 3 questions ci-dessous.

- A quelle fréquence l'utilises-tu ? ☐ Moins d'une fois par mois ☐ Plus d'une fois par mois
☐ Plus d'une fois par semaine ☐ Moins d'une fois par semaine
- Qu'as-tu déjà fait avec? ☐ Jouer ☐ Aller sur internet
☐ Travailler pour l'école ☐ Prendre/retoucher des photos
☐ Autre : _____
- As-tu envie de t'en servir à l'école ? ☐ Oui ☐ Non

Si tu n'as jamais utilisé de tablette, réponds aux 3 questions ci-dessous.

- Est-ce que les tablettes t'intéressent ? ☐ Oui ☐ Non
- Trouves-tu que ça a l'air facile à utiliser ? ☐ Oui ☐ Non ☐ Tu ne sais pas
- As-tu envie de t'en servir à l'école ? ☐ Oui ☐ Non

En faisant des mathématiques avec une tablette, penses-tu que

- tu travailleras ☐ mieux ☐ moins bien ☐ pareil que d'habitude
- tu travailleras ☐ plus vite ☐ moins vite ☐ aussi vite que d'habitude
- tu comprendras ☐ mieux ☐ moins bien ☐ pareil que d'habitude
- tu seras ☐ plus motivé(e) ☐ moins motivé(e) ☐ aussi motivé(e) que d'habitude
- tu seras ☐ plus concentré(e) ☐ moins concentré(e) ☐ aussi concentré(e) que d'habitude
- le cours sera ☐ plus amusant ☐ moins amusant ☐ aussi amusant que d'habitude
- le cours sera ☐ plus facile ☐ moins facile ☐ aussi facile que d'habitude

As-tu des remarques à faire concernant les tablettes tactiles ?

Merci d'avoir participé à l'enquête !

NOM :

Prénom :

Questionnaire 2

Qu'as-tu particulièrement aimé pendant les cours avec tablette ?

Qu'est-ce qui ne t'a pas plu pendant les cours avec tablette ?

La matière apprise avec la tablette t'a semblée ☐ Très difficile ☐ Difficile ☐ Facile ☐ Très facile

Utiliser la tablette pour faire des maths t'a semblé ☐ Très compliqué ☐ Compliqué ☐ Pratique ☐ Très pratique

Est-ce que travailler sur une tablette à l'école t'a semblé fatiguant ? ☐ Oui ☐ Non

As-tu dû demander beaucoup d'aide à ton voisin ou au professeur ? ☐ Oui ☐ Non ☐ Pas plus que d'habitude

Le plus souvent, quand tu demandais de l'aide, c'était parce que ☐ tu ne comprenais pas la matière ?

☐ tu n'arrivais pas à utiliser la tablette ?

Aurais-tu préféré que le cours soit donné comme d'habitude, sans tablette ? ☐ Oui ☐ Non ☐ C'est pareil

Pourquoi ? _____

En faisant des mathématiques avec une tablette, penses-tu que

- | | | | |
|------------------|--|---|--|
| • tu as | ☐ mieux travaillé | ☐ moins bien travaillé | ☐ travaillé comme d'habitude |
| • tu as | ☐ travaillé plus vite | ☐ travaillé moins vite | ☐ travaillé aussi vite que d'habitude |
| • tu as | ☐ mieux compris | ☐ moins bien compris | ☐ compris comme d'habitude |
| • tu étais | ☐ plus motivé(e) | ☐ moins motivé(e) | ☐ aussi motivé(e) que d'habitude |
| • tu étais | ☐ plus concentré(e) | ☐ moins concentré(e) | ☐ aussi concentré(e) que d'habitude |
| • le cours était | ☐ plus amusant | ☐ moins amusant | ☐ aussi amusant que d'habitude |
| • le cours était | ☐ plus facile | ☐ moins facile | ☐ aussi facile que d'habitude |

Aimerais-tu utiliser les tablettes plus souvent pour le cours de maths ? ☐ Oui ☐ Non

As-tu des remarques ou des suggestions à faire concernant l'utilisation des tablettes pour le cours de maths ?

Merci d'avoir participé à l'enquête !

Annexe C

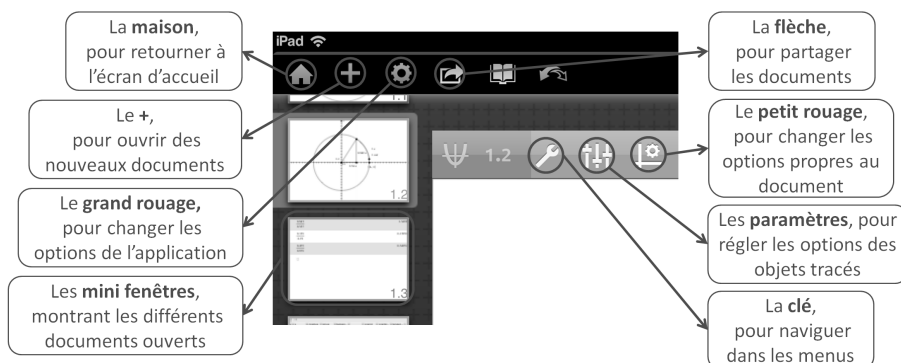
Fiche de l'élève révisée suite à l'expérimentation dans la première classe de quatrième

Cette fiche est celle utilisée pour les expérimentations en 4^eA et 4^eB, détaillées dans la section 4.

Les fonctions trigonométriques en quatrième année

Fiche de l'élève

Voici les différentes icônes que tu devras utiliser pour ton travail :



1 Découverte du cercle trigonométrique

Dans l'application TI-Nspire CAS, touche le **+** et ouvre un document **Notes**. Encode ton nom et ton prénom puis touche à nouveau le **+** pour ouvrir un document **Graphiques**.

Dans ce document, tu vas construire un cercle de centre $O = (0,0)$ et de rayon quelconque. Pour cela, touche la **clé**, va dans les menus **Géométrie** puis **Figures** et sélectionne l'outil **Cercle**. Un petit encadré est apparu dans le coin supérieur droit de ta fenêtre :



Tu peux le toucher pour avoir plus d'explications sur l'utilisation de l'outil. Si tu touches la croix, l'outil ne sera plus sélectionné. Pour nommer le point O , touche deux fois ce dernier, lentement, et sélectionne **Etiquette**.

Tu vas maintenant construire un angle au centre et mesurer son amplitude. Pour commencer, tu vas tracer un segment de droite reliant le centre du cercle à un point quelconque du quart supérieur droit du cercle. Pour cela, utilise l'outil **Segment** du menu **Points et droites**. Ensuite, grâce à l'outil **Etiquette**, nomme A le point d'intersection entre le segment et le cercle. Nomme B le point d'intersection entre le cercle et l'axe des abscisses positives. Tu as construit l'angle $\widehat{AOB}$. Affiche son amplitude grâce au menu **Mesures**.

Par défaut, l'application exprimait l'amplitude de l'angle avec des unités différentes des degrés. Quelles étaient ces unités ?

.....

Avais-tu déjà rencontré ces unités ? Si oui, que sais-tu sur elles ?

.....

Pour terminer la construction, tu vas tracer et mesurer l'arc de cercle intercepté par l'angle $\widehat{AOB}$. Pour le tracer, utilise l'outil **Arc de cercle** du menu **Points et droites**. Tu devras créer 3 points mais celui du milieu pourrait te gêner. Pour le masquer, va dans **Actions** et utilise l'outil **Afficher/Masquer**.

Pour mesurer la longueur de l'arc, utilise l'outil **Mesures**. Tu devras faire attention à sélectionner l'arc de cercle et pas le cercle en entier. Pour cela, touche l'arc pendant quelques secondes, jusqu'à ce qu'une liste apparaisse et te permette de choisir l'élément à mesurer. Une fois l'élément choisi, n'oublie pas de toucher le OK.

Quelles difficultés as-tu rencontrées lors de la construction du cercle, de l'angle et de l'arc de cercle ?

.....

As-tu découvert des astuces pour faciliter l'utilisation de l'application TI-Nspire ? Si oui, lesquelles ?

.....

A l'aide de ta construction, réponds aux questions suivantes.

1. En déplaçant le point *A*, tu feras varier l'amplitude de l'angle. En tirant sur le point *B*, tu feras varier le rayon du cercle. Complète le tableau suivant.

Rayon	Amplitude de l'angle	Longueur de l'arc de cercle
4 u	50°	
5 u		4.36 u
6 u	40°	
	40°	4.89 u

Pour un angle fixé, comment varie la longueur de l'arc de cercle quand le rayon augmente ?
 Quelle formule géométrique pourrait expliquer cette propriété ?

.....

2. À l'aide du **petit rouage**, règle l'application pour que les angles soient mesurés en radians. Complète le tableau suivant.

Rayon	Amplitude de l'angle	Longueur de l'arc de cercle
0.5 unité	0.5 rad	
1 unité	0.5 rad	
2 unités	0.5 rad	
0.5 unité	0.75 rad	
1 unité	0.75 rad	
2 unités	0.75 rad	
0.5 unité	1 rad	
1 unité	1 rad	
2 unités	1 rad	

Quel rayon te semble le plus intéressant ? Pourquoi ?

.....

.....

.....

Quelle est, pour toi, la particularité de l'angle de 1 radian ?

.....

.....

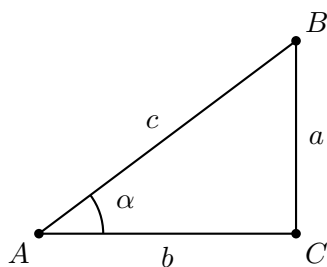
.....

3. Quelle est la valeur en radians d'un angle de 180° ?

4. Fixe le rayon à 1 unité puis complète le tableau suivant avec ce que tu connais déjà.

Mesure de l'angle en degrés	Mesure de l'angle en radians ($=x$)	$\cos(x)$	$\sin(x)$	$\tan(x)$
	1 rad			
45°				
0°				
	$\frac{1}{2}$ rad			
90°				
180°				
	$\frac{\pi}{6}$ rad			
	$\frac{\pi}{3}$ rad			

5. Que valent les nombres trigonométriques de l'angle α dans ce triangle rectangle ?



$\cos(\alpha) =$, $\sin(\alpha) =$, $\tan(\alpha) =$

6. Que te manque-t-il, sur la tablette, pour compléter le tableau de la question 4 ?

.....

.....

.....

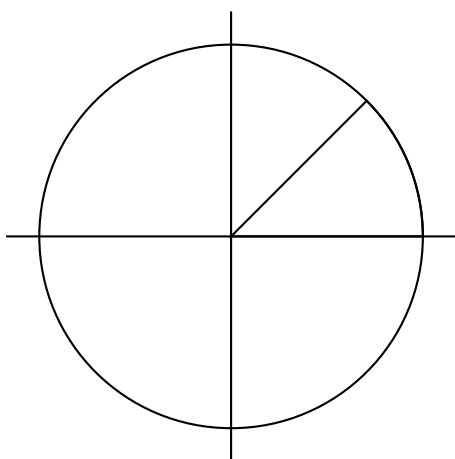
Pour construire un triangle rectangle permettant de calculer les nombres trigonométriques de l'angle $\widehat{AOB}$, va dans **Constructions** et trace la **Perpendiculaire** à l'axe des abscisses, passant par A . Utilise le menu **Points et droites** pour placer un **Point d'intersection** entre cette perpendiculaire et l'axe des abscisses. Nomme ce point C . Masque maintenant la perpendiculaire grâce au menu **Actions, Afficher/Masquer**.

Ensuite, trace les **Segments** AC et OC . N'hésite pas à utiliser des couleurs, accessibles avec l'icône **Paramètres**.

Tu as fait apparaître un triangle rectangle AOC . Affiche la longueur de ses côtés grâce au menu **Mesures**.

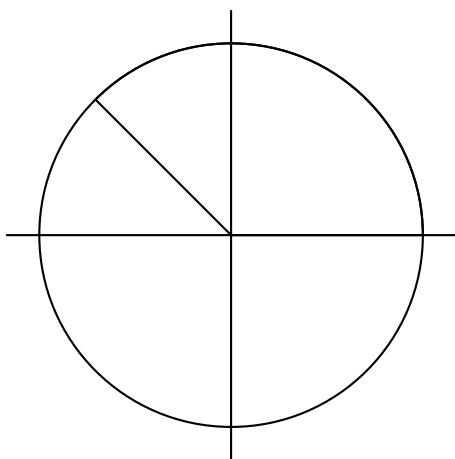
À présent, termine le remplissage du tableau de la question 4.

7. Grâce à tes constructions, tu peux travailler avec des angles au centre dont l'amplitude n'est pas comprise entre 0° et 90° . Certains de ces angles ont un cosinus et/ou un sinus négatif(s). Complète la fin du questionnaire pour découvrir lesquels et vérifie tes réponses de la question 4.



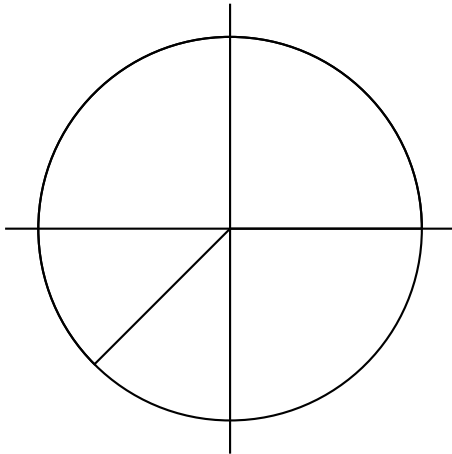
Pour un angle du quadrant,
le cosinus est compris entre et
et le sinus entre et

Remarques :
.....
.....
.....



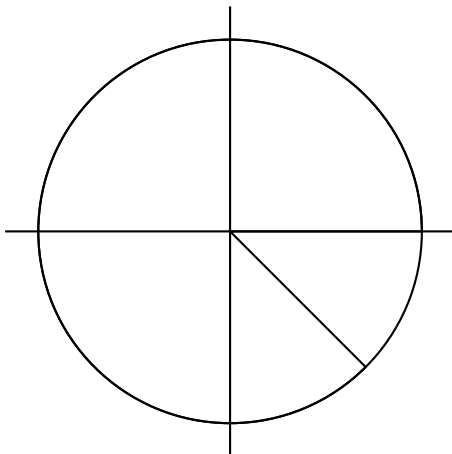
Pour un angle du quadrant,
le cosinus est compris entre et
et le sinus entre et

Remarques :
.....
.....
.....



Pour un angle du quadrant,
 le cosinus est compris entre et
 et le sinus entre et

Remarques :



Pour un angle du quadrant,
 le cosinus est compris entre et
 et le sinus entre et

Remarques :

Pour sauvegarder ton travail, touche la **maison** et choisis **Conserver mes changements**. Tu peux utiliser le nom « trigo NOM Prénom ».

2 Étude du cosinus et du sinus d'un angle en radians

Dans le document sauvegardé précédemment, touche le + (en haut à gauche) et ouvre un fichier **Tableur et listes**. En touchant deux fois rapidement les cellules A , B ou C , donne un titre aux 3 premières colonnes du tableur : A) x , B) cosinus et C) sinus. Dans la suite du travail, ces titres seront des noms de **variables**.

À présent, tu vas remplir la colonne x avec les nombres $0, \frac{\pi}{10}, \frac{2\pi}{10}, \dots, \frac{40\pi}{10}$. Pour cela, tape « $= \pi \times 0$ » dans la cellule $A1$ et « $= a1 + \pi \times 0.1$ » dans la cellule $A2$. Pour ne pas compléter les autres cellules une par une, touche la case $A2$ deux fois, lentement, et sélectionne l'outil **Remplir**. Tire sur la flèche bleue allant vers le bas pour sélectionner les cellules à remplir. Touche ensuite la flèche bleue pour activer le remplissage.

La deuxième colonne va contenir les cosinus des angles de la première colonne. Pour qu'elle se complète automatiquement, tape « $\cos(x)$ » dans la cellule juste sous le titre. Il faut appliquer une démarche similaire pour remplir la colonne des sinus.

Dans un nouveau document **Graphiques**, tu vas maintenant construire le nuage de points correspondant au cosinus. Pour cela, commence par vérifier les paramètres de l'application pour que les angles soient exprimés en radians. Ensuite, touche la **Clé**, va dans **Entrée/Modification graphique** puis sélectionne **Nuage de points**. Pour les coordonnées des points, tu devras utiliser les titres donnés aux colonnes du document **Tableur et listes** : la colonne x contient les abscisses des points et la colonne cosinus contient leurs ordonnées.

Pour connaître le cosinus de chaque point de l'axe réel, on utilise la fonction $f(x) = \cos(x)$. Trace-la grâce à l'outil **Fonction** du menu **Entrée/Modification graphique**. Dans le même document, construit le nuage de points correspondant au sinus et trace la fonction $f(x) = \sin(x)$. Complète ensuite le tableau suivant.

	Cosinus	Sinus
La valeur de la fonction en $x = 0$		
La valeur de la fonction en $x = \frac{\pi}{2}^*$		
La valeur de la fonction en $x = \pi$		
La valeur minimale de la fonction		
La valeur maximale de la fonction		
Quatre racines de la fonction		
Un intervalle sur lequel la fonction croît		
Un intervalle sur lequel la fonction décroît		

* Pour être précis, tu peux placer un point en $(\frac{\pi}{2}, 0)$. Pour cela, place un point sur l'axe des abscisses puis touche le deux fois lentement pour faire apparaître ses **coordonnées**. Tu peux les modifier en les touchant deux fois rapidement.

À quoi ressemblent les fonctions ? Qu'ont-elles de particulier ?

.....

Qu'ont-elles en commun ?

.....

Qu'est-ce qui les différencie ?

.....

3 Étude de la tangente d'un angle en radians

Grâce au tableau de la question 4, tu connais quelques valeurs de la tangente d'un angle en radians. Dans un nouveau document **Graphiques**, représente la fonction $f(x) = \tan(x)$.

Le tableau ci-dessous est une correction du tableau précédent (pour les trois dernières lignes, plusieurs solutions sont possibles). Vérifie tes réponses et complète la dernière colonne.

	Cosinus	Sinus	Tangente
La valeur de la fonction en $x = 0$	1	0	
La valeur de la fonction en $x = \frac{\pi}{2}$	0	1	
La valeur de la fonction en $x = \pi$	-1	0	
La valeur minimale de la fonction	-1	-1	
La valeur maximale de la fonction	1	1	
Quatre racines de la fonction	$-\frac{3}{2}\pi, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi$	$-\pi, 0, \pi, 2\pi$	
Un intervalle sur lequel la fonction croît	$] \pi, 2\pi[$	$] \frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$	
Un intervalle sur lequel la fonction décroît	$] 0, \pi[$	$] \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}[$	

Quelle est l'allure de la fonction ? Qu'a-t-elle de particulier ?

.....

Que se passe-t-il en $x = \frac{\pi}{2}$? Où cela se produit-il aussi ? Pour t'aider, tu peux placer un point en $(\frac{\pi}{2}, 0)$ et tracer une perpendiculaire à l'axe Ox , passant par ce point. Tu pourras déplacer le point vers la gauche ou la droite pour faire bouger la perpendiculaire.

.....

Qu'ont en commun les fonctions tangente et cosinus ?

.....

Qu'ont en commun les fonctions tangente et sinus ?

.....

Quelle est la principale différence entre la fonction tangente et les deux autres fonctions ?

.....

4 Découverte et démonstration d'une propriété

Dans le document **Tableur et listes**, ajoute deux colonnes permettant de calculer

1. l'inverse du carré du cosinus,
2. le carré de la tangente.

Quelle formule déduis-tu de ces deux colonnes ?

Démontre la formule en justifiant chaque étape.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Pour sauvegarder ton travail sur la tablette, touche la **maison** et choisis **Conserver mes changements**.

Annexe D

Version finale de la fiche du professeur

Cette version est la plus aboutie des fiches de l'enseignant. Elle correspond à notre dernière fiche de l'élève de la section 5.3.3 et contient un correctif.

Les fonctions trigonométriques en quatrième année

Fiche du professeur

1 Résumé de l'activité

Après avoir lu un dossier introductif à domicile, l'élève travaille sur une tablette tactile et construit un cercle, un angle au centre et l'arc de cercle qu'il intercepte. Grâce à la géométrie dynamique, il fait varier le rayon ou l'angle et découvre les radians. En se rappelant des nombres trigonométriques dans le triangle rectangle, l'élève fait ensuite des liens entre la trigonométrie dans le triangle et celle dans le cercle.

Toujours avec une tablette tactile, l'élève utilise un tableur pour générer des nuages de points correspondant aux fonctions trigonométriques, puis il les représente dans un repère cartésien. Il y superpose les fonctions elles-mêmes puis les compare. Pour terminer, il utilise le tableur pour découvrir la formule $\tan^2(x) + 1 = \frac{1}{\cos^2(x)}$ et il la démontre.

Après chacune de ces deux parties, l'élève complète une synthèse. Celle-ci parle des radians (définition et conversions), du cercle trigonométrique (angle orienté, cosinus, sinus, quadrants), des fonctions trigonométriques (zéros, extrema, périodicité, graphique) puis de la représentation de la tangente dans le cercle trigonométrique.

2 Informations didactiques sur l'activité

2.1 Objectifs

À l'aide des tablettes numériques :

- réaliser une activité de géométrie dynamique pour
 - découvrir la mesure des angles en radians,
 - découvrir le cercle trigonométrique,
- utiliser un tableur pour
 - construire des tableaux de valeurs,
 - tracer des nuages de points,
- découvrir les fonctions trigonométriques en comparant les graphiques du sinus, du cosinus et de la tangente,
- faire des liens entre les différents outils utilisés.

2.2 Pré-requis

- Définition géométrique des nombres trigonométriques dans le triangle rectangle
- Formule fondamentale $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$
- Valeur approximative du nombre π
- Reconnaissance graphique des extrema, des zéros et de la croissance d'une fonction

2.3 Matériel nécessaire

- Une tablette numérique par élève
- Éventuellement quelques stylets pour les tablettes
- Un projecteur ou un tableau interactif
- Si possible, un réseau wifi en classe

2.4 Application nécessaire

TI-Nspire ou TI-Nspire CAS (disponibles sur iPad uniquement)

2.5 Durée approximative

5 périodes de 50 minutes

2.6 Trace du travail

L'élève travaille à la fois sur papier et sur tablette. Pour la partie papier, il garde les consignes et les exercices mais il complète aussi une synthèse. Pour la partie tablette, il est invité à sauvegarder son travail sur la tablette sous le nom « NOM Prénom - trigo », directement dans l'application TI-Nspire ou au format PDF. Il faut ensuite que le professeur récupère le document grâce à un réseau wifi (par e-mail ou via une Dropbox).

2.7 Conseils pour un environnement de travail idéal

1. Avant toute chose, il faut s'assurer que toutes les tablettes soient suffisamment chargées et que les applications sont mises à jour.
2. Ensuite, il faudrait que les applications installées sur les tablettes mais inutiles pour le cours soient verrouillées ; les élèves ne sont ainsi pas tentés de les ouvrir.
3. Si l'école n'en propose pas, il faut également penser à un moyen de transport pratique pour déplacer et distribuer les tablettes. Par exemple, on peut utiliser une valise à roulettes dans laquelle des tablettes numérotées sont rangées dans l'ordre. La valise à roulettes permet de transporter facilement les tablettes qui, en nombre, peuvent devenir très lourdes. Les tablettes numérotées et classées permettent une distribution rapide du matériel.
4. Comme dit au début du dossier, un moyen de partage de documents comme une Dropbox commune au professeur et aux élèves est vraiment un avantage. Mais il ne faut pas oublier, avant le cours, de vérifier qu'un réseau wifi permet l'accès à cette Dropbox.
5. Enfin, comme conseillé précédemment, il peut être intéressant d'avoir quelques stylets sous la main. Ils peuvent faciliter le travail de certains élèves et permettent de garder des écrans propres. Sans stylet, les écrans des tablettes se salissent très vite au contact des doigts. Il vaut donc mieux prévoir quelques chiffons doux que les élèves pourraient employer à la fin des cours pour frotter leurs écrans.

2.8 Liens avec les compétences et les programmes

Ci-dessous sont listées les compétences transversales et terminales liées à la leçon, ainsi que les questions auxquelles elles sont spécifiques. Les compétences sont issues du document « Compétences terminales et savoirs requis en mathématiques pour les humanités générales et technologiques », produit par le Ministère de la Communauté française.

Ensuite viennent les liens avec les programmes de l'enseignement libre et de l'officiel. Pour le libre, nous nous basons sur le « Programme - Mathématiques - Deuxième et troisième degrés des humanités générales et technologiques » produit par l'Enseignement Catholique Secondaire. Les versions consultées sont la D/2008/3/38 pour le deuxième degré et la D/2008/7362/3/39 pour le troisième. Pour l'officiel, nous nous basons sur le « Programme d'études du cours de Mathématiques - Deuxième et troisième degrés de l'enseignement secondaire ordinaire de plein exercice, humanités générales et technologiques, enseignement secondaire général et technique de transition ». Les versions consultées sont la 39/2000/240 pour le deuxième degré et la 40/2000/240 pour le troisième.

2.8.1 Compétences transversales

Question 1 : Découverte du cercle trigonométrique

- S'approprier une situation :
 - Rechercher des informations utiles et exprimées sous différentes formes.
- Traiter, argumenter, raisonner :
 - Choisir une procédure adéquate et la mener à son terme.
- Généraliser, structurer, synthétiser :
 - Formuler des généralisations et en contrôler la validité.
 - Reconnaître une propriété commune à des situations différentes.

Questions 2 et 3 : Étude du cosinus, du sinus et de la tangente d'un angle en radians

- S'approprier une situation :
 - Rechercher des informations utiles et exprimées sous différentes formes.
- Traiter, argumenter, raisonner :
 - Choisir une procédure adéquate et la mener à son terme.
- Généraliser, structurer, synthétiser :
 - Reconnaître une propriété commune à des situations différentes.
 - Étendre une règle, un énoncé ou une propriété à un domaine plus large.

Question 4 : Découverte et démonstration d'une propriété

- Communiquer :
 - Rédiger une démonstration

2.8.2 Compétences terminales en mathématiques

- Connaître les grands théorèmes de la trigonométrie relatifs aux longueurs, aux rapports de longueurs et aux angles (question 1).
- Déterminer une longueur et un angle par une méthode routinière (question 1).
- Effectuer des tracés de figures générales ou de leurs cas particuliers, à l'aide de logiciels, en vue d'éclairer une recherche.
- Connaître les expressions relatives aux fonctions $f(x) = \cos(x)$, $f(x) = \sin(x)$ et $f(x) = \tan(x)$, à leurs extremums, à leur croissance et à leur périodicité (questions 2 et 3).
- Rédiger une démonstration en faisant apparaître les étapes, les liens logiques, les théorèmes utilisés au moyen de phrases complètement formulées (question 4).

2.8.3 Programmes

		Enseignement libre	Enseignement officiel
Question 1 : Découverte du cercle trigonométrique	Contenu / Matière	– Mesures d'angles et d'arcs – Définition du radian – Dans le cercle trigonométrique : • angle orienté • nombres trigonométriques	– Angles et arcs, définition du radian – Cercle trigonométrique, angle orienté – Sinus, cosinus et tangente d'un angle orienté
	Compétences	– Expliciter les savoirs et les procédures : • Sur le cercle trigonométrique, situer le point qui correspond à un angle donné et représenter ses nombres trigonométriques. – Appliquer une procédure : • La mesure du rayon d'un cercle et celle de l'angle au centre étant données, calculer la longueur de l'arc intercepté. • Convertir des mesures d'angles de degré en radian et réciproquement.	– Sur le cercle trigonométrique, situer un angle et représenter ses nombres trigonométriques. – Faire le lien entre les mesures d'un arc et d'un angle (angle au centre). – Utiliser la calculatrice pour déterminer un nombre trigonométrique d'un angle. – Utiliser les fractions usuelles de π et convertir, au moyen de la calculatrice, des mesures d'angles de degré en radian et réciproquement.

		Enseignement libre	Enseignement officiel
Questions 2 et 3 : Étude du cosinus, du sinus et de la tangente d'un angle en radians	Contenu / Matière	– Fonctions trigonométriques : $f(x) = \cos(x)$, $f(x) = \sin(x)$ et $f(x) = \tan(x)$ – Périodicité d'une fonction – Croissance et décroissance d'une fonction sur un intervalle – Extrémums d'une fonction – Racines d'une fonction	– Fonctions usuelles de référence : $f(x) = \cos(x)$ et $f(x) = \sin(x)$ – Périodicité d'une fonction – Croissance sur un intervalle, maximum, minimum d'une fonction – Zéros d'une fonction
	Compétences	– Expliciter les savoirs et les procédures : • Décrire un graphique qui comporte éventuellement plusieurs fonctions en utilisant le vocabulaire et les notations appropriées. • Décrire les caractéristiques générales d'une fonction trigonométrique. – Appliquer une procédure : • Déterminer les racines d'une fonction de référence. • Étudier la croissance d'une fonction de référence sur un intervalle.	– Décrire les caractéristiques générales d'une fonction à partir du graphique en utilisant un vocabulaire précis. – Savoir rechercher les zéros d'une fonction de référence. – Étudier la croissance d'une fonction de référence sur un intervalle.
Question 4 : Découverte et démonstration d'une propriété	Contenu / Matière	– Cercle trigonométrique : • Nombres trigonométriques • Relation $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$	– Définition du cosinus, du sinus et de la tangente d'un angle aigu – Formules fondamentales : $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$ et $\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$
	Compétences	/	/

3 Déroulement de la séance

L'élève reçoit un dossier contenant les consignes pour la séance mais aussi de l'aide technique pour utiliser la tablette. Le dossier sera distribué en plusieurs parties pour que les élèves n'aient pas toutes les réponses sous les yeux. Les photocopies peuvent se faire recto-verso, cela ne gêne pas la distribution en plusieurs parties. L'enseignant circule dans la classe et aide les élèves quand ils l'appellent. Les étapes de la séance sont décrites ci-dessous.

Première partie : Dossier préparatoire à compléter à domicile

Les pages 1 et 2 du dossier sont distribuées à l'élève pour qu'il les lise et les complète à domicile. Il découvrira l'objectif de la séance, son organisation, ainsi que quelques informations sur l'application qu'il utilisera. Pour terminer, il devra compléter quelques rappels sur la trigonométrie dans le triangle rectangle.

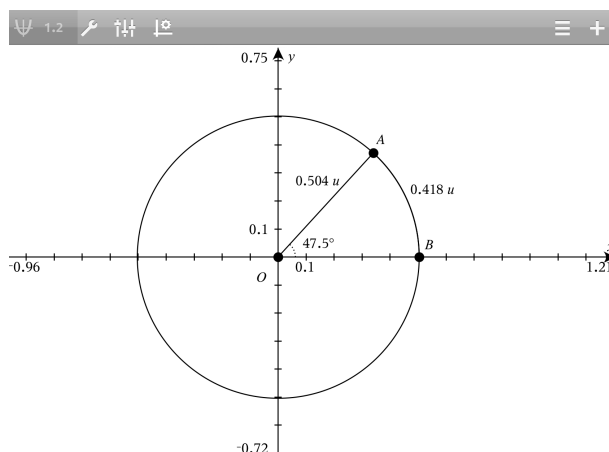
Deuxième partie : Dossier à compléter en classe (I)

1 Découverte du cercle trigonométrique

Les pages 3 à 6 du dossier de l'élève sont distribuées. Sur sa tablette, l'élève ouvre un document **Notes** et y inscrit son nom et son prénom. L'enseignant peut en profiter pour signaler l'existence de deux claviers : un clavier ordinaire et un clavier spécifique aux mathématiques.

Dans un document **Graphiques**, l'élève construit un cercle et un angle au centre. Les étapes de la construction sont détaillées pour que l'élève comprenne bien le fonctionnement de l'application et les endroits où trouver les outils. Le cercle se construit selon les étapes suivantes :

- construire un cercle de centre $O = (0, 0)$ et de rayon quelconque,
- construire le segment de droite $[OA]$ reliant le centre du cercle et un point sur le cercle (dans le premier quadrant),
- mesurer l'angle $\widehat{AOB}$ entre le segment de droite et l'axe des réels positifs,
- tracer l'arc de cercle intercepté par l'angle et mesurer sa longueur.



La construction de l'arc de cercle est souvent difficile car elle nécessite l'utilisation de trois points : une extrémité, un point intermédiaire, l'autre extrémité. Le point intermédiaire est un point par lequel passe l'arc mais les élèves ont parfois du mal à le comprendre et certains prennent le centre O comme point intermédiaire, comme s'ils représentaient un secteur circulaire.

Par défaut, l'application est réglée en radians. Au moment de mesurer l'angle, l'élève remarque donc que l'unité de mesure n'est pas celle qu'il connaît. Il faudra lui expliquer comment changer les réglages

pour que la mesure s'affiche en degrés (Toucher le **Petit rouage** et modifier **Angle représenté**). Dans la fiche, quelques questions sont posées à l'élève pour qu'il n'oublie pas trop vite l'existence des radians.

Pour que le dessin soit plus visuel, l'enseignant peut proposer à l'élève d'associer des couleurs à différents éléments (l'arc de cercle par exemple) en touchant l'élément puis l'icône **Paramètres**. Dans la fiche, quelques questions sont posées à l'élève pour qu'il note les difficultés rencontrées et les astuces découvertes pour utiliser TI-Nspire. On peut s'attendre à ce qu'il parle de l'utilisation des couleurs mais aussi de la découverte de la touche **Annuler/Rétablir** ou de celle permettant de cacher le clavier, illustrées sur les photos ci-dessous.



Annuler/Rétablir, Cacher le clavier
en-haut à gauche de la fenêtre en bas à droite du clavier

L'élève répond ensuite à des questions précises afin de découvrir le radian et de se familiariser avec la conversion degrés-radians.

1. L'élève complète un tableau à 3 colonnes : rayon, amplitude de l'angle en degrés et longueur de l'arc de cercle. À chaque ligne, l'élève a 2 informations sur 3 et doit donc trouver la dernière. Il risque de rencontrer des difficultés pour déplacer les points précisément. Pour le point sur le cercle, l'enseignant peut lui conseiller de toucher le point, maintenir son doigt sur l'écran et s'éloigner du cercle. Comme le point est lié au cercle, il ne suivra pas le doigt de l'élève mais il bougera le long du cercle. Plus le doigt de l'élève sera loin du cercle, plus l'élève sera précis dans ses déplacements. Si ça ne va toujours pas, l'enseignant pourrait proposer à l'élève d'essayer avec un stylet.

Si les élèves ne parviennent pas à représenter des angles vérifiant simultanément les deux conditions notées dans le tableau (amplitude et rayon par exemple), cela signifie probablement que leur arc de cercle n'est pas bien construit. L'enseignant peut le vérifier en affichant les coordonnées des points A et B et en s'assurant que ces points sont bien sur le cercle (et pas juste à côté). Il peut aussi faire des zooms pour vérifier cette condition. Il faut savoir que le logiciel utilise un système d'aimantation donc si on touche l'écran rapidement pour construire un point, le logiciel va le placer à un endroit « stratégique », comme une intersection par exemple. Au contraire, si on touche l'écran longtemps en espérant être très précis, le logiciel placera le point là où était notre doigt et il est peu probable que ce soit précisément l'endroit voulu.

Grâce à un QCM, l'élève remarque que la longueur de l'arc augmente avec le rayon quand l'angle est fixé. La formule $C = 2\pi r$ l'aidera à comprendre ce phénomène. Le nombre π sera utilisé dans la suite de la leçon, mais la tablette ne l'exprimera jamais sous forme de lettre grecque. Le professeur peut profiter de la formule $C = 2\pi r$ pour rappeler la valeur approximative de π et permettre à l'élève de reconnaître $3.14 \approx \pi$, $6.28 \approx 2\pi$, etc.

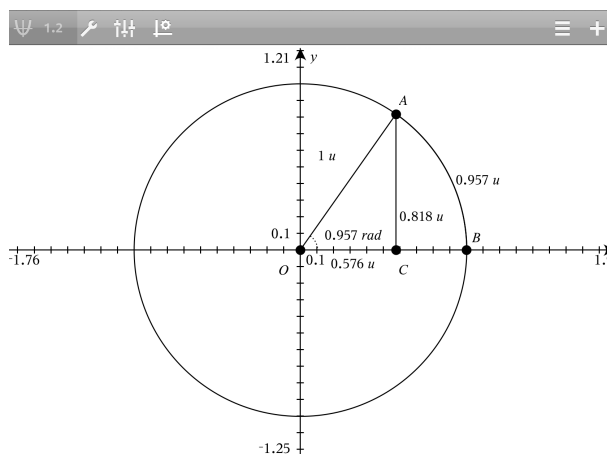
2. L'élève doit régler l'application pour que les angles soient mesurés en radians et compléter un tableau semblable au précédent sauf que l'information manquante est à chaque fois la longueur de l'arc de cercle. Il est important que l'élève soit patient et précis dans ses manipulations, sinon il aura du mal à analyser ses résultats.

Par défaut, l’affichage montre des axes gradués entre -10 et 10 unités. Pour travailler avec des petits rayons, l’enseignant devra probablement conseiller à l’élève de zoomer. Ce dernier pourra constater que le rayon d’une unité est le plus intéressant et devra déterminer la particularité de l’angle de 1 radian, via un QCM.

3. Dans le QCM de la question 2, l’une des propositions était que l’angle de 1 radian valait 60° . Comme ce n’est pas vrai, on demande ensuite sa valeur exacte. L’élève la trouvera probablement en fixant son angle à 1 radian puis en changeant les paramètres pour que l’amplitude s’affiche en degrés.
4. L’élève cherche la valeur en radians d’un angle de 180° . Plusieurs méthodes sont possibles pour la trouver : calculatrice, dessin géométrique, lien avec la circonférence du cercle,... L’enseignant devra vérifier les réponses pour que les élèves disposent d’une égalité correcte à utiliser pour les conversions de la question suivante.
5. L’élève doit fixer le rayon à 1 unité puis remplir un tableau contenant des mesures d’angles en degrés et en radians ainsi que leurs cosinus, sinus et tangente. Le tableau le fait travailler avec quelques valeurs particulières (comme $\frac{\pi}{6}$) mais il n’a pas tous les outils pour le compléter en entier. Il saura faire quelques conversions degrés-radians et inscrire les valeurs des cosinus, sinus et tangentes qu’il connaît déjà ($30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$).

Certains élèves ont envie de compléter l’entièreté du tableau directement, bien qu’on leur dise que ce n’est pas obligatoire et que les questions suivantes l’aideront à le faire facilement. Comme les amplitudes des angles sont données, ces élèves-là ont tendance à fixer les angles sur leur tablette, changer les paramètres pour avoir les conversions degrés-radians puis utiliser leur calculatrice pour calculer les nombres trigonométriques. C’est une méthode qui prend énormément de temps et qui n’a guère d’intérêt ; l’enseignant devra veiller à ce que les élèves ne l’appliquent pas trop longtemps.

6. L’élève doit se souvenir des nombres trigonométriques dans le triangle rectangle. Il a un tel triangle sous les yeux, dont les sommets et les arêtes sont nommés. Cela lui permet d’exprimer les nombres trigonométriques sous forme d’un rapport de longueurs.
7. L’élève analyse les nombres trigonométriques dans un triangle dont l’hypoténuse vaut 1. Il constate que le cosinus de l’angle vaut la longueur du côté adjacent, puis que le sinus vaut la longueur du côté opposé.
8. Pour terminer de compléter le tableau de la question 5, l’élève réalise qu’il a besoin d’un triangle rectangle du même type que celui de la question 6. Dès qu’il a compris cela, l’enseignant lui distribue les pages 7 et 8 du dossier pour l’aider dans la construction d’un triangle rectangle dans le cercle. Les étapes de cette construction sont :
 - tracer la perpendiculaire à l’axe des abscisses, passant par le point A ,
 - placer un point C à l’intersection entre la perpendiculaire et l’axe des abscisses,
 - masquer la perpendiculaire,
 - tracer les segments $[AC]$ et $[OC]$ déterminant les cotés du triangle,
 - mesurer ces segments.



9. Comme l'élève mesure des longueurs, les nombres trigonométriques calculés seront toujours positifs. L'enseignant devra intervenir pour expliquer le lien entre hauteur du triangle et sinus, base du triangle et cosinus, etc, puis expliquer que les nombres trigonométriques peuvent être négatifs pour des angles non-aigus. Le dossier de l'élève contient quelques explications à ce sujet ainsi que des schémas à compléter : un schéma pour chaque quadrant du cercle trigonométrique. Les élèves peuvent donc tenter de le compléter seul.

Cette première partie dure un peu plus de 2 heures. Le travail de l'élève est sauvegardé sur la tablette, dans l'application TI-Nspire. Si l'enseignant veut que les élèves aient une trace écrite de leur travail, il peut leur demander de l'exporter en PDF grâce à la **flèche** puis de l'envoyer par e-mail si un réseau wifi est disponible, toujours grâce à la **flèche**. Il y a aussi moyen de configurer une Dropbox sur la tablette. Cette dernière s'installera automatiquement dans l'application et le partage de fichiers se fera alors aisément. Si aucun réseau n'est disponible en classe, l'enseignant devra récupérer les travaux lui-même, après le cours, en allant les chercher un par un sur les tablettes.

Les élèves travaillent seuls mais on veut qu'ils puissent faire le lien entre les radians et les réels, qui pourront être pris comme abscisses des points d'un graphe. Pour bien fixer leurs idées, les élèves doivent donc compléter les points 1 et 2 de la synthèse. Pour cela, il faut bien sûr leur distribuer cette synthèse, c'est-à-dire les pages 13 à 15 du dossier de l'élève. La synthèse peut être faite en classe et/ou à domicile.

Dossier à compléter en classe (II)

2 Étude du cosinus et du sinus d'un angle en radians

Les pages 9 et 10 du dossier sont distribuées. Dans un document **Tableur et listes**, l'élève construit un tableau de valeurs à 3 colonnes :

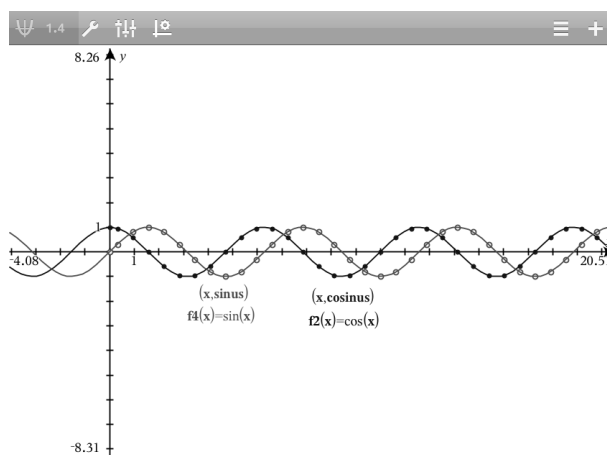
- une colonne x remplie des nombres $0, \frac{\pi}{10}, \frac{2\pi}{10}, \dots, \frac{40\pi}{10}$,
- une colonne *cosinus* remplie des valeurs du cosinus de x ,
- une colonne *sinus* remplie des valeurs du sinus de x .

L'intervalle $[0, 4\pi]$ est celui qui se prête le mieux à l'écran de la tablette ; il permettra de voir la périodicité des fonctions lors de l'étude des fonctions trigonométriques, sans avoir un graphe trop petit. L'outil **Remplir** du tableur permet de compléter ce tableau rapidement, sans devoir encoder le contenu de chaque cellule manuellement.

L'élève va probablement rencontrer des difficultés techniques pour cette partie car les doigtés à effectuer sont particuliers :

- toucher deux fois rapidement pour écrire dans une cellule,
- toucher deux fois lentement pour faire apparaître le menu de la cellule,
- utiliser correctement l'outil **Remplir**,
- ne pas oublier que les titres des colonnes correspondent à des noms de variables,
- etc.

Pour qu'il comprenne bien ce qui s'est passé, on demande à l'élève d'expliquer en quelques mots ce que fait l'outil **Remplir**. Il ouvre ensuite un document **Graphiques** pour afficher les nuages de points correspondant à son tableau de valeurs. Il trace les fonctions correspondantes dans le même document, ce qui lui permet d'obtenir le cosinus et le sinus de chaque point de l'axe réel. Il suit ainsi la même démarche que pour tracer une fonction sur papier : il a fait apparaître quelques points et il les relie. Pour obtenir les bons graphes, il faut impérativement que l'application soit réglée en radians, ce qui est rappelé aux élèves.



L'élève complète un tableau traitant de :

- la valeur des fonctions en 0 , $\frac{\pi}{2}$ et π ,
- les extrema des fonctions,
- les zéros des fonctions,
- la croissance des fonctions.

On profite de ce tableau pour insister sur la notation « $\cos(x)$ » signifiant cosinus *de* x . Le tableur ne tenant pas compte de toutes les décimales de π , les valeurs du sinus et du cosinus ne sont pas toutes exactes (ex. : $\sin(\pi) = 10^{-13}$). Pour remplir le tableau comparatif, il est donc important que l'élève trouve des valeurs sur le graphique et pas uniquement dans le tableau de valeurs.

Les graduations des axes et les coordonnées des points sur les graphiques ne s'afficheront jamais en utilisant le symbole π . Ce n'est pas expliqué dans la fiche élève mais pour être précis, ce dernier pourrait placer un point sur l'une des fonctions puis afficher ses coordonnées. Le point sera lié à la fonction donc l'élève pourra le faire bouger le long de la courbe. Le système d'aimantation de l'application permet de placer facilement un tel point sur des extrema ou des zéros. De plus, l'application affiche les mots **minimum**, **maximum** et **zéro** lorsqu'on s'approche de ces points. Les coordonnées ne sont cependant pas exprimées avec le symbole π mais avec des nombres décimaux comme 3,14 ou 1,57. Pour être certain de travailler en $(\frac{\pi}{2}, 0)$ par exemple, l'élève pourrait aussi placer un point sur l'axe des abscisses, afficher ses coordonnées puis les modifier en encodant précisément des valeurs comme $(\frac{\pi}{2}, 0)$.

Les fonctions sinus et cosinus se traçant dans une même fenêtre, l'élève peut facilement les comparer ; il répond à quelques questions sur leur allure, leurs points communs et leurs différences, notamment grâce à des QCM.

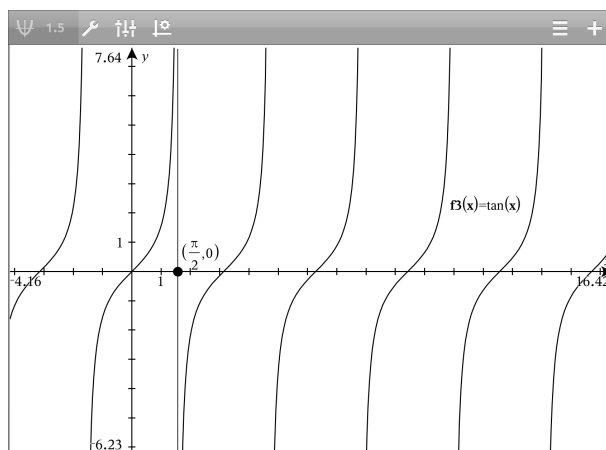
3 Étude de la tangente d'un angle en radians

Les pages 11 et 12 sont distribuées. Dans un nouveau document **Graphiques**, l'élève trace la fonction tangente et complète un tableau traitant de

- la valeur de la fonction en 0 , $\frac{\pi}{2}$ et π ,
- les extrema de la fonction,
- les zéros de la fonction,
- la croissance de la fonction.

Ce tableau est le même que celui du point 2, avec une colonne supplémentaire pour la tangente. Des solutions pour le cosinus et le sinus sont proposées à l'élève, en précisant que plusieurs solutions sont possibles pour les zéros et la croissance.

Pour terminer, l'élève répond à quelques questions sur l'allure de la fonction, son comportement en $x = \frac{\pi}{2}$, ses points communs et ses différences avec les fonctions cosinus et sinus, notamment grâce à des QCM.



4 Découverte et démonstration d'une propriété

Dans le document **Tableur et listes**, l'élève ajoute deux colonnes permettant de calculer l'inverse du carré du cosinus et le carré de la tangente. Il en déduit la formule $\tan^2(x) + 1 = \frac{1}{\cos^2(x)}$ et il la démontre. On lui demande ensuite de trouver la valeur de $\frac{1}{\sin^2(x)}$ et de vérifier sa réponse. Il peut la démontrer ou la vérifier avec le tableur.

Cette section permet à l'élève d'utiliser le tableau de valeurs pour autre chose que pour construire un nuage de points. L'enseignant peut choisir s'il lui donne des indices ou pas pour la démonstration ; tout ce dont l'élève a besoin, c'est de la formule fondamentale et de la définition de la tangente en terme de rapport de sinus sur cosinus. Tout cela était dans les rappels du dossier à compléter à domicile.

Il faut une bonne heure pour réaliser cette seconde partie (points 2, 3 et 4). Le document de l'élève est à nouveau sauvegardé sur la tablette et/ou envoyé au professeur. L'élève est maintenant apte à compléter la fin de la synthèse, en classe ou à domicile.

Troisième partie : Synthèse

Les élèves ont complété la synthèse. Ils n'avaient peut-être pas la tablette sous les yeux au moment de la compléter ; ils ont dû s'inspirer de leur dossier papier pour trouver les réponses. Ils n'ont peut-être pas su remplir tous les trous mais ce n'est rien car au cours suivant, l'enseignant corrige la synthèse. Pour l'illustrer, il peut projeter les schémas et les graphiques faits par les élèves, s'il a su les récupérer. Cela lui prendra un certain temps en préparation de cours, ce qu'il ne doit pas oublier.

La synthèse se divise en trois parties, décrites ci-dessous.

1 Les radians

Cette partie reprend la définition du radian ainsi que quelques valeurs particulières, à convertir en degrés et en radians (0° , $\frac{\pi}{4}$, 90° , π , 360°).

2 Le cercle trigonométrique

Cette partie reprend les définitions d'angle orienté et de cercle trigonométrique, illustrées par un schéma. On parle ensuite de cosinus et sinus en terme de coordonnées d'un point sur le cercle. On termine par l'analyse des 4 quadrants et les propriétés $-1 \leq \cos(x) \leq 1$ et $-1 \leq \sin(x) \leq 1$.

3 Les fonctions trigonométriques

Pour la fonction cosinus, on insiste sur la parité, la périodicité, les extrema et les zéros. L'élève doit ensuite dessiner la fonction sur un extrait de papier millimétré. Un système d'axe est dessiné sur ce papier, mais sans repère. L'élève doit donc réfléchir aux meilleurs unités à utiliser. Tout ce qu'il a fait dans le travail sur tablette va l'aider à tracer la fonction : il connaît les zéros, les extremas, la croissance, etc.

Pour la fonction sinus, on insiste sur les mêmes points que pour le cosinus mais le texte est un peu plus lacunaire.

Pour la fonction tangente, on insiste toujours sur les mêmes points (avec un texte encore plus lacunaire) et on ajoute la notion d'asymptote verticale. Un paragraphe traite également de la représentation de la tangente sur le cercle trigonométrique. Cette partie n'est pas abordée dans le travail sur tablette mais elle permet d'avoir une synthèse plus complète. Si l'enseignant le souhaite, il peut consacrer une heure de cours à la construction de tangentes avec TI-Nspire. Les élèves connaissent en effet tous les outils nécessaires (perpendiculaire, point d'intersection, coordonnées) et pourraient voir l'évolution des coordonnées en fonction de l'amplitude de l'angle.

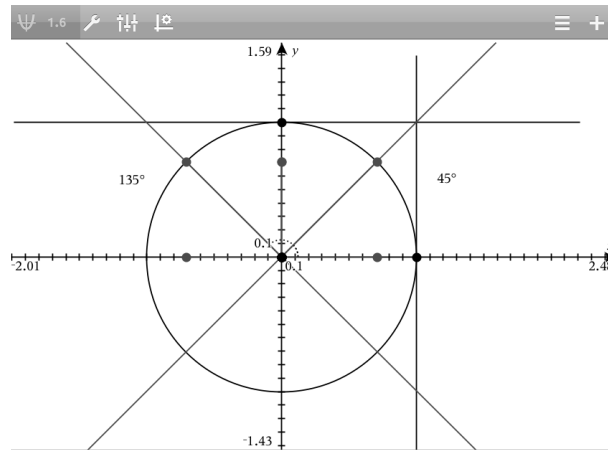
Le paragraphe commence par une explication sur la manière de représenter la tangente puis l'élève doit en représenter 6 sur des cercles trigonométriques déjà tracés. Les angles proposés sont 45° , -30° , 90° , 140° , 180° et -150° . On touche ainsi aux tangentes d'angles des 4 quadrants et aux angles négatifs. C'est un moment où l'enseignant pourra insister sur cette particularité. Pour terminer, les élèves vérifient certaines de leurs réponses dans le tableau de la première partie (question 5). Ils y avaient normalement calculé les tangentes de 45° , 90° et 180° , mais aussi celle de 30° qu'ils pourront peut-être relier à celle de -30° . Les élèves pourraient éprouver des difficultés au moment de mesurer les tangentes car on travaille sur des cercles dont le rayon vaut 1 unité mais pas 1 centimètre. S'ils calculent des coordonnées, leurs réponses correspondront à celles du tableau. S'ils mesurent des longueurs, ce ne sera pas le cas.

La synthèse se termine avec les 2 propriétés

$$1 + \tan^2(\alpha) = \frac{1}{\cos^2(\alpha)} \text{ et } 1 + \frac{1}{\tan^2(\alpha)} = \frac{1}{\sin^2(\alpha)}.$$

4 Prolongement

Une fois que l'application TI-Nspire est familière aux élèves, l'enseignant pourrait consacrer un cours à la découverte des propriétés des angles associés. La construction d'un cercle trigonométrique, d'un angle fixe dans le premier quadrant et d'un angle mobile nécessite les mêmes outils que ceux utilisés dans ce dossier. L'illustration suivante montre ce que l'on pourrait obtenir pour comparer les nombres trigonométriques de 2 angles supplémentaires.



5 Correctif

Première partie

Dossier préparatoire à compléter à domicile

1 Organisation de la séance

Pendant deux heures, tu vas utiliser une tablette tactile iPad pour faire de la trigonométrie dans le cercle. Tu as déjà fait de la trigonométrie auparavant et cette année, tu vas étendre les notions que tu avais apprises. Pour cela, tu feras ce qu'on appelle de la *géométrie dynamique*, c'est-à-dire utiliser des outils qui permettent d'explorer de façon interactive les propriétés d'objets géométriques.

Quand cette première partie sera faite, tu sauras compléter les deux premiers points d'une synthèse. Ensuite, pendant deux heures, tu vas à nouveau utiliser la tablette pour découvrir de nouvelles fonctions, liées à la trigonométrie. Pour cela, tu utiliseras un *tableur*, c'est-à-dire un programme permettant de manipuler des feuilles de calcul, et tu traceras des fonctions un peu comme sur une calculatrice graphique. Quand cette deuxième partie sera faite, tu sauras compléter la fin de la synthèse.

Il y aura plusieurs choses à faire pour compléter le dossier et la synthèse. Par exemple, tu devras

- compléter des textes lacunaires,
- compléter des schémas,
- choisir la bonne réponse parmi plusieurs propositions.

2 Informations sur l'application à utiliser

L'application nécessaire pour le cours est TI-Nspire CAS. L'icône que tu devras trouver sur la tablette est une icône bleue ressemblant à celle-ci.



TI-Nspire est une application de Texas Instrument qui te permettra de faire tout ce qui est décrit ci-dessus dans un seul et même classeur. Une fois l'application ouverte, tu pourras ouvrir différents documents grâce au + situé en haut à gauche de la fenêtre.

Les documents dont tu auras besoin sont :

1. **Notes** : pour encoder ton nom et ton prénom,
2. **Graphiques** : pour faire de la géométrie dynamique et pour tracer des fonctions,
3. **Tableur & listes** : pour utiliser une feuille de calcul.



Sur la gauche de ton écran, des mini-fenêtres te montreront les différents **documents** de ton **classeur**. Quand tu seras dans l'un de ces documents, l'icône la plus importante pour toi sera la **clé**. Elle te permettra de naviguer dans les menus pour trouver les outils dont tu auras besoin.



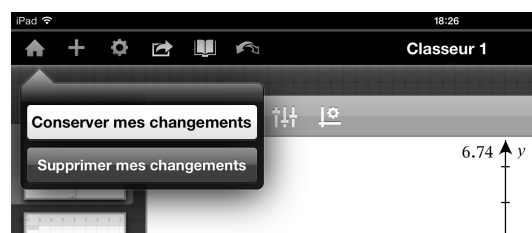
Quand tu sélectionneras un outil de géométrie dynamique, une petite icône d'aide apparaîtra dans le coin supérieur droit de la fenêtre. Cette icône portera le nom de l'outil sélectionné, comme c'est le cas pour l'outil **cercle** sur la photo ci-contre.



Pour sauvegarder ton travail, tu devras utiliser la **maison** et choisir l'option **Conserver mes changements**. Il faudra alors donner un titre à ton document et tu pourras utiliser le titre

« TON NOM Ton Prénom - Trigo ».

N'oublie pas de toujours sauvegarder ton travail à la fin du cours !



3 Rappels : les nombres trigonométriques dans le triangle rectangle

Dans un triangle rectangle, le cosinus, le sinus et la tangente d'un angle aigu α sont donnés par des rapports de longueurs des côtés du triangle. Quels sont ces rapports ?

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{longueur du côté opposé}}{\text{hypoténuse}}, \cos(\alpha) = \frac{\text{longueur du côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\text{et } \tan(\alpha) = \frac{\text{longueur du côté opposé}}{\text{longueur du côté adjacent}}.$$

Exprime la tangente d'un angle α en fonction du cosinus et du sinus : $\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$

Énonce le théorème de Pythagore.

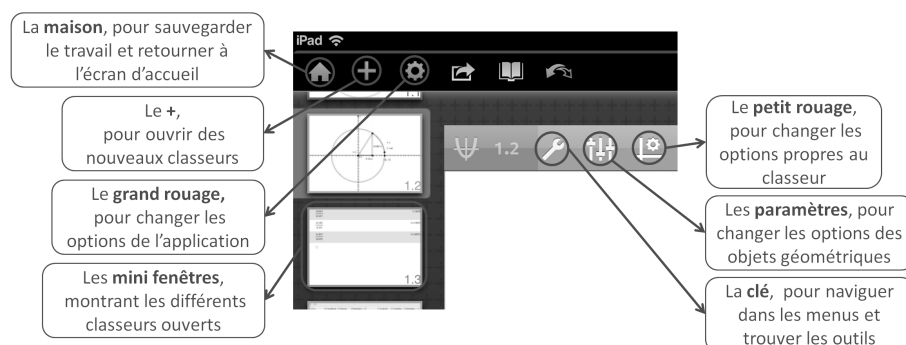
Le carré de la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

Quelle est la formule fondamentale de la trigonométrie ? $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$

Deuxième partie

Dossier à compléter en classe (I)

Voici quelques icônes qui te seront utiles pour le travail :



1 Découverte du cercle trigonométrique

Dans l'application TI-Nspire CAS, touche le **+** et ouvre un document **Notes**. Encode ton nom et ton prénom puis touche à nouveau le **+** pour ouvrir un document **Graphiques**.

Dans ce document, construis un cercle de centre $O = (0, 0)$ et de rayon quelconque. Pour construire un objet géométrique, tu devras toujours suivre la même démarche.

1. Touche la **clé** pour faire apparaître les menus.
2. Choisis le menu adéquat (pour le cercle, c'est **Géométrie** puis **Figures**).
3. Sélectionne l'outil adéquat (ici, c'est **Cercle**).
4. Si besoin, touche l'icône d'aide apparue dans le coin supérieur droit de ta fenêtre :



Elle t'indiquera comment faire pour construire ton objet (pour le cercle, il faut toucher l'endroit où sera le centre du cercle, puis toucher un autre point pour déterminer son rayon.). La croix située sur la droite de l'icône d'aide permet de désélectionner l'outil.

5. Nomme tes objets en les touchant deux fois lentement puis en sélectionnant **Etiquette** (ici, nomme le centre du cercle O).

Tu vas maintenant construire un angle au centre du cercle et mesurer son amplitude. Pour cela, il faut d'abord tracer un segment de droite reliant le centre du cercle à un point quelconque sur le cercle. Tu trouveras l'outil utile dans les menus **Géométrie** puis **Points et droites**. Pour l'instant, choisis ton point quelconque dans le quart supérieur droit du cercle.

Ensuite, grâce à l'outil **Etiquette**, nomme A le point d'intersection entre le segment et le cercle. Nomme B le point d'intersection entre le cercle et l'axe des abscisses positives. Tu as construit l'angle $\widehat{AOB}$. Affiche son amplitude grâce à un outil du menu **Mesures**.

Par défaut, l'application exprimait l'amplitude de l'angle avec une unité différente du degré. Quelle était cette unité ?

Les radians

Avais-tu déjà rencontré cette unité ? Si oui, que sais-tu sur elle ?

.....

Pour terminer la construction, tu vas tracer et mesurer l'arc de cercle intercepté par l'angle $\widehat{AOB}$. Pour cela, suis la démarche suivante.

1. Sélectionne l'outil **Arc de cercle** du menu **Points et droites**.
2. Tu devras travailler avec 3 points pour définir l'arc : une extrémité, un point intermédiaire, l'autre extrémité.
 - La première extrémité est le point A .
 - Le point intermédiaire est un point situé sur le cercle, entre A et B . Pour ne pas avoir de problème dans la suite du travail, choisis un point intermédiaire plutôt proche de B .
 - La deuxième extrémité est le point B .
3. Tu n'auras plus besoin du point intermédiaire par la suite, tu peux donc le **masquer**. Pour cela, va dans **Actions** et utilise l'outil **Afficher/Masquer**.
4. Pour mesurer la longueur de l'arc, utilise un outil du menu **Mesures**. Tu devras faire attention à sélectionner l'arc de cercle et pas le cercle en entier. Pour cela, touche l'arc pendant quelques secondes, jusqu'à ce qu'une liste apparaisse et te permette de choisir l'élément à mesurer. Une fois l'élément choisi, n'oublie pas de toucher le OK.

Quelles difficultés as-tu rencontrées lors de la construction du cercle, de l'angle et de l'arc de cercle ?

.....

.....

As-tu découvert des astuces pour faciliter l'utilisation de l'application TI-Nspire ? Si oui, lesquelles ?

.....

.....

A l'aide de ta construction, réponds aux questions suivantes.

1. En déplaçant le point A , tu feras varier l'amplitude de l'angle. En tirant sur le cercle, tu feras varier son rayon. Complète le tableau ci-dessous.

Rayon	Amplitude de l'angle	Longueur de l'arc de cercle
4 u	50°	3.49 u
5 u	50°	4.36 u
6 u	40°	4.19 u
7 u	40°	4.89 u

Pour un angle fixé, comment varie la longueur de l'arc de cercle quand le rayon augmente ?

☒ Elle augmente.

☐ Elle ne bouge pas.

☐ Elle diminue.

☐ Autre :

Quelles lignes du tableau te permettent de faire cette conclusion ? 1 et 2 ou 3 et 4

Tu connais une formule qui explique cette propriété : $C = 2\pi r$ où C est la circonférence du cercle. Elle prouve en effet que la circonférence du cercle, qui est l'arc intercepté par un angle de 360° , est proportionnelle au rayon. Cela marche aussi pour un arc de cercle plus petit !

2. À l'aide du **petit rouage**, règle l'application pour que les angles soient mesurés en radians. Complète ensuite le tableau ci-dessous.

Rayon	Amplitude de l'angle	Longueur de l'arc de cercle
0.5 unité	0.5 rad	0.25
1 unité	0.5 rad	0.5
2 unités	0.5 rad	1
0.5 unité	0.75 rad	0.375
1 unité	0.75 rad	0.75
2 unités	0.75 rad	1.5
0.5 unité	1 rad	0.5
1 unité	1 rad	1
2 unités	1 rad	2

Quel rayon te semble intéressant ? Pourquoi ?

Le rayon d'une unité car alors l'amplitude de l'angle est égale à la longueur de l'arc.

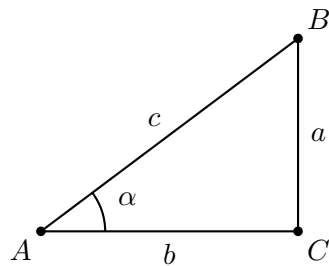
Quelle est, selon toi, la particularité de l'angle de 1 radian ?

- ☐ L'amplitude de l'angle est égale au rayon.
- ☐ La longueur de l'arc est égale à l'amplitude de l'angle.
- ☒ La longueur de l'arc est égale au rayon.
- ☐ Il vaut 60° .
- ☐ Autre :

3. Quelle est, en degré, l'amplitude d'un angle de 1 radian ? 57.3°
4. Quelle est la valeur en radians d'un angle de 180° ? π radians
5. Fixe maintenant le rayon du cercle à 1 unité puis complète les deux premières colonnes du tableau de la page suivante. Pour cela, utilise les égalités trouvées ci-dessus. Avant de remplir les trois autres colonnes, réponds aux questions 6, 7 et 8.

Mesure de l'angle en degrés	Mesure de l'angle en radians ($= x$)	$\cos(x)$	$\sin(x)$	$\tan(x)$
45°	$\frac{\pi}{4}$ rad	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
0°	0 rad	1	0	0
57.3°	1 rad	0.54	0.84	1.56
28.65°	$\frac{1}{2}$ rad	0.88	0.48	0.55
90°	$\frac{\pi}{2}$ rad	0	1	/
180°	π rad	-1	0	0
30°	$\frac{\pi}{6}$ rad	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
60°	$\frac{\pi}{3}$ rad	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{3}$

6. Exprime les nombres trigonométriques de l'angle α en fonction des côtés a , b et c .



$$\cos(\alpha) = \frac{b}{c}, \sin(\alpha) = \frac{a}{c}, \tan(\alpha) = \frac{a}{b}$$

7. Supposons maintenant que l'on travaille dans un triangle rectangle particulier dont l'hypoténuse est de longueur 1. Que valent alors les nombres trigonométriques de l'angle α ?

$$\cos(\alpha) = b, \sin(\alpha) = a, \tan(\alpha) = \frac{a}{b}$$

8. Que te manque-t-il, sur le schéma de la tablette, pour compléter facilement le tableau de la question 5 ?

Un triangle rectangle - un angle droit - un côté perpendiculaire à Ox ...

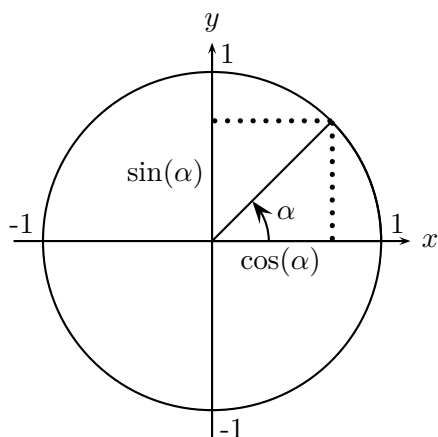
Pour construire un triangle rectangle permettant de calculer les nombres trigonométriques de l'angle $\widehat{AOB}$, suis les étapes suivantes.

- Dans le menu **Constructions**, choisis le bon outil pour tracer la **Perpendiculaire** à l'axe des abscisses, passant par A .
- Place un **Point d'intersection** entre la perpendiculaire et l'axe des abscisses puis nomme-le C .
- Masque la perpendiculaire.
- Trace les **Segments** $[AC]$ et $[OC]$. N'hésite pas à utiliser des couleurs, accessibles avec l'icône **Paramètres**.
- Affiche la longueur des côtés du triangle rectangle AOC .

À présent, termine le remplissage du tableau de la question 5.

9. Grâce à tes manipulations, tu travailles maintenant dans un *cercle trigonométrique*, que l'on divise en 4 *quadrants*. Dans ce cercle, tu peux construire des angles au centre dont l'amplitude est supérieure à 90° . En fonction des quadrants, les angles construits dans le cercle peuvent avoir un cosinus et/ou un sinus négatif(s).

Sur les 4 schémas, représente le cosinus et le sinus de l'angle α puis complète les textes lacunaires. Vérifie ensuite tes réponses de la question 5.



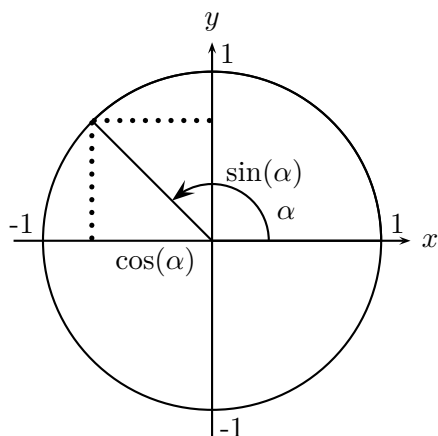
Pour un angle α du premier quadrant,

$$0 \leq \cos(\alpha) \leq 1 \text{ et}$$

$$0 \leq \sin(\alpha) \leq 1$$

Remarques éventuelles :

- *Premier quadrant = quart supérieur droit*
- *Cosinus sur l'axe Ox*
- *Sinus sur l'axe Oy*



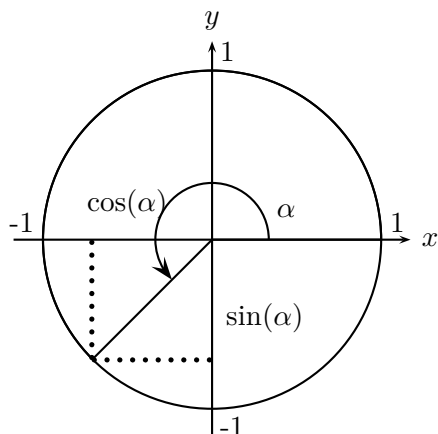
Pour un angle α du deuxième quadrant,

$$-1 \leq \cos(\alpha) \leq 0 \text{ et}$$

$$0 \leq \sin(\alpha) \leq 1$$

Remarques éventuelles :

.....



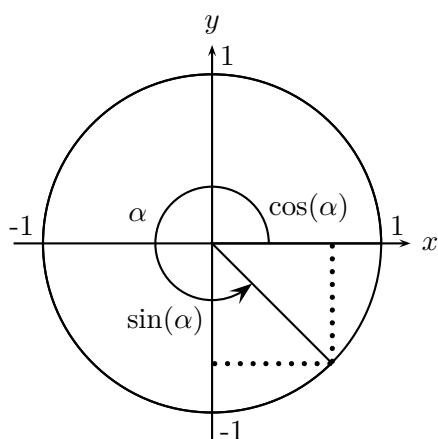
Pour un angle α du troisième quadrant,

$$-1 \leq \cos(\alpha) \leq 0 \text{ et}$$

$$-1 \leq \sin(\alpha) \leq 0$$

Remarques éventuelles :

.....



Pour un angle α du quatrième quadrant,

$$0 \leq \cos(\alpha) \leq 1 \text{ et}$$

$$-1 \leq \sin(\alpha) \leq 0$$

Remarques éventuelles :

.....

N'oublie pas de sauvegarder ton travail en touchant la **maison** et en choisissant **Conserver mes changements**.

Dossier à compléter en classe (II)

2 Étude du cosinus et du sinus d'un angle en radians

Dans le classeur sauvegardé précédemment, touche le + (en haut à gauche) et ouvre un document **Tableur et listes**. En touchant deux fois rapidement les cellules A , B ou C , donne un titre aux 3 premières colonnes du tableur :

- A) x
- B) *cosinus*
- C) *sinus*.

Dans la suite du travail, ces titres seront des noms de **variables**.

À présent, tu vas remplir la colonne x avec les nombres $0, \frac{\pi}{10}, \frac{2\pi}{10}, \dots, \frac{40\pi}{10}$. Comme tu n'as certainement pas envie de tout encoder à la main, tu peux :

1. taper « $= \pi \times 0$ » dans la cellule $A1$ et « $= a1 + \pi \times 0.1$ » dans la cellule $A2$,
2. toucher la case $A2$ deux fois, lentement, et sélectionner l'outil **Remplir**,
3. tirer sur la flèche bleue allant vers le bas pour sélectionner les cellules à remplir,
4. toucher cette flèche bleue pour activer le remplissage.

Que s'est-il passé ?

Les cellules sélectionnées avec la flèche bleue se sont remplies en faisant toujours référence à la cellule juste au-dessus : $\forall i, A_i = A_{i-1} + \pi * 0.1$.

La colonne *cosinus* va contenir les cosinus des angles listés dans la colonne x . Pour qu'elle se complète automatiquement, tape « $\cos(x)$ » dans la cellule $B =$. Il faut appliquer une démarche similaire pour remplir la colonne *sinus*.

Tu vas maintenant construire le nuage de points correspondant aux cosinus calculés dans le tableur. Pour cela, ouvre un nouveau document **Graphiques**, cherche le menu **Entrée/Modification graphique** et sélectionne l'outil **Nuage de points**. À côté du x , tu devras encoder la variable x et à côté du y , la variable *cosinus*. Les abscisses des points viendront donc de la colonne x de ton tableur et les ordonnées de la colonne *cosinus*.

Quand tu veux tracer une fonction à la main, tu dessines quelques points appartenant à la fonction puis tu les relies. Tu vas faire la même démarche sur la tablette : tu as déjà représenté quelques points, il n'y a plus qu'à les relier. Pour cela, trace la fonction $f(x) = \cos(x)$ grâce à l'outil **Fonction** du menu **Entrée/Modification graphique**.

Dans le même document, construit le nuage de points correspondant aux sinus calculés dans le tableur et trace la fonction $f(x) = \sin(x)$.

Les graphiques des fonctions passent-ils bien par les points du nuage ?

Si ce n'est pas le cas, vérifie les paramètres de l'application pour que les angles soient bien exprimés en radians. Si c'est le cas, complète le tableau de la page suivante.

	Cosinus	Sinus
La valeur de la fonction en $x = 0$	$\cos(0) = 1$	$\sin(0) = 0$
La valeur de la fonction en $x = \frac{\pi}{2}$	$\cos(\frac{\pi}{2}) = 0$	$\sin(\frac{\pi}{2}) = 1$
La valeur de la fonction en $x = \pi$	$\cos(\pi) = -1$	$\sin(\pi) = 0$
La valeur minimale de la fonction	-1	-1
La valeur maximale de la fonction	1	1
Quatre zéros de la fonction	$\pm\frac{\pi}{2}, \pm\frac{3\pi}{2}$	$-\pi, 0, \pi, 2\pi$
Un intervalle sur lequel la fonction croît	$] \pi; 2\pi[$	$] \frac{-\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$
Un intervalle sur lequel la fonction décroît	$] 0; \pi[$	$] \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}[$

À quoi ressemblent les fonctions ? Qu'ont-elles de particulier ?

Elles ressemblent à des vagues, des ondes, de l'ADN...

Elles sont les mêmes mais décalées...

Les images sont entre -1 et 1...

Qu'ont-elles en commun ?

- | | |
|--|--|
| ☒ l'allure | ☐ la parité |
| ☒ le domaine | ☒ l'ensemble image |
| ☐ les zéros | ☐ l'ordonnée à l'origine |
| ☒ le minimum | ☒ le maximum |
| ☐ la croissance | ☐ autre : |

Qu'est-ce qui les différencie ?

- | | |
|---|--|
| ☐ l'allure | ☒ la parité |
| ☐ le domaine | ☐ l'ensemble image |
| ☒ les zéros | ☒ l'ordonnée à l'origine |
| ☐ le minimum | ☐ le maximum |
| ☒ la croissance | ☐ autre : |

3 Étude de la tangente d'un angle en radians

Grâce au tableau de la question 4, tu connais quelques valeurs de la tangente d'un angle en radians. Dans un nouveau document **Graphiques**, représente la fonction $f(x) = \tan(x)$.

Le tableau ci-dessous est une correction du tableau précédent (pour les trois dernières lignes, plusieurs solutions sont possibles !). Vérifie tes réponses et complète la dernière colonne.

	Cosinus	Sinus	Tangente
La valeur de la fonction en $x = 0$	$\cos(0) = 1$	$\sin(0) = 0$	$\tan(0) = 0$
La valeur de la fonction en $x = \frac{\pi}{2}$	$\cos(\frac{\pi}{2}) = 0$	$\sin(\frac{\pi}{2}) = 1$	?
La valeur de la fonction en $x = \pi$	$\cos(\pi) = -1$	$\sin(\pi) = 0$	$\tan(\pi) = 0$
La valeur minimale de la fonction	-1	-1	$-\infty$
La valeur maximale de la fonction	1	1	$+\infty$
Quatre zéros de la fonction	$-\frac{3}{2}\pi, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi$	$-\pi, 0, \pi, 2\pi$	$0, \pi, 2\pi, 3\pi$
Un intervalle sur lequel la fonction croît	$] \pi, 2\pi[$	$] \frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$	$] 0, \pi[$
Un intervalle sur lequel la fonction décroît	$] 0, \pi[$	$] \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}[$	?

Quelle est l'allure de la fonction tangente ? Qu'a-t-elle de particulier ?

Elle fait toujours la même chose mais en décalé...

Elle a beaucoup de zéros...

Elle vient de $-\infty$ et monte en $+\infty$...

Que se passe-t-il en $x = \frac{\pi}{2}$? Où cela se produit-il aussi ?

La fonction va en $+\infty$ par la gauche et en $-\infty$ par la droite, on ne sait pas dire sa valeur exacte...

Cela se passe aussi en $\frac{\pi}{2}, \frac{-\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{-3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \dots$

Qu'ont en commun les fonctions tangente et cosinus ?

- | | |
|--|--|
| ☐ l'allure | ☐ la parité |
| ☐ le domaine | ☐ l'ensemble image |
| ☐ les zéros | ☐ l'ordonnée à l'origine |
| ☐ le minimum | ☐ le maximum |
| ☐ la croissance | ☒ autre : la périodicité, mais les périodes sont différentes |

Qu'ont en commun les fonctions tangente et sinus ?

- | | |
|---|---|
| ☐ l'allure | ☒ la parité |
| ☐ le domaine | ☐ l'ensemble image |
| ☒ les zéros | ☒ l'ordonnée à l'origine |
| ☐ le minimum | ☐ le maximum |
| ☐ la croissance | ☒ autre : <i>la périodicité, mais les périodes sont différentes</i> |

Quelle est la principale différence entre la fonction tangente et les deux autres fonctions ?

Elle n'est pas définie en certains points...

La période est 2π plus petite...

Elle est toujours croissante...

4 Découverte et démonstration d'une propriété

Dans le document **Tableur et listes**, ajoute deux colonnes permettant de calculer

1. l'inverse du carré du cosinus,
2. le carré de la tangente.

Quelle formule déduis-tu de ces deux colonnes ? $\tan^2(\alpha) + 1 = \frac{1}{\cos^2(\alpha)}$

Démontre la formule en justifiant chaque étape.

$$\begin{aligned}\tan^2(\alpha) &= \frac{\sin^2(\alpha)}{\cos^2(\alpha)} \text{ par définition} \\ &= \frac{1 - \cos^2(\alpha)}{\cos^2(\alpha)} \text{ par la formule fondamentale} \\ &= \frac{1}{\cos^2(\alpha)} - \frac{\cos^2(\alpha)}{\cos^2(\alpha)} \text{ car le - est au numérateur} \\ &= \frac{1}{\cos^2(\alpha)} - 1 \text{ en simplifiant}\end{aligned}$$

En t'inspirant de ce que tu viens de faire, propose une valeur égale à l'inverse du carré du sinus puis vérifie ta réponse.

$$\frac{1}{\tan^2(\alpha)} + 1 = \frac{1}{\sin^2(\alpha)}$$

N'oublie pas de sauvegarder ton travail en touchant la **maison** et en choisissant **Conserver mes changements** !

Troisième partie

Synthèse

1 Les radians

Dans un cercle de rayon r , un angle de 1 radian est un angle interceptant un arc de cercle de longueur *égale au rayon*.

L'amplitude en degrés d'un angle de π radians est 180° .

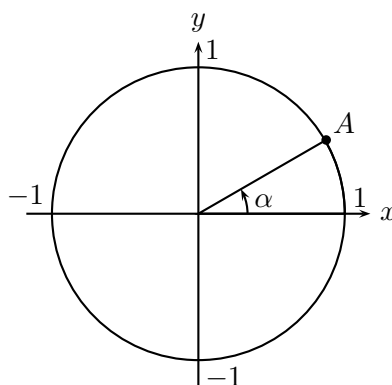
Le tableau ci-dessous reprend quelques amplitudes régulièrement utilisées en trigonométrie :

Degrés	0	45	90	180	360
Radians	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	π	2π

2 Le cercle trigonométrique

Un angle orienté est un angle possédant une demi-droite origine et une demi-droite extrémité. Un tel angle est positif s'il est orienté dans le sens antihorloger, et négatif s'il est orienté dans le sens horloger.

On représente les angles orientés dans le cercle trigonométrique, c'est-à-dire un cercle de rayon 1, centré à l'origine d'un repère orthonormé et orienté positivement (c'est-à-dire dans le sens *anti-horloger*).



Dans le cercle trigonométrique ci-dessus, le cosinus est *l'abscisse* du point A et le sinus est *l'ordonnée*. Le cosinus et le sinus de l'angle orienté α sont donc les *coordonnées* du point A .

Le cercle trigonométrique est divisé en quatre *quadrants*.

Dans le premier quadrant, le cosinus est compris entre 0 et 1, et le sinus entre 0 et 1.

Dans le deuxième, le cosinus est compris entre -1 et 0, et le sinus entre 0 et 1.

Dans le troisième, le cosinus est compris entre -1 et 0, et le sinus entre -1 et 0.

Dans le quatrième, le cosinus est compris entre 0 et 1, et le sinus entre -1 et 0.

Dès lors, pour tout angle α , $-1 \leq \cos(\alpha) \leq 1$ et $-1 \leq \sin(\alpha) \leq 1$.

3 Les fonctions trigonométriques

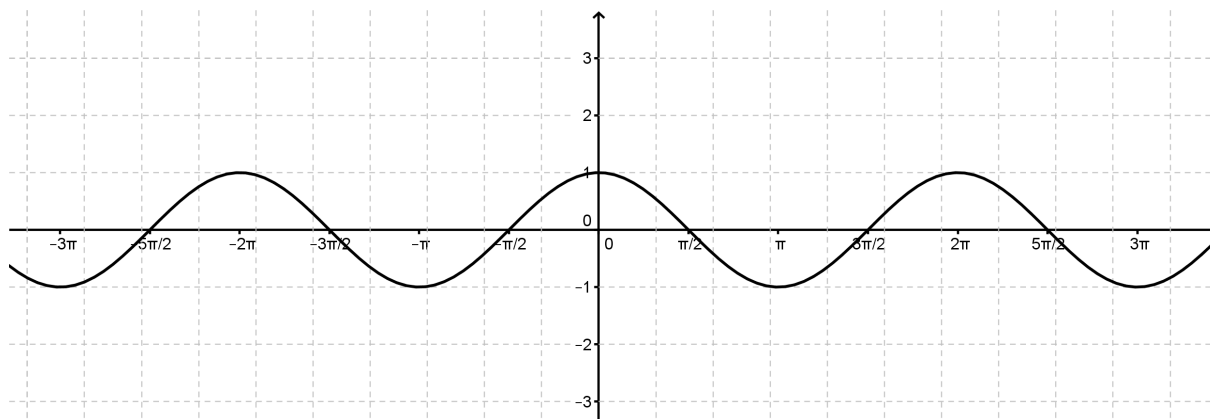
3.1 La fonction cosinus

La fonction cosinus est une fonction *paire* et *périodique* de période 2π car deux abscisses quelconques x et $x + 2\pi$ ont la même image. Le minimum de cette fonction est -1 et il est atteint en $\pi, 3\pi, 5\pi, -\pi, -3\pi, -5\pi$, etc.

Le maximum de la fonction est 1 et il est atteint en $0, 2\pi, 4\pi, -2\pi, -4\pi$, etc.

Les zéros de la fonction sont $\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \frac{-\pi}{2}, \frac{-3\pi}{2}$, etc.

Son graphe est :



3.2 La fonction sinus

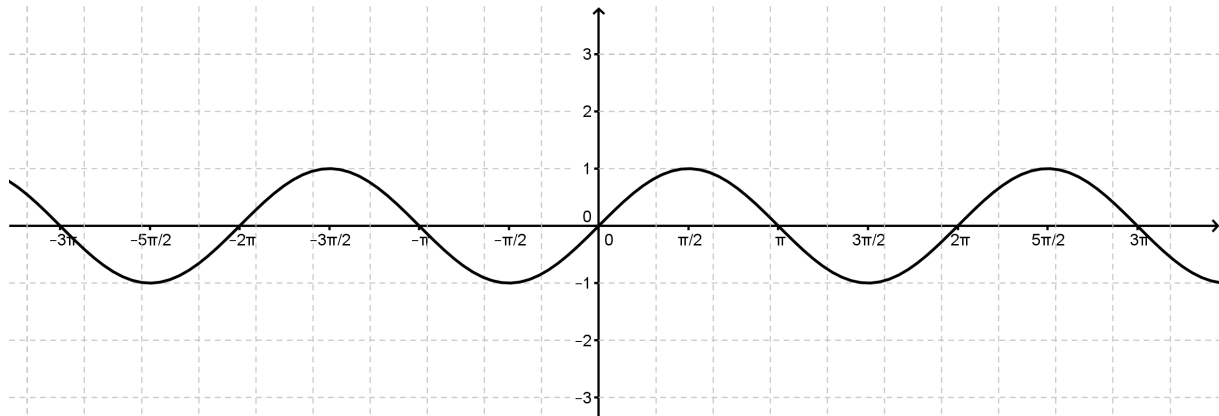
La fonction sinus est une fonction *impaire* et *périodique* de période 2π car deux abscisses quelconques x et $x + 2\pi$ ont la même image.

Le minimum de cette fonction est -1 et il est atteint en $\frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}, \frac{-\pi}{2}, \frac{-5\pi}{2}$, etc.

Le maximum de la fonction est 1 et il est atteint en $\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \frac{-3\pi}{2}, \frac{-7\pi}{2}$,

Les zéros de la fonction sont $0, \pi, 2\pi, 3\pi, -\pi, -2\pi$, etc.

Son graphe est :



Pour obtenir le graphique de la fonction sinus à partir de celui de la fonction cosinus, on effectue une *translation horizontale* de $\frac{\pi}{2}$ vers la droite ou $\frac{3\pi}{2}$ vers la gauche.

3.3 La fonction tangente

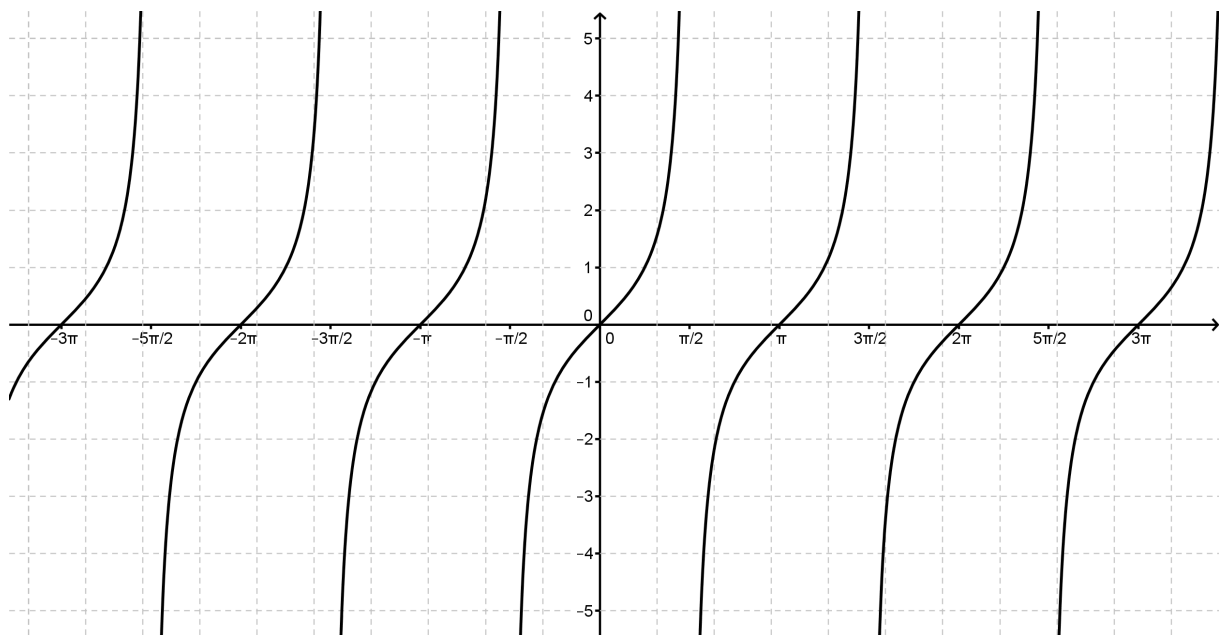
La fonction tangente est une fonction *impaire* et *périodiques* de période π car deux abscisses quelconques x et $x + \pi$ ont la même image.

Cette fonction est toujours *croissante* donc elle n'a ni *maximum* ni *minimum*.

En $x = \frac{\pi}{2}$, la fonction admet une *asymptote verticale*. C'est aussi le cas en $\frac{-\pi}{2}, \pm \frac{3\pi}{2}, \pm \frac{5\pi}{2}$, etc.

Les zéros de la fonctions sont $0, \pm\pi, \pm2\pi, \pm3\pi$, etc.

Son graphe est :

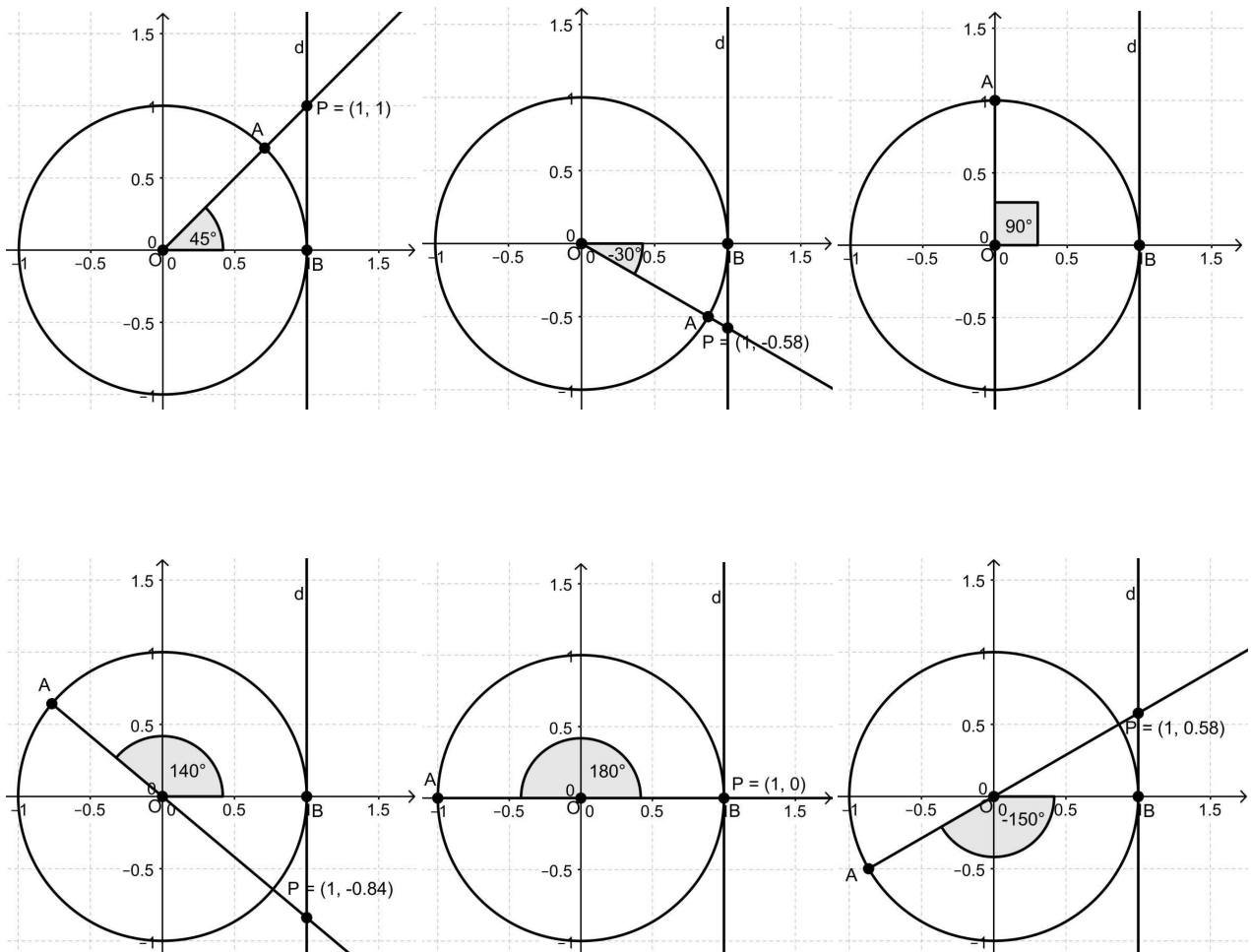


Sur le cercle trigonométrique, le cosinus et le sinus d'un angle α correspondent aux coordonnées du point du cercle déterminé par l'angle (le point A). La tangente peut également être représentée sur le cercle ; il suffit de

1. tracer la droite d , perpendiculaire à l'axe des abscisses et passant par le point $(1, 0)$,
2. prolonger le segment extrémité de l'angle α , c'est-à-dire le segment $[OA]$,
3. trouver le point d'intersection P entre le segment $[OA]$ et la droite d .

La tangente de l'angle α est l'ordonnée du point P .

Dans les 6 cercles ci-dessous, représente les tangentes des angles de 45° , -30° , 90° , 140° , 180° , -150° . Vérifie certaines de tes réponses avec le tableau de la page 6.



Propriétés : $1 + \tan^2(\alpha) = \frac{1}{\cos^2(\alpha)}$ et $\frac{1}{\sin^2(\alpha)} = 1 + \frac{1}{\tan^2(\alpha)}$.

Annexe E

Trucs et astuces pour donner cours avec une tablette

Dans cette annexe, vous trouverez divers conseils reçus lors des rencontres engendrées par ce mémoire. Ils sont valables pour tous les enseignants, pas seulement pour l'enseignement des mathématiques !

- Pour les élèves dyslexiques, il est conseillé de travailler avec des polices d'écritures comme *Verdana*, *Tahoma* ou *Andika*. Ces dernières permettent par exemple de bien distinguer le **p** et le **q** : il y a une petite barre verticale au-dessus de la boucle du p mais pas au-dessus de celle du q.
- Pour le confort des élèves, tentez de ne travailler qu'avec une seule application à la fois. Par exemple, pour les maths, imaginez que :
 - l'élève commence un travail avec une application de géométrie dynamique,
 - il doit la fermer pour aller faire un petit calcul à l'aide d'une application de calcul scientifique,
 - pour retenir le résultat du calcul, il note la solution sur papier,
 - pour appliquer son résultat, il ferme la calculatrice et réouvre l'application de géométrie.

On se rend vite compte que c'est très fastidieux.

- Lors des premières utilisations des tablettes, laissez les élèves « jouer » un petit peu avec. Pour cela, prévoir une phase ludique dans laquelle les élèves pourront chipoter dans l'application et assouvir leur curiosité. Ensuite, passer à la phase de travail en utilisant l'application qu'ils viennent de découvrir et en leur précisant que la tablette, ce n'est pas uniquement pour jouer.

- Pour éviter les débordements, certaines applications peuvent être verrouillées par un code ou un motif. Sur Android, l'application gratuite conseillée est **AppLock**. Sur iOS, on peut déjà verrouiller beaucoup de choses en activant les restrictions dans Réglages > Général > Restrictions.

- Si vous numérotez les tablettes et que chaque élève utilise toujours le même appareil, il respectera naturellement le matériel. En effet, les élèves auront en quelque sorte leur propre tablette et si quelqu'un l'abime, gare à lui ! De plus, pour leur confort, les élèves auront tendance à nettoyer l'écran avec soin avant de ranger la tablette.

- L'écran des iPads tourne avec la rotation de la tablette. Si vous souhaitez toujours travailler en portrait ou en paysage, il suffit d'aller dans les « Réglages » et de « Verrouiller la rotation ».
- Assurez-vous que vos élèves travaillent avec une tablette de même marque que la vôtre car de nombreuses applications ne sont compatibles qu'avec un seul système d'exploitation.
- Travailler avec des stylets permet de garder des écrans propres puisqu'on évite les traces de doigt.
- Si vous avez le choix entre travailler sur ordinateur ou sur tablette, pensez au confort des élèves ; travailler sur tablette permet d'avoir son écran à plat sur le banc, à côté de ses feuilles, tandis que travailler sur ordinateur demande à l'élève de passer de sa feuille à l'écran en devant lever la tête. La tablette est plus reposante pour la nuque.

Liste des figures

4.1	Niveau de difficulté des mathématiques	67
4.2	Niveau de difficulté des mathématiques, par classe	68
4.3	Élèves ayant déjà utilisé une tablette, par classe	68
4.4	Élèves ayant une tablette à la maison, par classe	69
4.5	Fréquence d'utilisation des tablettes	69
4.6	Qualité du travail avec une tablette	70
4.7	Vitesse du travail avec une tablette	70
4.8	Qualité de la compréhension avec une tablette	71
4.9	Qualité de la motivation avec une tablette	71
4.10	Qualité de la concentration avec une tablette	72
4.11	Qualité du cours avec une tablette	72
4.12	Difficulté du cours avec une tablette	73
4.13	Difficulté de la matière, par classe	75
4.14	Praticité de la tablette	75
4.15	Fatigue due à la tablette	76
4.16	Raisons pour demander de l'aide	76
4.17	Utiliser la tablette plus souvent, par classe	82

Liste des tableaux

4.1	Qualité du travail avec une tablette	78
4.2	Vitesse du travail avec une tablette	79
4.3	Qualité de la compréhension avec une tablette	79
4.4	Qualité de la motivation avec une tablette	79
4.5	Qualité de la concentration avec une tablette	80
4.6	Qualité du cours avec une tablette	80
4.7	Difficulté du cours avec une tablette	81
5.1	Qualité du travail avec une tablette	86
5.2	Vitesse du travail avec une tablette	86
5.3	Qualité de la compréhension avec une tablette	87
5.4	Qualité de la motivation avec une tablette	87
5.5	Qualité de la concentration avec une tablette	88
5.6	Qualité du cours avec une tablette	88
5.7	Difficulté du cours avec une tablette	89