THESIS / THÈSE

MASTER EN SCIENCES INFORMATIQUES

Traitement de données géographiques en E.A.O.

Manise, Patrick

Award date:
1984

Awarding institution:
Universite de Namur

FACULTES UNIVERSITAIRES N.D. DE LA PAIX

INSTITUT D'INFORMATIQUE

TRAITEMENT DE DONNEES

GEOGRAPHIQUES EN E.A.O.

Mémoire présenté par
Patrick MANISE
en vue de l'obtention du
titre de Licencié et Maître
en Informatique

Directeur C.CHERTON

Année académique 1983-1984.

REMERCIEMENTS.

Je tiens à remercier Monsieur le Professeur C. Cherton pour sa constante disponibilité et les nombreuses remarques critiques par lesquelles il a guidé le déroulement de mon travail.

Ma reconnaissance s'adresse également à Monsieur le Professeur D. Dupagne pour son aimable collaboration.

Enfin, je désire exprimer ma profonde gratitude envers mes parents et ma femme qui m'ont permis de réaliser ces études.

TABLE DES MATIERES.

INTRODUCTION

Ce mémoire fait partie des nombreux projets et réalisations destinés à un enseignement assisté par ordinateur.
En particulier, nous nous sommes intéressés à certains aspects rencontrés dans le cadre d'un cours de géographie de l'enseignement secondaire.

En effet, une collaboration avec Monsieur Dominique Dupagne, professeur de l'enseignement secondaire dans ce domaine, est à la base de notre étude.
Régulièrement, il reçoit des tableaux de données numériques relatifs à différents pays du monde; ces données, souvent utilisées dans des revues d'information, par la presse, par les journaux télévisés et par beaucoup d'autres, quantifient des notions telles que la superficie d'un pays, sa population, le chômage, les productions de l'agriculture, les productions de l'industrie, les naissances, les décès ....
Cependant, la seule citation de tous ces tableaux de chiffres manque d'intérêt et décourage souvent les lecteurs, les auditeurs ou les spectateurs.
Par contre, une analyse et une comparaison détaillées des chiffres quantifiant ces "produits" permettent d'obtenir une énorme quantité d'informations significatives, intéressantes et très instructives : activité principale d'un pays, répartition du chômage entre les hommes et les femmes, meilleurs pays producteurs de pé-

trole, pays ou région à plus forte densité de population, construction de la pyramide des âges, ...
Ici se situe le problème de ce professeur de géographie : le nombre d'heures dont il dispose est insuffisant pour faire en classe une étude comparative des chiffres reçus et a fortiori pour en exploiter et interpréter les résultats avec les étudiants.
C'est pourquoi il souhaite la réalisation d'un outil pédagogique qui l'aiderait dans sa tâche.
Nous avons réalisé notre travail dans cet objectif.

Nous avons pensé à baser la construction de cet outil pédagogique sur l'utilisation de l'ordinateur. Celui-ci nous semble un moyen très utile et très efficace dans l'optique décrite ci-avant.
En effet, l'ordinateur nous offre beaucoup d'avantages et notamment une grande capacité de stockage de données, des possibilités graphiques pratiques et élégantes ainsi qu'une immense rapidité de traitement de données.
Pour utiliser l'ordinateur et profiter de ses capacités, il faut une analyse complète et précise des concepts présents dans notre travail. Ces concepts sont les suivants : territoire, carte géographique et produit.
En fait, l'ossature de ce mémoire est constituée de l'analyse détaillée du concept de territoire et plus particulièrement de la structure entre ces territoires qui traduit les relations d'inclusion existant entre eux.
Toutes les autres analyses de ce travail reposent sur cette struc-

ture.
En effet, de celle-ci dépendent la structure des cartes géographiques et la constitution de listes-types de territoires; elle est, en outre, indispensable à la validation des données lors de leur saisie et au calcul automatique de certains chiffres.
De plus, plusieurs représentations différentes de cette structure existent et le choix de l'une d'entre elles a déterminé complètement la suite de notre travail.

Notre choix devrait permettre à ce mémoire, s'il est complété et achevé par le travail d'un autre étudiant, d'aboutir à un didacticiel fournissant trois applications principales.
La première permet à l'utilisateur de définir le contexte dans lequel il va travailler lors des deux autres applications : définition des territoires, établissement de leur structure, structuration des cartes géographiques, dessin des cartes géographiques et constitution de listes-types de territoires.
La seconde application, tout aussi primordiale que la première, sert à introduire dans l'ordinateur des données numériques.
Deux modes de mémorisation de tous ces chiffres seront à la disposition de l'utilisateur : le mode "manuel" nécessite l'introduction, pour chaque donnée, d'un nom de territoire; le mode "automatique" affiche à l'écran une liste-type de territoires, choisie par l'utilisateur, et il ne reste à celui-ci qu'à taper les données correspondantes.
L'emploi du mode automatique évite notamment les problèmes d'orthographe.

La troisième application consiste à interpréter graphiquement ces tableaux de données numériques : l'utilisateur choisit une carte géographique et un, deux ou trois produits qu'il désire associer aux territoires de cette carte; ensuite l'ordinateur affiche à l'écran la carte sélectionnée dont le dessin de chaque territoire est éventuellement complété par la représentation graphique des produits (un carré, un triangle et un rond par exemple).
La grandeur de chaque signe relatif à un produit sera calculée par l'ordinateur. Cette grandeur dépend de l'ensemble des données numériques quantifiant le produit attribué aux territoires de la carte choisie.

Plusieurs raisons nous laissent supposer que ce mémoire ne restera pas uniquement une étude de bureau.
Tout d'abord, les principes de ce travail nous furent donnés par un professeur de géographie confronté à un problème précis.
Par conséquent, des résultats concrets seraient susceptibles de l'intéresser et nous espérons que notre travail soit une approche en ce sens.
D'autres personnes ont peut-être déjà rencontré le même problème et ceux-ci pourraient être également attirés par ce travail.
Ensuite, le didacticiel pourra être utilisé par le professeur de géographie dans le cadre de son cours mais il permettra surtout à de petits groupes d'élèves de gérer leurs propres applications sans exiger obligatoirement l'aide ou la présence du professeur.
Cette méthode de travail motive l'étudiant, l'incite à une plus

grande activité au cours et lui assure une certaine responsabilité envers la matière qu'il ne se contente plus de digérer.
Enfin, comme nous l'avons déjà écrit, l'emploi de l'ordinateur dans ce cas nous semble très pratique : les mémoires secondaires de l'ordinateur permettent de mémoriser un grand nombre de territoires, de cartes géographiques et de tableaux de données.
Le professeur et ses élèves disposent ainsi d'une importante quantité d'informations qui pourront être utilisées dans de nombreuses applications.
De plus, les données numériques sont introduites une et une seule fois alors que leur utilisation peut être multiple, rapide et dans beaucoup de contextes différents.
Une des caractéristiques bien connue de l'ordinateur est son immense rapidité de traitement de données; cela nous autorise à attendre une communication rapide des résultats demandés, à l'écran ou sur listing. Il faut, pour cette seconde solution, posséder une imprimante graphique.
Imaginez le temps perdu si, pour chaque exemple, le professeur ou l'étudiant devait dessiner la carte, calculer la grandeur des symboles graphiques pour chaque donnée et les représenter sur la carte.
Nous croyons que ce travail de scribe, assumé par l'ordinateur, sera très apprécié; de plus, celui-ci est disponible à tout instant, sauf en cas de panne, évidemment : nul n'est parfait.

CHAPITRE I.

ANALYSE DU SUJET.

1.1. Notions de base.

1.1.1. territoire : un territoire est une partie de la surface du globe terrestre. Il sera caractérisé par un nom.

exemples : Belgique, Océan Indien, Europe, Lorraine, Floride, Massif Central, Bruxelles, plaine de Sibérie, ...

1.1.2. carte géographique : une carte géographique est un territoire (1) qui peut être subdivisé en plusieurs territoires (2) formant une partition (voir annexe), eux-mêmes éventuellement partitionnés en territoires (3).

(nous nous sommes limités à trois niveaux de découpe de manière à obtenir un dessin clair et lisible de la carte)

Une carte représente donc une découpe d'une partie de la surface du globe terrestre; cette découpe peut être politique, physique, religieuse, ...

Une carte sera identifiée par un nom.

exemples : découpe de la Belgique en régions linguistiques, découpe de la Belgique en provinces, découpe de la Belgique selon la nature des sols ....

1.1.3. produit : nous avons appelé produit tout ce qui peut décrire ou caractériser un pays, une région ou une partie quelconque de la surface terrestre.
Un produit sera caractérisé par un nom et une unité.

exemples :

NOM	UNITE
superficie	1000 km^2
population	1000
production du maïs	tonne
naissance	1000
mariage	1000
décès	1000
production de café	kilo
.	.
.	.
.	.

1.2. Relation entre ces notions.

Les informations que nous allons traiter seront constituées d'un nom de territoire, d'un nom de produit, d'une donnée numérique, de sa date ainsi que de son origine.

exemples : 1°) revue X, année 1979

TERRITOIRE	SUPERFICIE (*)
France	544.0
Italie	301.3
Belgique	30.5
Danemark	43.3
Suisse	41.3
Canada	9922.3
.	.
.	.
.	.

2°) revue Y, année 1980

TERRITOIRE	POPULATION (*)
France	53480
Pays-Bas	14039
Italie	56914
Belgique	9848
Norvège	4073
Autriche	7506
.	.
.	.
.	.

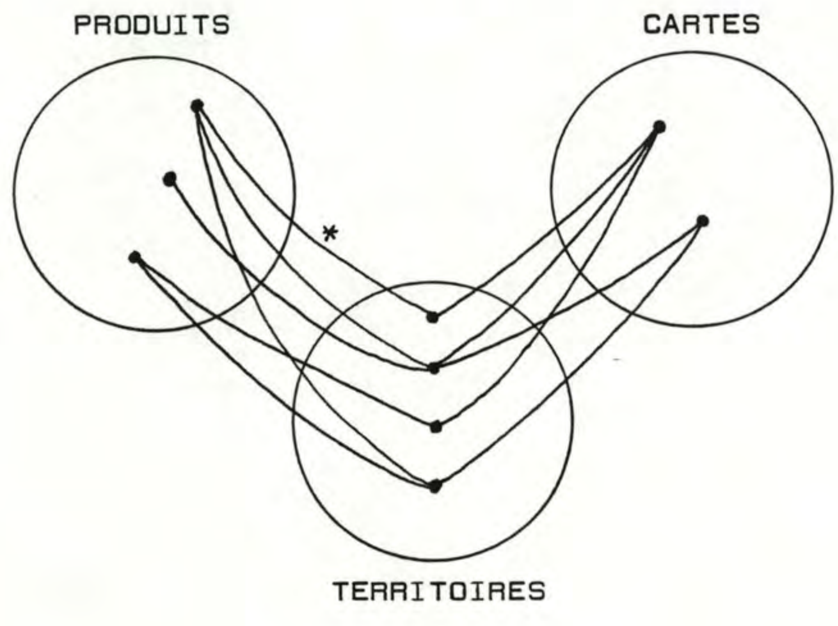
* : l'unité est celle mentionnée dans le tableau de la page précédente

Ces exemples de tableaux de données, qui peuvent être multipliés, soulignent implicitement les relations existantes entre un produit et un territoire : un produit peut être associé à plusieurs territoires; ainsi, on connaît la superficie des territoires du premier tableau de la page précédente. Mais on peut, pour chaque territoire, s'intéresser à d'autres informations; le second tableau, par exemple, nous apprend l'existence de 56 914 000 habitants italiens en 1980 pour une superficie de 301 300 km^2.

Chaque territoire peut, de cette façon, être associé à plusieurs produits.

De même, chaque carte géographique est constituée d'un ou de plusieurs territoires tandis que chaque territoire peut appartenir à plusieurs cartes.

Voici comment ces relations peuvent être schématisées :



* : (rappel) il existe une telle relation pour chaque couple (origine de la donnée numérique et date de cette donnée numérique)

1.3. Structures associées à ces notions.

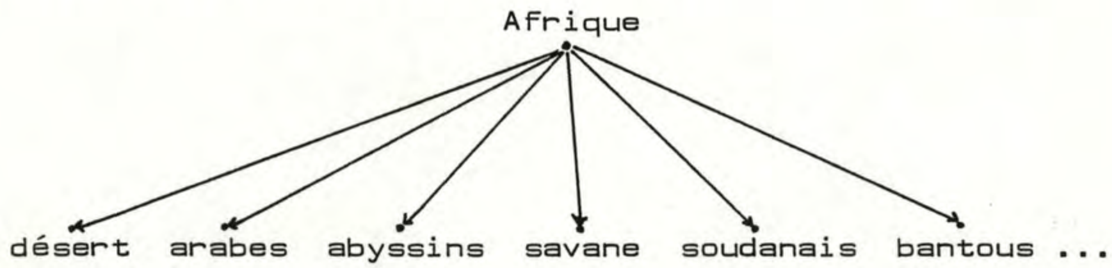
1.3.1. territoire

La vérification de la cohérence des cartes géographiques vis-à-vis des territoires qui les composent nécessite la création d'une structure de territoires.
En effet, un même territoire peut appartenir à plusieurs cartes géographiques différentes; ce territoire intervient dans la constitution de chaque carte de différentes façons et celles-ci doivent être cohérentes les unes envers les autres. Il est interdit, par exemple, de créer une carte où le territoire X contient le territoire Y alors qu'il existe déjà une carte où le territoire Y contient le territoire X.
Il faut donc créer une structure de territoires où chaque territoire défini par l'utilisateur n'apparaîtra qu'une seule fois et qui traduise correctement les relations d'appartenance entre les territoires.
En fait, cette structure servira de référence pour la construction de cartes géographiques.
Cette structure est également nécessaire au calcul automatique par l'ordinateur de certaines données numériques, déduites des données fournies par l'utilisateur.
Nous définissons alors le territoire "monde" qui est le territoire le plus grand du monde et qui, par conséquent, contient tous les autres; comme l'utilisateur du didacticiel construira lui-même cette structure, il devra tenir compte de ce territoire monde.

Cette structure peut être schématisée par un graphe orienté (voir annexe) où les points représentent des territoires et où chaque arc entre deux points traduit la relation suivante : le point origine de l'arc est le territoire contenant et le point extrémité de l'arc est le territoire contenu.
Il existe différentes façons de détailler cette structure auxquelles correspondent des configurations distinctes du graphe des territoires.
Nous parlerons brièvement des différentes possibilités rejetées, avec leurs avantages et leurs inconvénients dans le but d'introduire et de justifier celle que nous avons retenue.
La première solution utilise uniquement la notion d'appartenance : chaque territoire peut appartenir à d'autres territoires et il peut lui-même être décomposé en plusieurs autres.
Certains regroupements parmi l'ensemble des territoires inclus dans un autre forment une partition de ce territoire; on voudrait, par conséquent, pouvoir énumérer les territoires d'un même regroupement.
En effet, ceux-ci sont indispensables pour construire des cartes géographiques qui n'acceptent qu'une découpe en partition par territoire. Cependant, il est impossible avec cette solution de distinguer les différentes partitions d'un même territoire.
Prenons l'exemple de l'Afrique découpée de deux façons (Atlas 1979) : 1°) découpe selon la végétation : désert, semi-désert à acacia, savane, forêt claire, forêt équatoriale, forêt subtropicale, ...

2°) découpe en peuplades : arabes, berbères, abyssins, nilotiques, soudanais, bantous, hottentots, bochimans, ...

Voici la représentation du graphe :



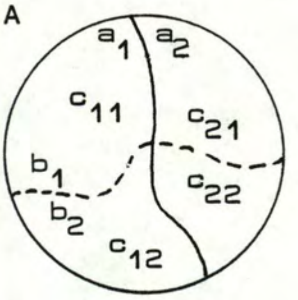
Comment pourrait-on savoir, par le seul moyen de ce graphe, qu'une partie du territoire habité par la peuplade soudanaise et qu'une partie du territoire formé par la savane africaine recouvrent la même surface terrestre?
Comment pourrait-on savoir, par conséquent, que le "territoire-soudanais" et le "territoire-savane" ne peuvent faire partie d'une même partition?
Pour résoudre une partie de ce problème, on pourrait introduire la notion de territoire atomique : chaque surface terrestre délimitée par les frontières engendrées par la superposition de plusieurs partitions d'un même territoire forme un territoire atomique.
L'ensemble des territoires atomiques feuilles (voir annexe) du graphe d'un territoire constituerait toujours la plus fine découpe de ce territoire.
Un territoire atomique représente donc une surface terrestre

mais celle-ci n'a souvent que peu d'intérêt pour l'utilisateur du didacticiel.

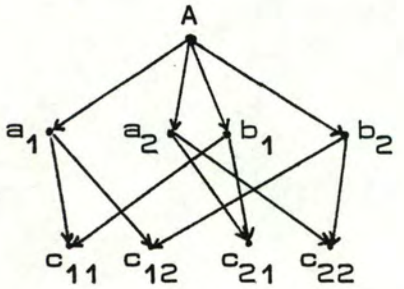
exemple théorique

Soit le territoire A décomposé en une partition a_1, a_2 ; soit une autre partition b_1, b_2 de ce même territoire. On peut schématiser la constitution de ce territoire comme suit :

territoire A



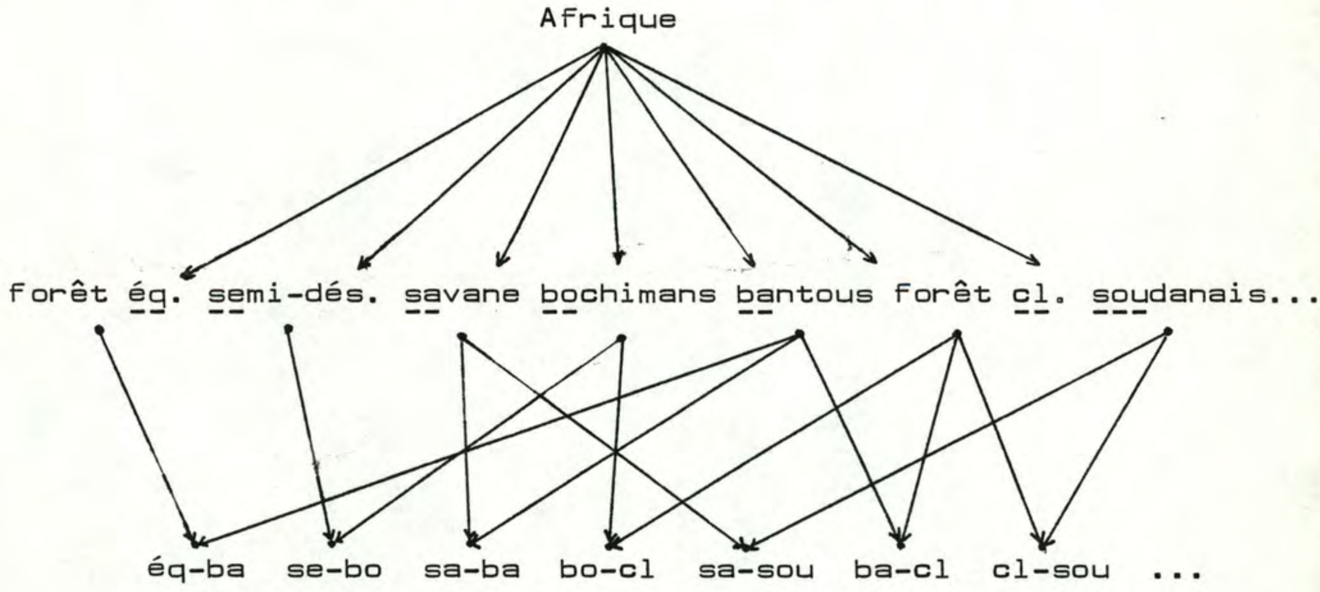
Les territoires atomiques sont c_{11}, c_{12}, c_{21} et c_{22}. Voici la représentation du graphe correspondant :



Dans cet exemple, il est possible de repérer au moyen du graphe les territoires formant une même partition de A : ce sont les territoires qui n'ont aucun territoire atomique en commun.

exemple pratique

Introduisons les territoires atomiques dans le graphe de l'exemple de l'Afrique cité ci-dessus.



Nous avons rejeté cette solution pour plusieurs raisons :

1°) cette méthode est lourde pour l'utilisateur : tout d'abord, elle utilise des territoires qui ne l'intéressent pas ou plutôt dont il ne désire faire aucune étude; ensuite, ces territoires, qu'il est difficile de nommer de façon significative, sont très nombreux; enfin, la superposition de plusieurs partitions d'un même territoire engendre souvent une délimitation physique assez compliquée.

2°) la mémorisation de tous ces territoires atomiques prendra une place considérable dans les mémoires auxiliaires de l'ordinateur.

3°] une modification de la structure [suppression d'un territoire, changement de relation entre deux territoires, nouvelle décomposition d'un territoire, ...] complique considérablement la vie de l'utilisateur qui doit adapter à la nouvelle situation le graphe des territoires. Il suffit, pour s'en convaincre, d'envisager la découpe politique de l'Afrique [Algérie, Lybie, Egypte, Soudan, Angola, Ouganda, Nigéria, Zaïre, ...] et de l'ajouter au graphe de la page précédente sans oublier tous les nouveaux territoires atomiques.

Une seconde solution, beaucoup plus simple, refuse plusieurs partitions différentes d'un territoire, c'est-à-dire que tous les territoires inclus dans un même territoire doivent former une et une seule partition.
Le problème de la distinction des différentes partitions disparaît trivialement mais cette décision limite beaucoup trop les possibilités de représentation du globe terrestre.
En effet, cette solution n'autorise qu'une seule découpe par territoire; cela signifie évidemment que l'utilisateur ne pourra pas profiter des autres possibilités de découpe de ce même territoire.
Ainsi, le choix d'une découpe politique des Etats-Unis empêche l'analyse géologique du sol américain.
Cette solution restreint considérablement les possibilités de comparaison de produits entre plusieurs territoires.
Parallèlement, le nombre de cartes géographiques que l'utilisateur pourra créer diminue fortement.

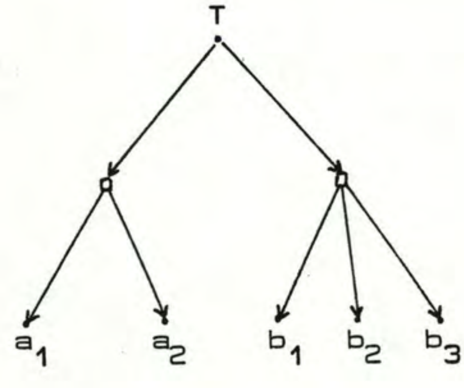
Afin de contourner ces difficultés et sans diminuer les applications susceptibles d'intéresser le professeur de géographie ainsi que ses étudiants, nous avons pensé à introduire explicitement le concept fondamental de partition et par conséquent de ne plus nous contenter de la notion d'appartenance entre les territoires qui ne suffit pas à résoudre les problèmes de nos applications.

Nous dirons qu'un territoire appartient à une partition et qu'une partition décrit un territoire. Ces deux relations seront traduites dans le graphe par un arc entre la partition que nous représenterons par un nouveau type de sommet (nous avons choisi comme symbole graphique un carré; les points représentent les territoires) et le territoire-contenu et par un arc entre le territoire-contenant et la partition.

Par ce moyen, on peut accepter plusieurs partitions différentes pour un territoire et il est possible de les distinguer.

<u>exemple</u> : soient deux partitions $(a_i)_{i=1,2}$ et $(b_i)_{i=1,2,3}$ du territoire T.

Voici la représentation du graphe :



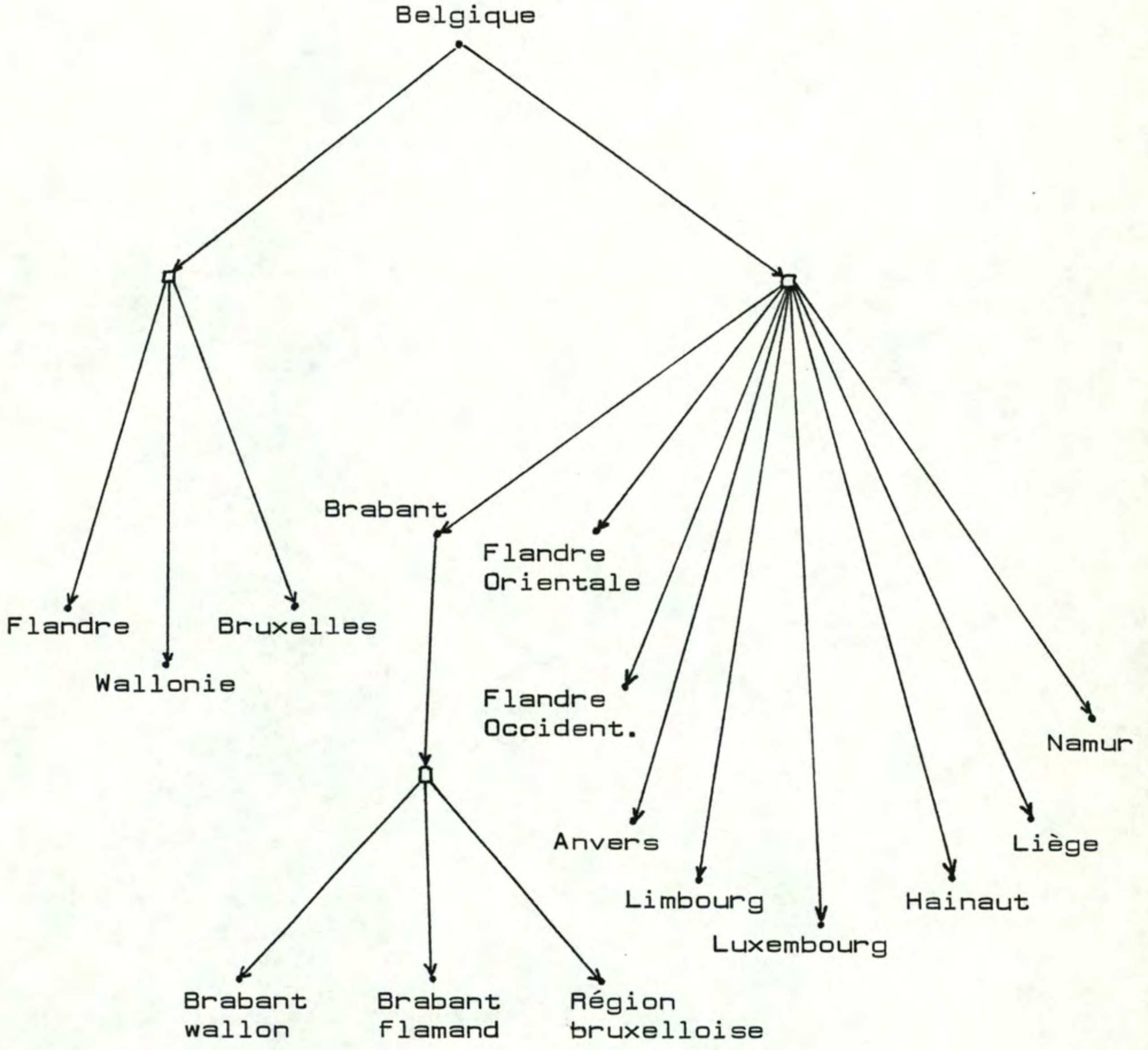
Etant donné que différentes partitions d'un même territoire recouvrent une surface terrestre identique, il existe obligatoirement des surfaces de terre communes entre les territoires d'une partition d'un territoire et les territoires d'une autre partition de ce même territoire.
Cette remarque nous oblige encore à choisir parmi deux solutions :

première solution : refuser toute intersection explicite dans la structure entre les territoires de partitions différentes d'un même territoire, c'est-à-dire interdire qu'un territoire appartienne à un territoire T par l'intermédiaire de deux partitions différentes de ce territoire T.

deuxième solution : accepter les intersections explicites. Nous avons choisi cette solution car les applications qu'elle permet se rapprochent plus de la réalité et sont donc plus utiles pour les utilisateurs.

Prenons l'exemple de la Belgique.
Soit une première partition formée par les régions linguistiques suivantes : Flandre, Wallonie et Bruxelles [nous n'avons pas envisagé la région allemande de Belgique ni les régions à facilité afin de ne pas compliquer le graphe].
Soit une seconde partition formée par les provinces suivantes : Flandre Orientale, Flandre Occidentale, Anvers, Limbourg, Namur, Brabant, Hainaut, Liège et Luxembourg.

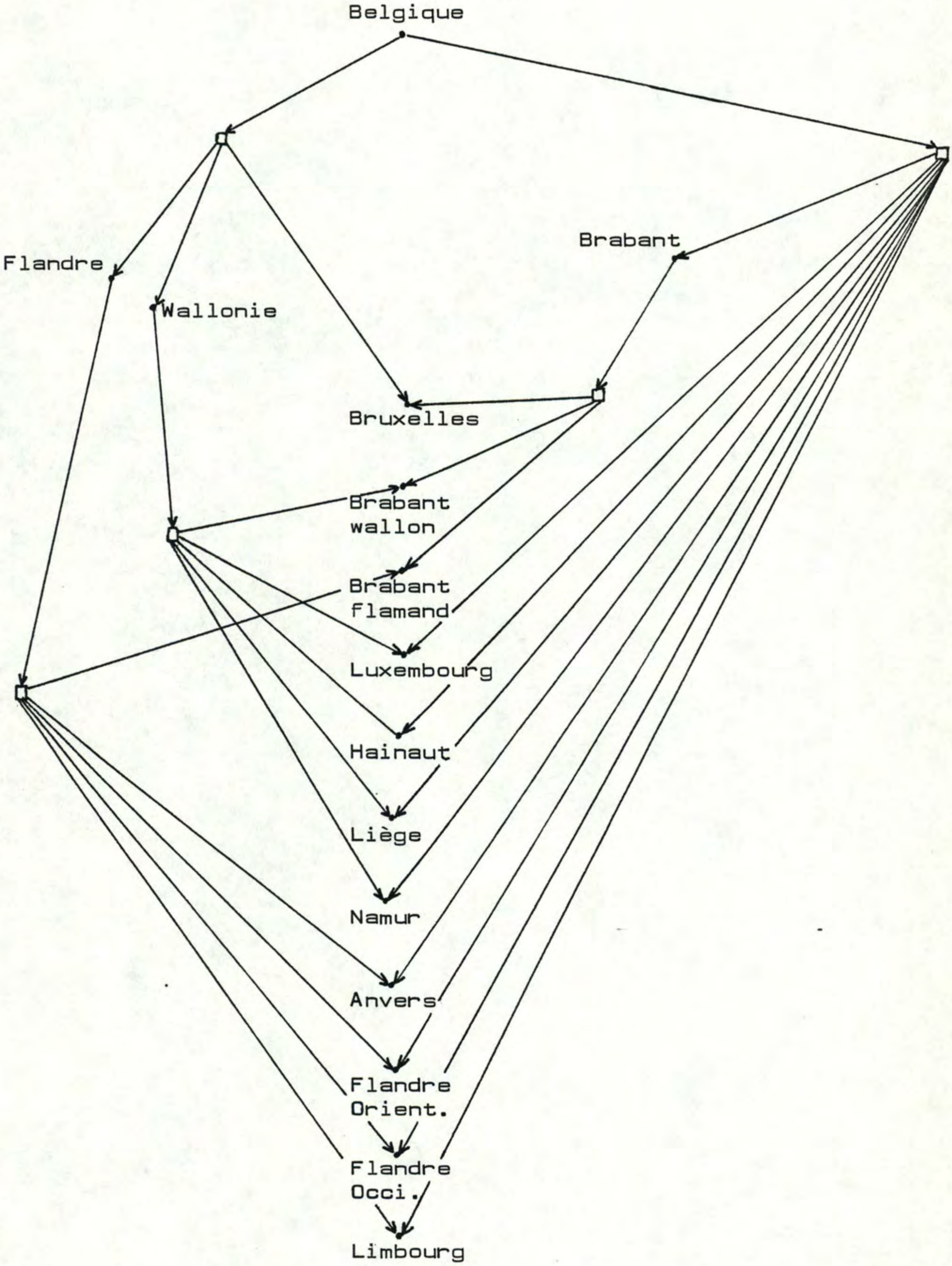
Voici le graphe correspondant à la première solution :



Dans ce cas, nous sommes obligés d'utiliser deux sommets, et par conséquent deux noms différents, en l'occurrence "Bruxelles" et "Région bruxelloise", pour une même surface du globe terrestre.

Cette situation n'est évidemment pas pratique pour l'utilisateur.

Voici le graphe correspondant à la seconde solution :



Les avantages de la structure que nous avons choisie sont les suivants :

- plusieurs partitions d'un même territoire sont acceptées;
- la liste des territoires constituant une partition est connue à chaque instant, sans devoir introduire de nouveaux territoires;
- chaque territoire défini par l'utilisateur est unique et considéré comme tel par l'ordinateur, qu'il appartienne ou non à plusieurs partitions.

Ces avantages permettent aux utilisateurs du didacticiel de représenter plus ou moins fidèlement et sans trop de difficultés la surface terrestre selon différents critères.
Cette souplesse fournit la possibilité de faire un grand nombre d'applications intéressantes et instructives dans le contexte cité précédemment d'un cours de géographie.

Les inconvénients sont :

- la complexité du graphe des territoires (plusieurs types de sommets, le graphe n'est presque jamais une forêt (graphe sans cycle), plusieurs sommets extrémités d'aucun arc si l'utilisateur ne construit pas son graphe avec le territoire monde);
- une vérification ardue de la cohérence du graphe des territoires construit par l'utilisateur (voir chapitre II, paragraphe 2.5.).

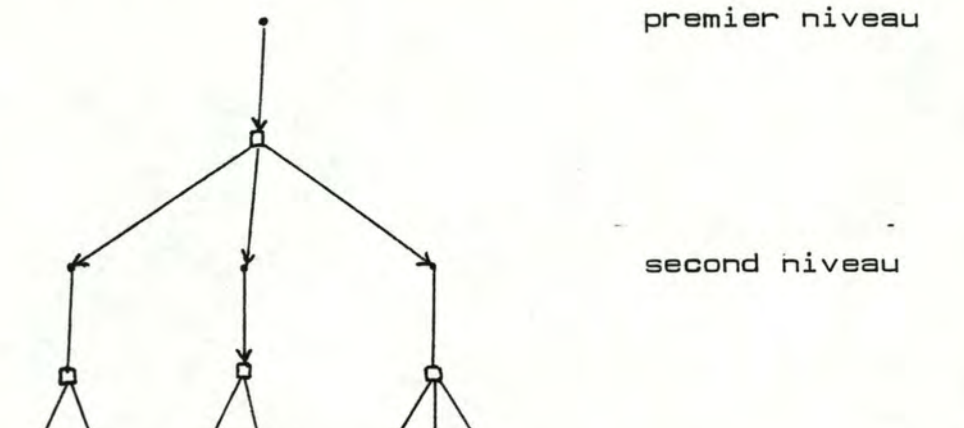
1.3.2. carte géographique

Une carte géographique sera représentée par sa structure ainsi que par son dessin. Celui-ci sera visualisé à l'écran de l'ordinateur et, au moyen d'une imprimante graphique, sur listing.

Nous avons fait un choix de structure limitatif afin que cette visualisation soit pratique, claire et suffisamment précise : la structure d'une carte géographique sera un graphe arborescent (voir annexe) avec au maximum trois niveaux de territoires où le territoire du premier niveau et chacun des territoires du second niveau ne peuvent avoir plus d'une partition.

Cette arborescence devra respecter le graphe global des territoires : chaque territoire de la carte et sa découpe éventuelle en partition doivent être structurés de façon identique à leur structure dans le graphe général des territoires.

exemple de structure d'une carte :



1.4. Applications.

Pour rappel, nous nous sommes intéressés à toutes les applications suivantes :
construction du graphe des territoires, construction des structures des cartes géographiques, construction graphique des cartes, constitution de listes-types de territoires, rentrée des données numériques, visualisation du graphe, des cartes, des tableaux de données, interprétation graphique au moyen des cartes géographiques des tableaux de données numériques.
L'analyse de la structure du graphe des territoires s'est avérée longue et complexe; de ce fait, le temps nous a manqué pour analyser en détail les autres applications et surtout pour pouvoir passer à l'étape de l'implémentation.
Nous exposerons donc en détail l'analyse faite de la structure du graphe des territoires et parlerons brièvement de l'analyse des autres applications.

CHAPITRE II.

CONSTRUCTION DU GRAPHE DES TERRITOIRES.

2.1. Notations.

N.B. : la notion de parenté utilisée dans la suite de ce mémoire reflète la notion d'appartenance; ainsi, un territoire inclu dans un autre sera appelé territoire-fils et le territoire contenant ce dernier sera appelé territoire-père. Cette notion s'étend évidemment à tout le graphe.

Voici les notations utilisées par la suite :

T,t = territoires

P = partition

P(T) = {fils directs de T par la partition P}
= ∅ si P n'est pas une partition de T

A(T) = T U {ancêtres en ligne directe de T}
(ancêtre en ligne directe = pére(s), grand(s)-père(s), ...)

D(t) = t U {descendants de t}
(descendant = fils, petit-fils, ...)

F(T,P) = {feuilles de T par la partition P}
(territoire-feuille = territoire n'ayant aucune partition)

F§(T,P) = {sous-ensembles de F(T,P) tels que les éléments de chaque sous-ensemble forment une partition du territoire T}

F°(T,P) = un élément de F§(T,P)

D(T,P) = {descendants de T par la partition P}

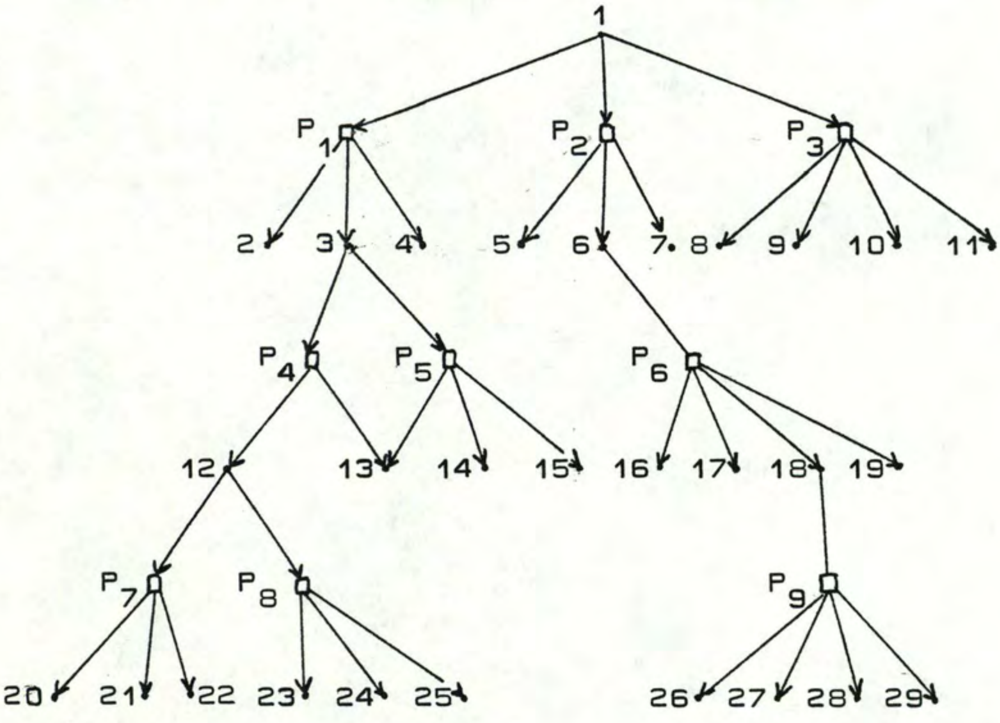
$t_1 \circledast t_2$ = les territoires t_1 et t_2 sont différents physiquement : ils ne représentent pas la même surface du globe terrestre.

$\triangle$ = {feuilles du graphe}

δ = sous-ensemble de $\triangle$

exemple

Soit le graphe de territoires suivant :



1) les points représentent les territoires; il y en a 29, numérotés de 1 à 29.

2) les carrés représentent les partitions; il y en a 9, notées P_i pour i= 1,...,9 .

3] $P_1[1] = \{2,3,4\}$

$P_6[6] = \{16,17,18,19\}$

$P_3[7] = \emptyset$

$P_4[3] = \{12,13\}$

$P_5[3] = \{13,14,15\}$

4] $A[16] = \{1,6,16\}$

$A[1] = \{1\}$

$A[22] = \{1,3,12,22\}$

5] $D[18] = \{18,26,27,28,29\}$

$D[12] = \{12,20,21,22,23,24,25\}$

$D[11] = \{11\}$

6] $F[12,P_7] = \{20,21,22\}$

$F[1,P_1] = \{2,4,13,14,15,20,21,22,23,24,25\}$

7] $F\S[1,P_1] = \{\{2,4,13,14,15\},\{2,4,13,20,21,22\},\{2,4,23,24,25,13\}\}$

$F\S[3,P_4] = \{\{13,20,21,22\},\{13,23,24,25\}\}$

8] $F°[6,P_6] = \{16,17,19,26,27,28,29\}$

$F°[12,P_8] = \{23,24,25\}$

$F°[1,P_1] = \{2,4,13,14,15\}$ ou $\{2,4,13,20,21,22\}$
ou $\{2,4,23,24,25,13\}$

9] $D[12,P_8] = \{23,24,25\}$

$D[1,P_2] = \{5,6,7,16,17,18,19,26,27,28,29\}$

10] $\triangle = \{2,4,5,7,8,9,10,11,13,14,15,16,17,19,20,21,22,23,24,25,$
$26,27,28,29\}$

11] $\delta = \{2\}$ ou $\{4,5,9\}$ ou $\{10,11,13,14,15\}$ ou ...

2.2. Axiomes.

$$1)\ \left[\forall\ t_1, t_2 : [\ \nexists\ P : P[t_1] \neq \emptyset\ ] \wedge [\ \nexists\ P : P[t_2] \neq \emptyset\ ] \right.$$
$$\left. \wedge\ [\ t_1 \neq t_2\ ] \right] \Longrightarrow t_1 \circledast t_2$$

Cet axiome exprime le fait suivant : deux territoires-feuilles du graphe ayant deux noms différents représentent deux surfaces du globe terrestre bien distinctes.

$$2)\ \forall\ \delta_1, \delta_2 \subset \triangle : [\ \delta_1 \sim \delta_2\ ] \Longleftrightarrow$$
$$[\ \delta_1 = \delta_2\ ]$$
$$\vee\ \exists\ T, P_1, P_2, F^{\circ}[T,P_1], F^{\circ}[T,P_2] :$$
$$\Big[\big[[\delta_1 = F^{\circ}[T,P_1]] \wedge [\delta_2 = F^{\circ}[T,P_2]] \big]$$
$$\vee \big[\delta_1 = [\ F^{\circ}[T,P_1] \setminus [F^{\circ}[T,P_1] \cap F^{\circ}[T,P_2]]\ ]$$
$$\wedge\ \delta_2 = [\ F^{\circ}[T,P_2] \setminus [F^{\circ}[T,P_1] \cap F^{\circ}[T,P_2]]\ ] \big] \Big]$$

Cet axiome exprime le fait suivant : deux ensembles de territoires-feuilles sont équivalents si et seulement si ils représentent la même surface terrestre.

2.3. Propriétés.

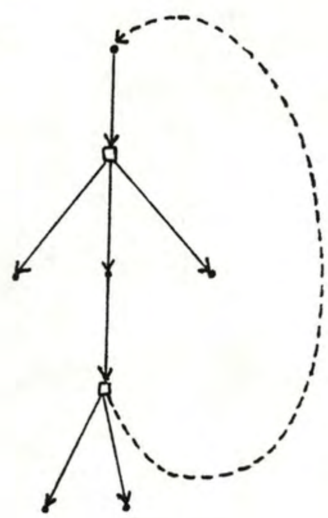
La structure des territoires sera cohérente si elle vérifie les propriétés suivantes :

1) $\forall T, P, t : t \in P[T] \Rightarrow t \notin A[T]$

Il ne peut y avoir de boucle dans le parcours du graphe.

exemple : un père ne peut pas avoir comme fils son grand-père ;

représentation :



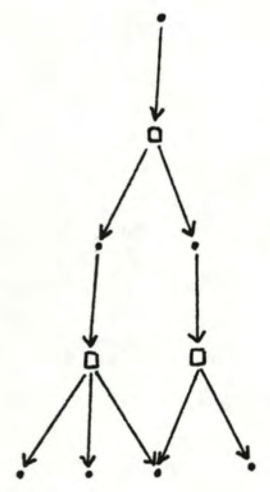
L'introduction de la flèche en pointillé est une erreur.

2) $\forall t_1, t_2, P, T : \left[(t_1 \in P[T]) \wedge (t_2 \in P[T]) \right]$

$\Rightarrow \left[(D[t_1] \cap D[t_2] \neq \emptyset) \Rightarrow t_1 = t_2 \right]$

Cette expression reflète la propriété d'une partition : deux territoires appartenant à une même partition doivent être disjoints et ne peuvent donc avoir aucun territoire en commun.

exemple : le graphe suivant ne peut être accepté :



3) $\forall T,P : \exists\, t_1,t_2 : (t_1 \in P(T)) \wedge (t_2 \in P(T)) \wedge (t_1 \neq t_2)$

Une partition d'un territoire doit être constituée d'au moins deux territoires différents. Dans le cas contraire, l'utilisateur nommerait de deux façons différentes un même territoire.

exemple : le graphe suivant ne peut être accepté :

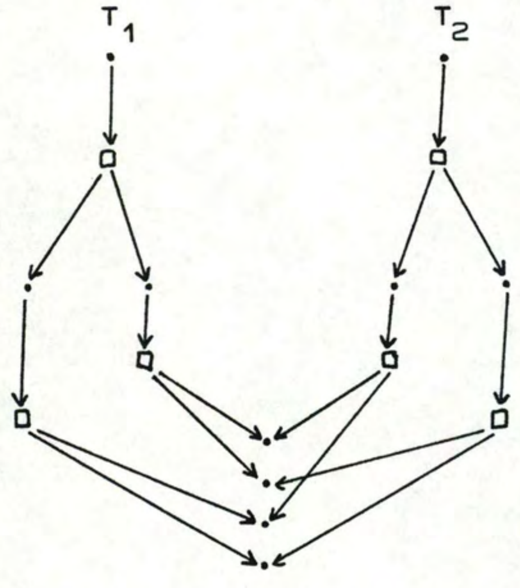
4) $\forall\, T_1,T_2,P_1,P_2 : (\, T_1 \neq T_2\,) \Leftrightarrow$

$$\Big[\forall\, F^{\circ}(T_1,P_1),F^{\circ}(T_2,P_2), \nexists\, \delta_1,\delta_2 : (\delta_1 = F^{\circ}(T_1,P_1)) \wedge (\delta_2 = F^{\circ}(T_2,P_2)) \wedge (\delta_1 \sim \delta_2)\Big]$$

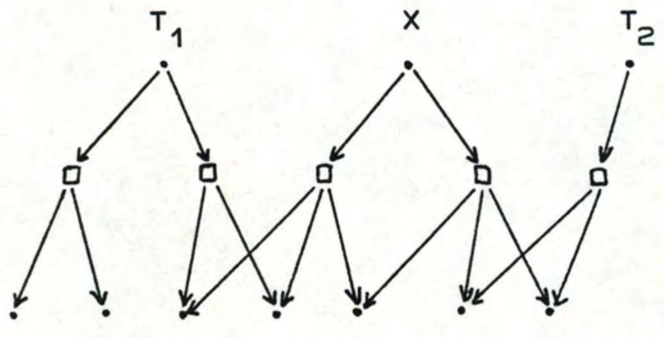
Deux territoires ayant des noms différents ne peuvent pas représenter la même surface terrestre.

<u>exemples</u> où T_1 et T_2 représentent une surface du globe identique :

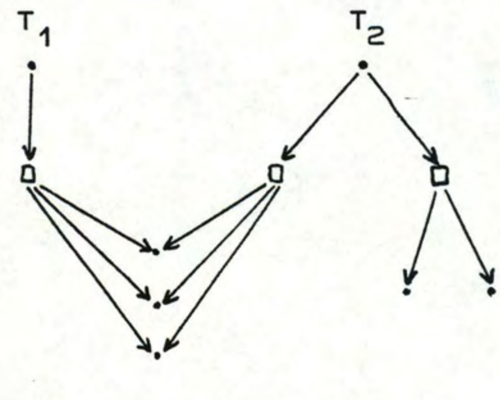
1°)



2°)



3°)

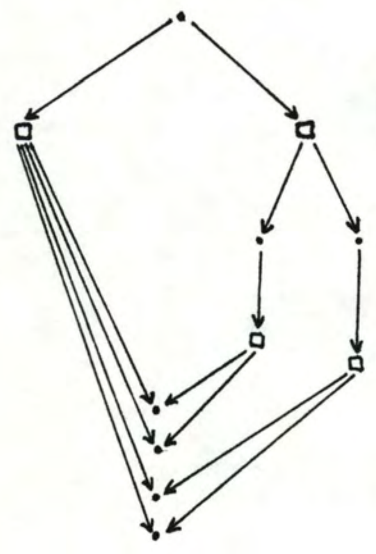


5) $\forall \; P_1, P_2, T$:

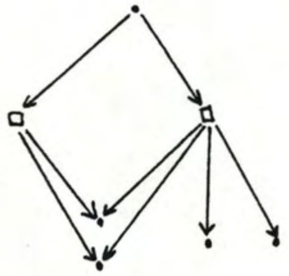
$$
\begin{aligned}
& \left[(P_1 \neq P_2) \wedge (P_1(T) \neq \emptyset) \wedge (P_2(T) \neq \emptyset) \right] \Longleftrightarrow \\
& \forall \; F^\circ(T,P_1), F^\circ(T,P_2) : \\
& \left[\left[((F^\circ(T,P_1) \triangle F^\circ(T,P_2)) \cap F^\circ(T,P_1)) \neq \emptyset \right] \right. \\
& \left. \wedge \left[((F^\circ(T,P_1) \triangle F^\circ(T,P_2)) \cap F^\circ(T,P_2)) \neq \emptyset \right] \right] \\
& \vee \left.
\begin{array}{l}
\left[(F^\circ(T,P_1) = F^\circ(T,P_2)) \right. \\
\wedge (\exists t_1 \in P_1(T) : t_1 \notin D(T,P_2)) \\
\left. \wedge (\exists t_2 \in P_2(T) : t_2 \notin D(T,P_1)) \right]
\end{array}
\right\} *
\end{aligned}
$$

<u>exemples</u> de structure refusée :

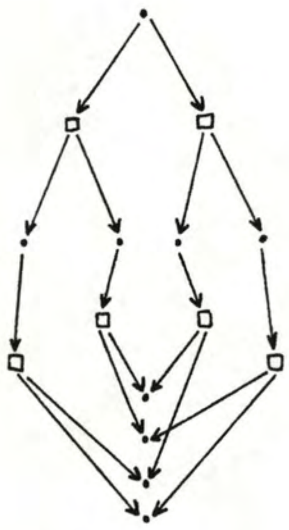
1°)



2°)



exemple de structure acceptée :



N.B. : on pourrait supprimer la partie * de la propriété 5; de cette façon on accepterait une certaine redondance dans le graphe au niveau de la décomposition en territoires; un exemple de redondance est donné au premier exemple de la page précédente.
L'utilisateur pourrait trouver cette redondance pratique et notamment lors de la construction de cartes géographiques.

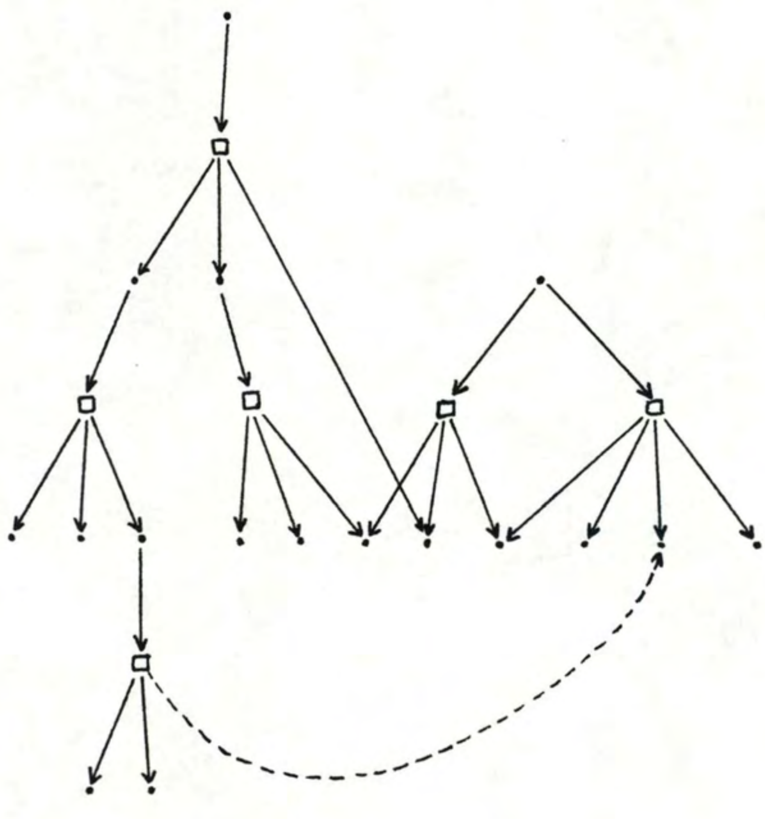
6) $\forall\, T, P, \delta_1, \delta_2$:

$$\left[(\delta_1 \neq \delta_2) \wedge (\delta_1 \sim \delta_2) \wedge (\delta_1 \subset F(T,P)) \right] \Rightarrow$$

$$\left[\nexists\, t \in \delta_2 : t \in F(T,P) \right]$$

Cette propriété a la même signification que la seconde propriété mais le refus d'une structure est dû ici à l'introduction d'une intersection implicite entre territoires d'une même partition.

<u>exemple</u> de mauvaise structure :



2.4. Construction du graphe.

L'utilisateur pourra construire le graphe des territoires au fur et à mesure de ses besoins.
Nous utiliserons ici la notion de mode : le graphe sera dit en mode construction lorsque l'utilisateur le construit; le mode utilisation est celui où l'utilisateur décide que le graphe est provisoirement terminé et que les tests de cohérence (voir paragraphe 2.5.) sont positifs, c'est-à-dire que le graphe des territoires respecte les propriétés de cohérence. Toutes les applications autres que la construction du graphe, refusées en mode construction, sont alors permises.
Des changements de mode sont évidemment admis mais il est plus pratique de ne pas en abuser.

En mode construction, voici les fonctions disponibles à l'utilisateur :

1) visualiser le graphe déjà enregistré ou une partie de celui-ci.

2) définir des territoires et les partitions de ces territoires au moyen de l'instruction suivante :

   define (T;a,b,c,...)

   où les paramètres sont des noms de territoire.
   a,b,c,... représentent des territoires susceptibles d'appartenir à T et d'en former une partition. Ils sont facul-

tatifs; ainsi, il est possible de définir uniquement un territoire.

De plus, l'utilisateur pourra toujours compléter une partition; il lui suffit de rappeler le territoire-père et de choisir parmi les partitions proposées automatiquement par l'ordinateur, si elles existent, celle qui l'intéresse.

Une longue partition [exemple : les états composant les Etats-Unis] pourra donc être définie en plusieurs étapes.

A l'utilisation de cette fonction et à chaque fois que l'utilisateur donnera un nom de territoire, certains tests de cohérence [voir paragraphe 2.5.] détecteront les erreurs explicites : définir plusieurs fois le même territoire, citer deux fois le même territoire dans une partition, créer une intersection entre deux territoires d'une même partition, ...

Si les tests sont négatifs, le territoire ayant provoqué l'erreur sera refusé; dans le cas contraire, il sera accepté.

L'algorithme d'introduction de territoires dans la structure générale des territoires avec les tests correspondants se trouve au chapitre III.

3] modifier le nom d'un territoire;

condition : le territoire dont on veut modifier le nom doit avoir été déjà défini et le nom que l'on désire doit être différent de tous les autres noms déjà introduits.

4] supprimer un territoire du graphe des territoires;

condition : ce territoire ne doit avoir ni descendants ni ancêtres; de plus, il ne doit pas avoir été utilisé en mode utilisation.

5) supprimer la relation d'appartenance entre un territoire et une des partitions dans laquelle il se trouve. Cela revient à supprimer le lien père-fils entre deux territoires.

condition : la partition à laquelle appartient ce territoire ne doit pas avoir été utilisée en mode utilisation.

6) supprimer une partition d'un territoire;

condition : cette partition ne doit pas avoir été utilisée en mode utilisation.

2.5. Tests de cohérence.

Nous distinguerons deux sortes de tests :
les premiers tests se feront à chaque introduction d'un territoire lors de l'utilisation de la seconde fonction du paragraphe 2.4.; nous les appellerons tests ON-LINE.
Les seconds seront effectués lorsque l'utilisateur décide de quitter le mode construction; nous les appellerons tests OFF-LINE.
Tant que les tests de cohérence ne sont pas positifs, on empêchera le passage en mode utilisation.

2.5.1. test ON-LINE

Le test ON-LINE consiste à vérifier que la construction de l'utilisateur respecte la première et la seconde propriété du paragraphe 2.3..
Voici le principe de ce test :

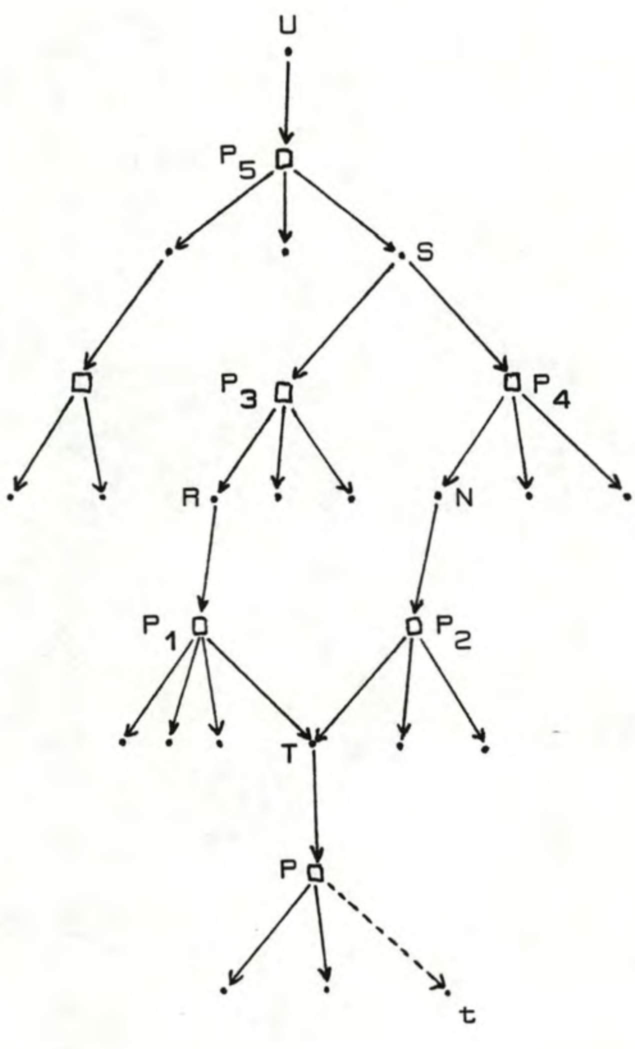
soit T le territoire dont on a donné le nom comme premier élément dans la fonction define.
Soit t un territoire dont on veut qu'il appartienne à une partition de T.

Rem : "marquer" signifie placer un signal ou un drapeau (flag en anglais) par programme près d'un élément de manière à le distinguer des autres éléments.

1°) on marque la partition en construction, le territoire T, les partitions auxquelles appartient T, les ancêtres en ligne directe de T ainsi que les partitions contenant ces ancêtres.

Rem : étant donné que le graphe n'est presque jamais une forêt (graphe sans cycle), il y a plusieurs chemins à parcourir afin d'effectuer complètement ce signalement.
On peut optimiser celui-ci en interrompant un parcours lorsqu'on rencontre un élément déjà marqué.

exemple : soit la structure suivante où on veut enregistrer la relation représentée en pointillé entre le territoire-père T et le territoire-fils t :



On marquera d'abord P et T.

Ensuite, dans un premier parcours, on marquera P_1, R, P_3, S, P_5 et U.

Comme T appartient à plusieurs partitions, il faut marquer également les ancêtres en ligne directe de T du côté de P_2 et les partitions qui les contiennent.

L'optimisation consiste à interrompre le marquage et par conséquent le parcours lorsqu'on arrive au territoire S qui a déjà été marqué.

2°) si, après le marquage, le territoire t a été marqué, ce qui signifierait que t est un ancêtre de T, on refusera de placer t dans la partition P de T et le test ON-LINE est terminé;

sinon, on passe au troisième point .

3°) on visite le territoire t et tous ses descendants.

Pour chacun de ces éléments, on remonte dans le graphe par le(s) chemin(s) différent(s) de celui avec lequel on a visité cet élément et formé(s) par ses ancêtres en ligne directe.

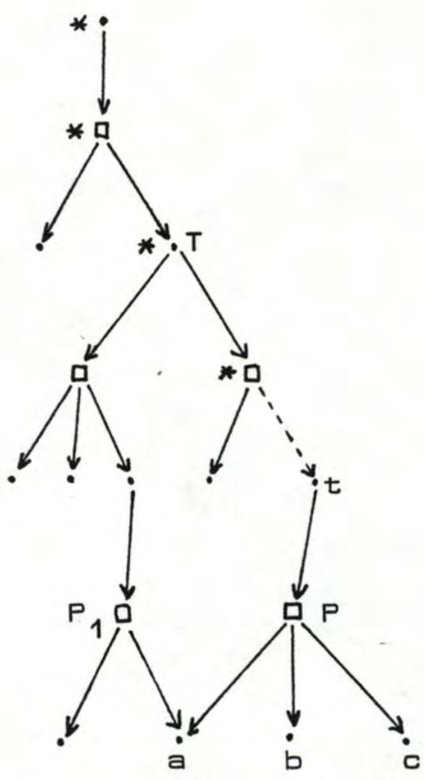
Si, dans ce parcours, on rencontre comme premier élément marqué par le premier point du test une partition, on n'accepte pas le territoire t dans la partition P de T; cela contredirait la seconde propriété.

Si on rencontre comme premier élément marqué un territoire, on accepte la relation d'appartenance entre T et t et le test ON-LINE est terminé.

Si on ne rencontre aucun élément marqué avant la fin du parcours, on accepte d'ajouter le territoire t à la partition P de T et cela termine le test ON-LINE.

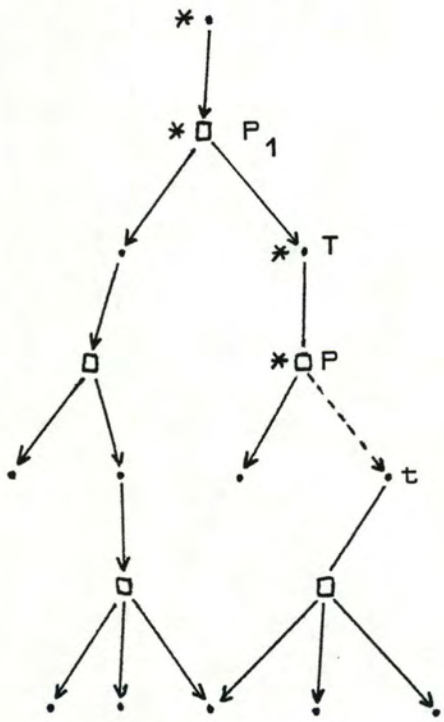
exemples :

1) soit la structure suivante avec en pointillé la nouvelle relation que l'on veut établir entre T territoire-père et t territoire-fils;
   soit un astérisque pour signifier qu'on a marqué un élément dans le graphe :



On peut accepter cette nouvelle relation puisque le parcours partant du territoire a et passant par la partition P_1 aboutit au territoire T comme premier élément marqué et que les territoires b et c n'appartiennent qu'à une seule partition.

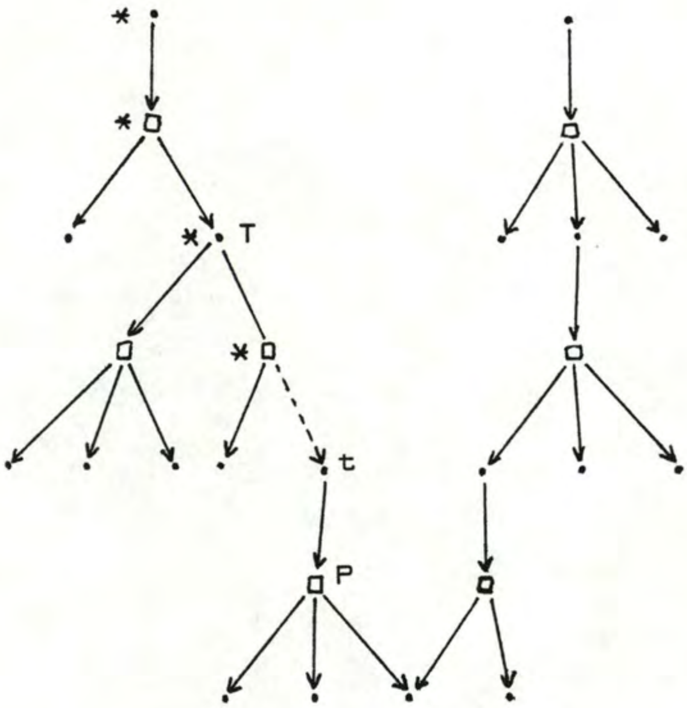
2) soit la structure suivante avec les mêmes conditions que l'exemple précédent :



Cette fois, il faut refuser la nouvelle relation entre T et t.

En effet, celle-ci provoque une intersection entre certains territoires de la partition P_1.

3) soit la structure suivante avec les mêmes conditions que les exemples précédents :



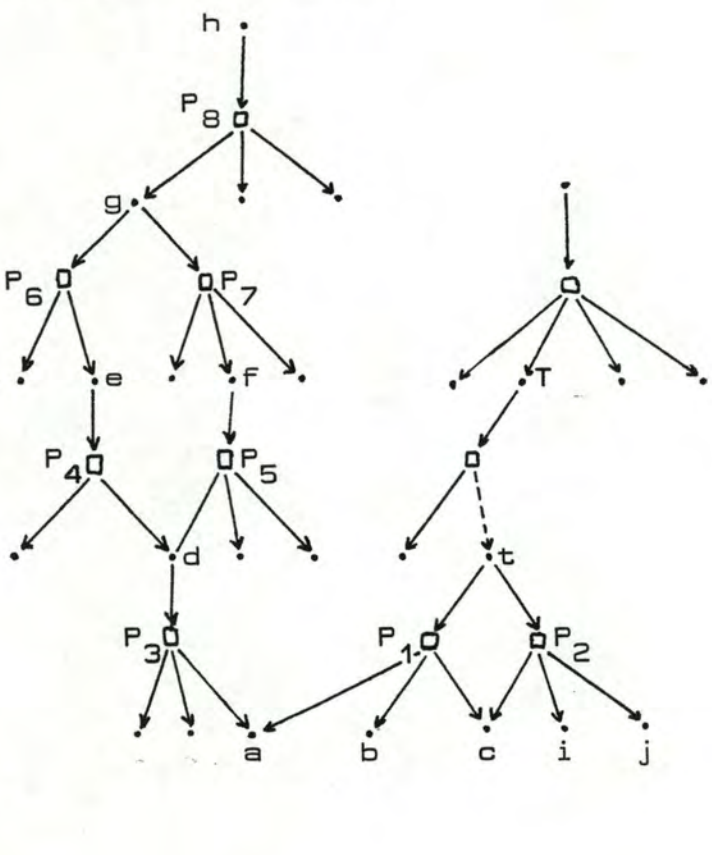
On peut accepter cette nouvelle relation car elle respecte les deux premières propriétés du paragraphe 2.3..

Pour visiter t et tous ses descendants, on peut faire la même remarque qu'au premier point [page 37] : lorsqu'on a traité un élément, on le marque et on continue à visiter les autres descendants de t; si, dans ce parcours, on rencontre un élément déjà visité, on ne doit plus recommencer le traitement.
Cette remarque est encore valable lorsque, pour t et chacun de ses descendants, on remonte dans le graphe. Pour le traitement de chacun de ces éléments, on marque les territoires que l'on visite en remontant ainsi que les partitions auxquelles ils appartiennent; lorsqu'on rencontre un élément marqué, on peut arrêter.

Attention :

les drapeaux utilisés au premier point du test ON-LINE sont nécessaires durant tous les tests ON-LINE relatifs à l'introduction successive des territoires d'une même partition. Il ne faut donc pas supprimer ce signalement après chaque test ON-LINE.
Les drapeaux utilisés pour visiter t et ses descendants sont utiles pendant tout le test ON-LINE mais ils doivent être effacés après chaque test ON-LINE.
Par contre, après chaque traitement de t ou d'un de ses descendants, il faut effacer les drapeaux placés lors du parcours de remontée.
Par conséquent, trois drapeaux différents sont nécessaires afin de pouvoir distinguer les signalements utilisés par le test ON-LINE.

exemple : soit le graphe suivant où les deux premiers points du test ont été effectués;
soient T et t respectivement le territoire-père et le territoire-fils :



Après avoir traité a,b,c par le chemin passant par P_1, il faut traiter c,i,j par le chemin passant par P_2; mais comme c a déjà été visité, il ne faut plus recommencer son traitement.
Une économie semblable de travail peut être faite lors du traitement du territoire a. Ce traitement consiste à parcourir, à marquer et à tester ses ancêtres en ligne directe et les partitions auxquelles ils appartiennent sauf ceux par lesquels on a atteint le territoire a, en l'occurrence P_1 et t.
Dans ce traitement, lorsqu'on aura marqué P_3, d, P_4, e, P_6, g, P_8 et h, puis P_5, f, P_7, on pourra arrêter puisque g a déjà été marqué.

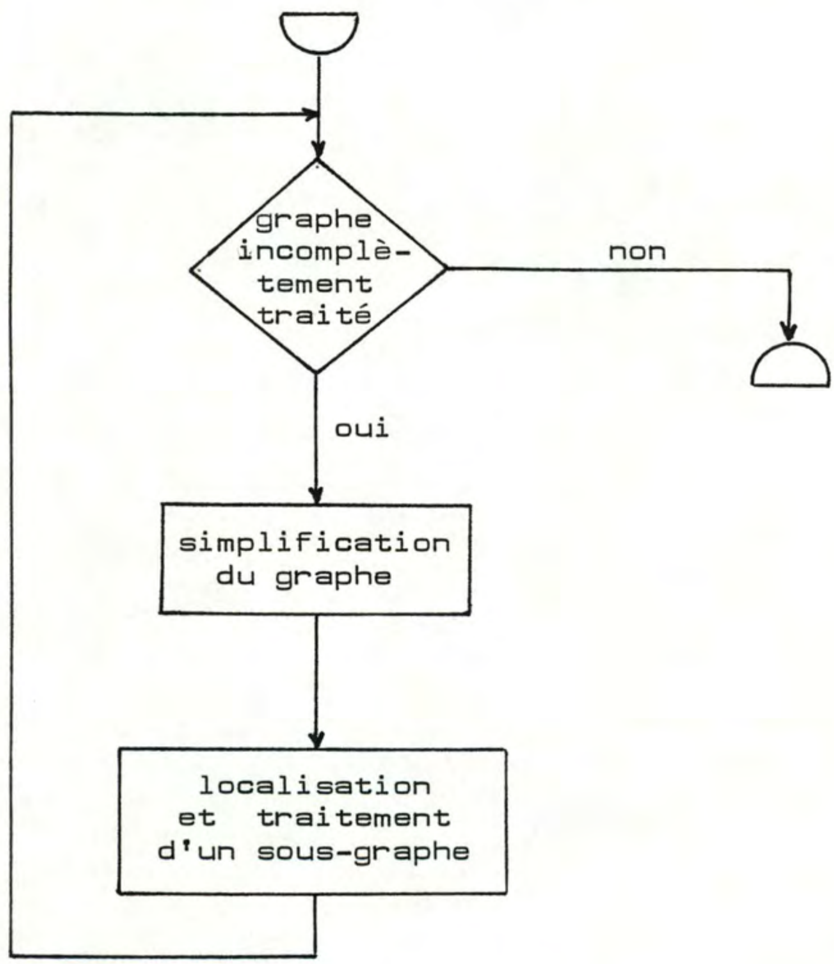
2.5.2. test OFF-LINE

Le test OFF-LINE vérifie si les propriétés trois, quatre, cinq et six sont respectées.
L'analyse du test des propriétés quatre et six est assez compliquée et très longue à faire. Le temps nous ayant manqué pour la réaliser, nous supposerons que ces propriétés sont vérifiées; de plus, nous avons choisi la propriété cinq où on accepte la redondance entre les territoires-composants d'un même territoire.

2.5.2.1. voici le principe du test OFF-LINE :

1°] on compte pour chaque partition le nombre de territoires qui la constituent; si ce nombre est égal à un, on n'accepte pas le passage en mode utilisation.

2°] il faut tester la cohérence du graphe vis-à-vis de la cinquième propriété. Pour simplifier et augmenter la rapidité de ce test, nous avons pensé à utiliser la démarche schématisée comme suit :

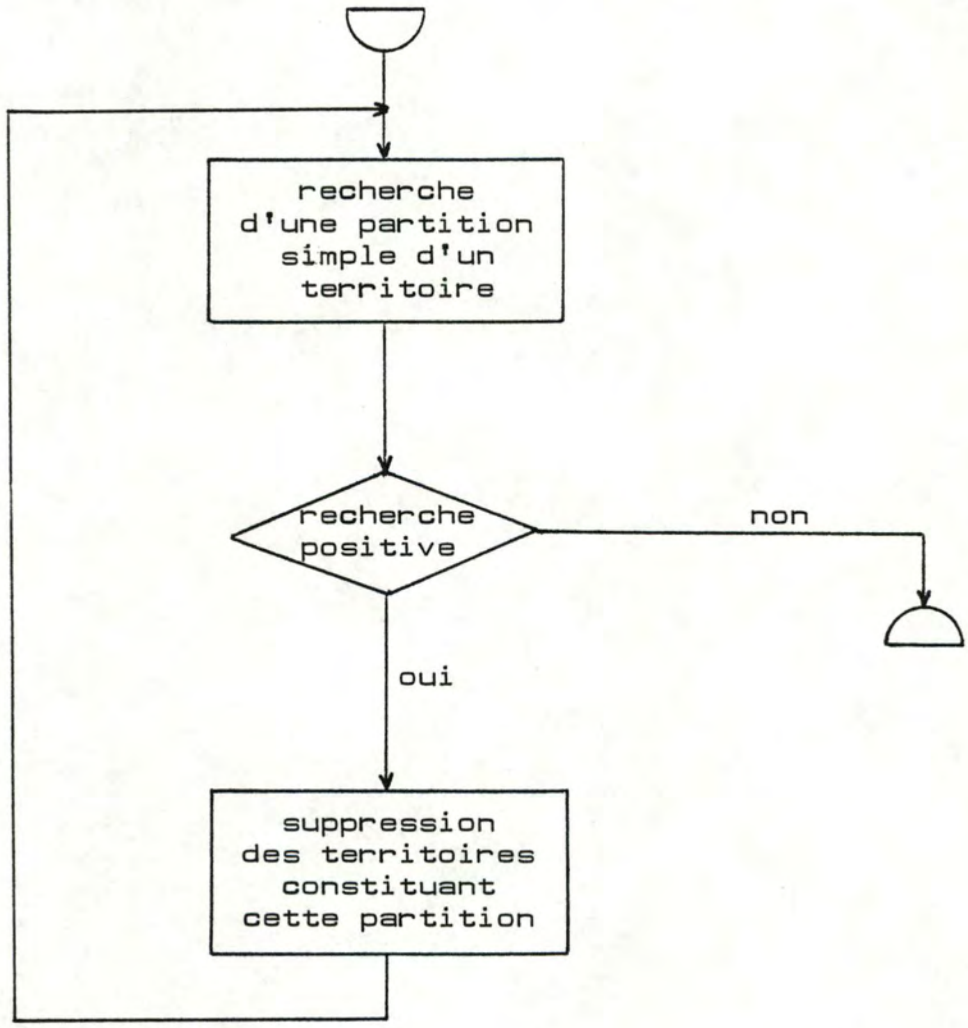


2.5.2.2. graphe incomplètement traité : le graphe sera complètement traité lorsqu'il sera réduit uniquement à des territoires-feuilles.

2.5.2.3. simplification du graphe

2.5.2.3.1. schéma

On peut schématiser ce traitement comme suit :

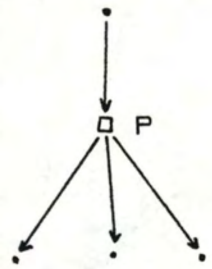


2.5.2.3.2. signification

- partition simple : partition dont les territoires qui la constituent sont tous des territoires-feuilles et qui n'appartiennent qu'à cette partition.

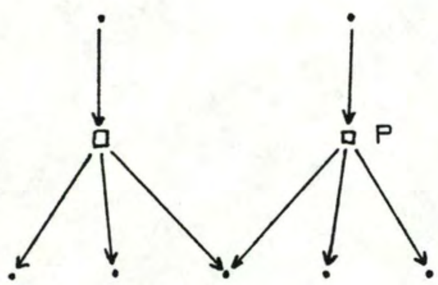
exemples :

1°)



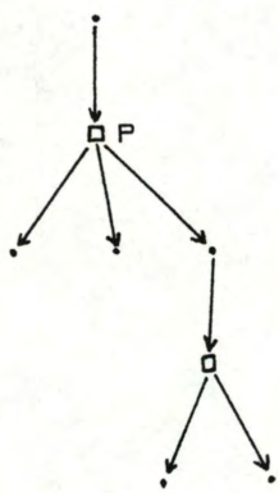
P est une partition simple

2°)



P n'est pas une partition simple

3°)

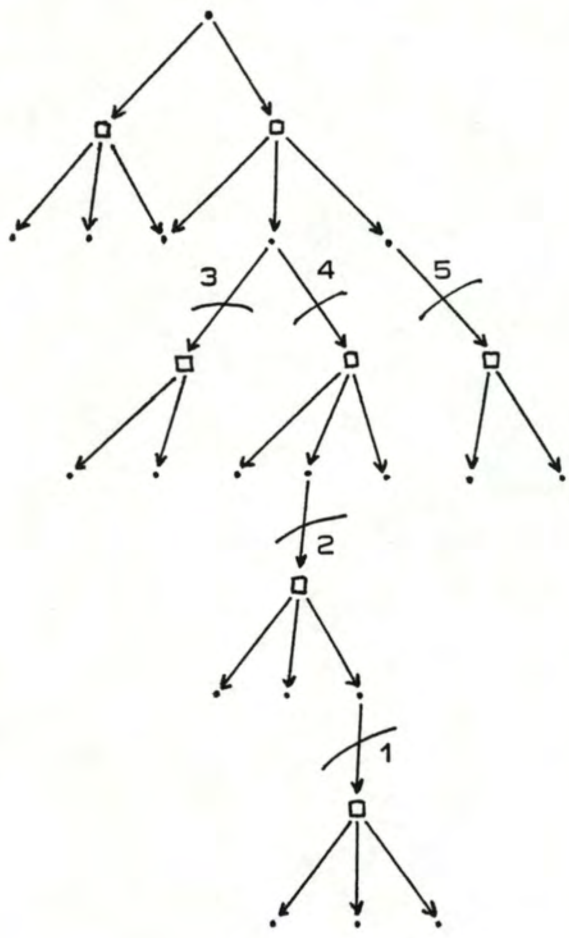


P n'est pas une partition simple

- suppression des territoires constituant cette partition : on ôte du graphe la partition simple et les territoires de cette partition.

De cette façon, certains territoires dont on supprime les partitions peuvent devenir des territoires-feuilles et cela permet plusieurs simplifications successives.

exemple : soit le graphe suivant où la numérotation montre comment on pourrait simplifier le graphe de ses partitions simples :

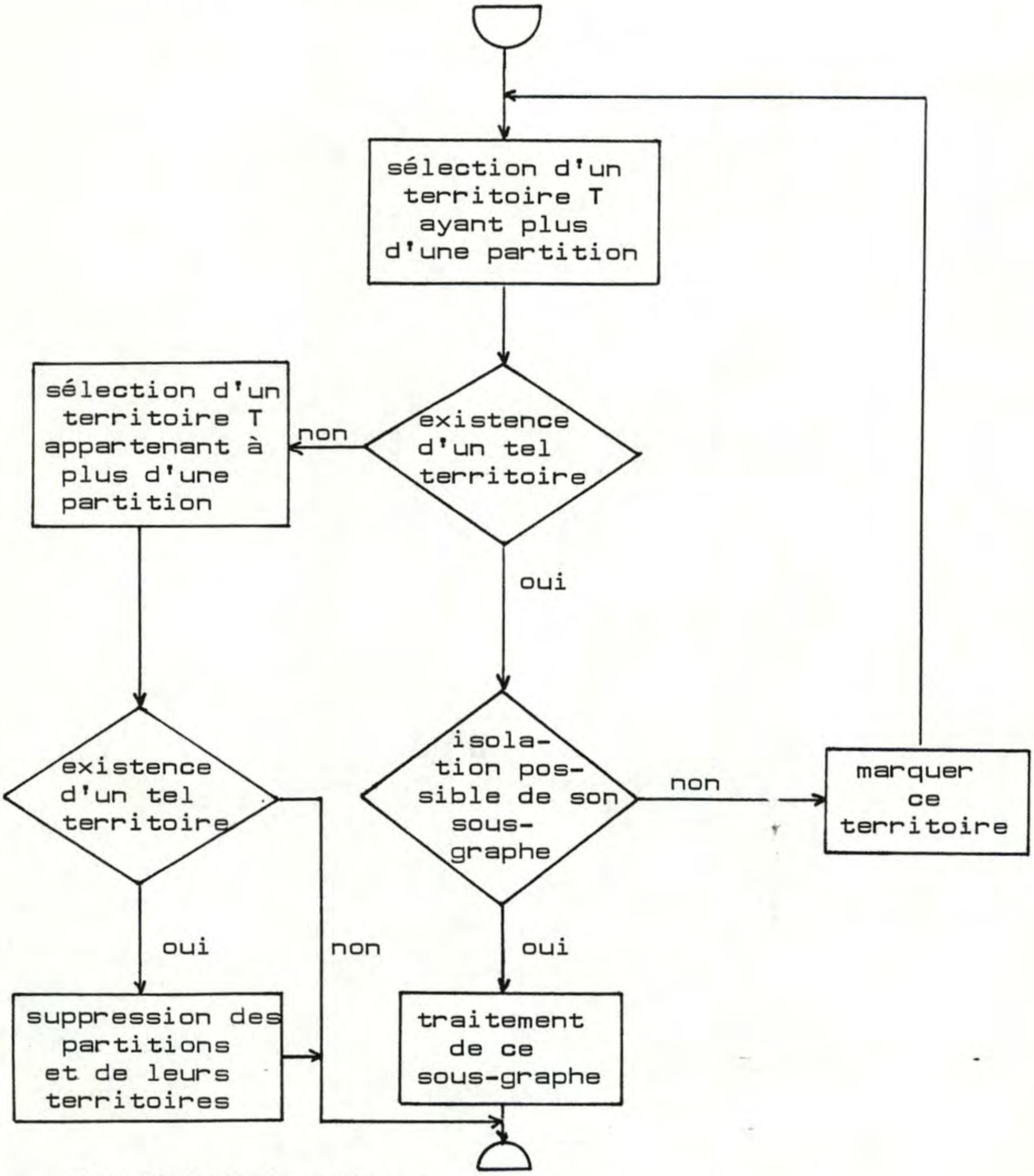


2.5.2.4. localisation et traitement d'un sous-graphe

Un sous-graphe correspondant à un territoire est le graphe constitué par ce territoire et tous ses descendants.

2.5.2.4.1. schéma

Voici la méthode choisie :



2.5.2.4.2. signification

- sélection d'un territoire T ayant plus d'une partition :

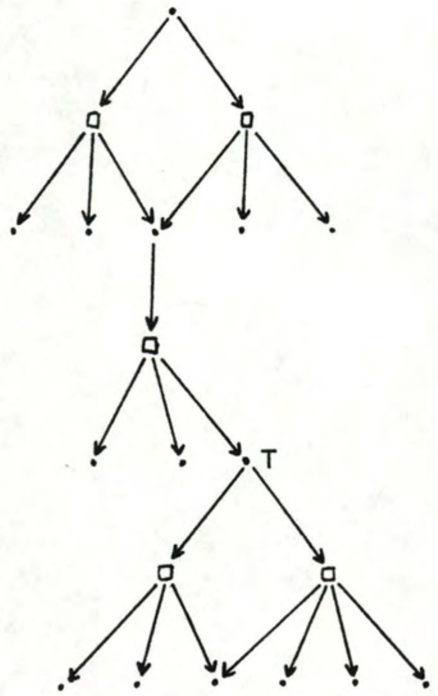
  il faut choisir un territoire non marqué ayant plus d'une partition et qui n'a pas de descendants non marqués ayant plus d'une partition.

- isolation possible de son sous-graphe :
  (isoler un sous-graphe est équivalent à considérer ce sous-graphe indépendamment du reste du graphe)
  on peut répondre à cette question de la manière suivante :
  1°) on marque ce territoire T ainsi que tous ses ancêtres en ligne directe.

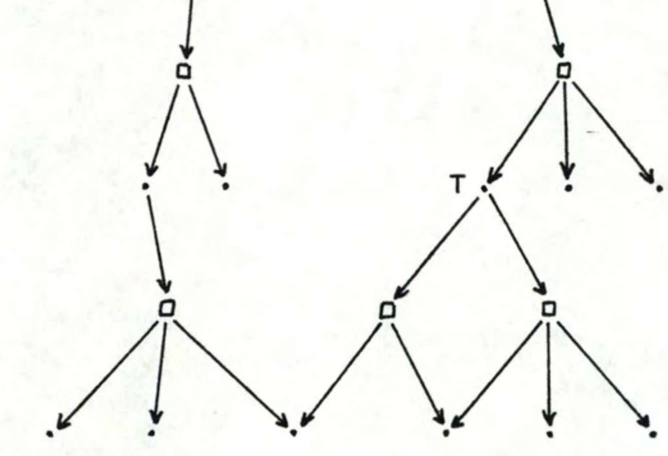
  2°) pour chaque descendant de ce territoire, on remonte le graphe par le(s) chemin(s) différent(s) de celui avec lequel on a visité ce descendant et formé(s) par des ancêtres en ligne directe de ce descendant.
  Si, dans ce parcours, on rencontre un territoire marqué autre que le territoire T, on ne peut isoler son sous-graphe; par conséquent, on marque ce territoire d'un drapeau, autre que ceux utilisés ci-dessus, afin de ne plus le sélectionner.
  Pour le parcours des ancêtres en ligne directe de T, de ses descendants et de leurs ancêtres en ligne directe, on peut faire les mêmes remarques que pour le test ON-LINE (paragraphe 2.5.1.).

exemples :

1°) dans le graphe suivant, on peut isoler le sous- graphe de T :



2°) dans le graphe suivant, on ne peut pas isoler le sous-graphe de T :



- traitement de ce sous-graphe :

  soit G ce sous-graphe;

  traiter G équivaut à traiter le sous-graphe de chaque territoire ayant plus d'une partition et appartenant à ce sous-graphe G.

  Le traitement du sous-graphe d'un territoire t consiste, pour chaque couple (P_1, P_2) de partitions de t, à considérer chaque $F°(t,P_1)$ avec chaque $F°(t,P_2)$ et à faire le test suivant :

  soit $F°(t,P_1) \cap F°(t,P_2) = X$;

  soit n_1 = nombre d'éléments de $F°(t,P_1)$;

  soit n_2 = nombre d'éléments de $F°(t,P_2)$;

  soit x = nombre d'éléments de X;

  si x = 0 alors le traitement est terminé;

  si $(x \neq 0) \wedge \left[(n_1 \neq x = n_2) \vee (n_1 = x \neq n_2)\right]$,

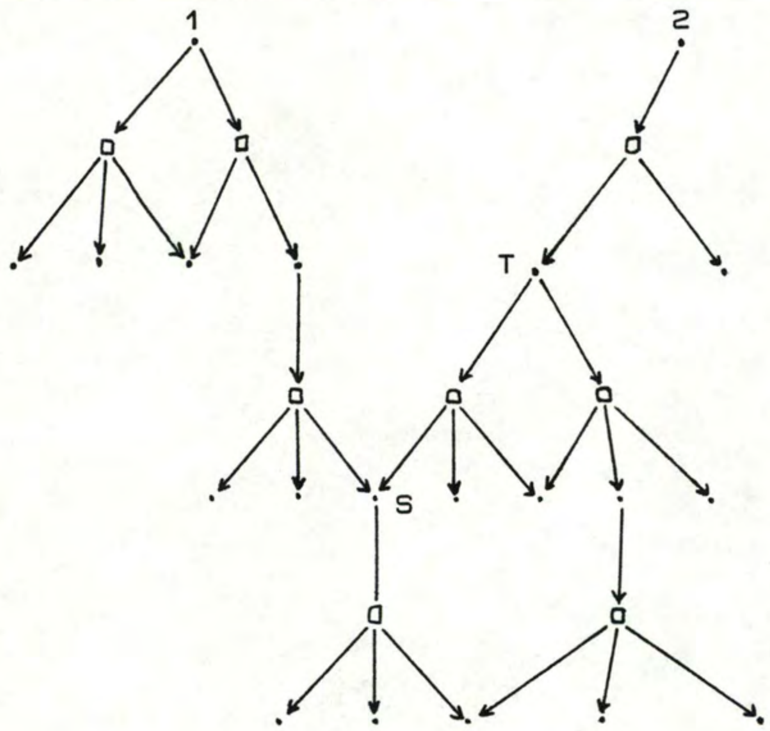
  alors il y a une erreur et celle-ci sera signalée à l'utilisateur.

Lorsqu'on a testé complètement le sous-graphe G et détecté toutes les erreurs, il faut supprimer du graphe général tous les territoires appartenant à ce sous-graphe, à l'exception de T, des territoires appartenant à une partition autre que celles de G ainsi que les descendants de ces territoires.

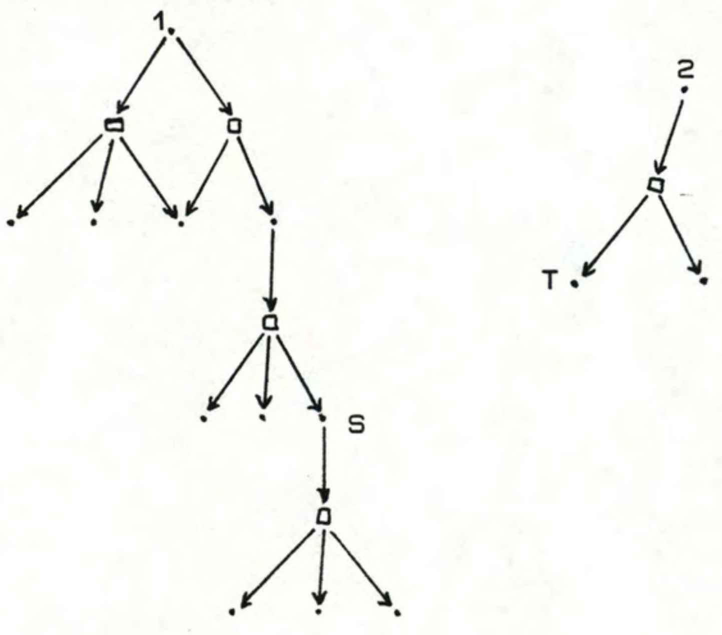
exemple :

soit le graphe suivant où le sous-graphe de T a été isolé et traité; il faut encore supprimer ce sous-graphe du graphe général;

graphe avant suppression :



graphe après suppression :

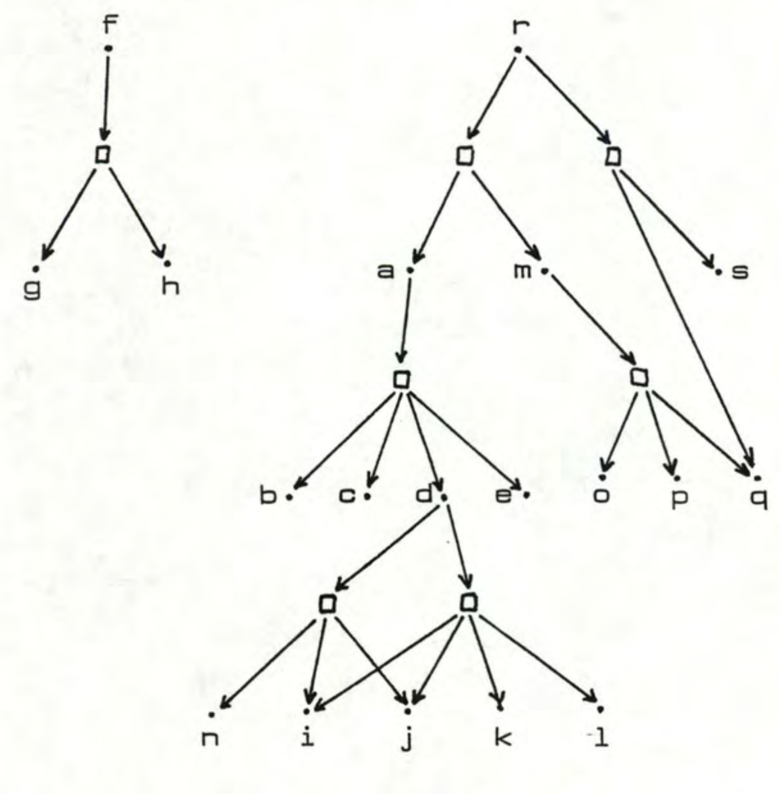


2.6. Indication sur l'implémentation de la structure des territoires.

Le graphe de territoires que nous utilisons dans ce mémoire est un graphe avec cycle, c'est-à-dire que d'un sommet, il peut exister plusieurs chemins différents pour atteindre un autre sommet.

De plus, ce graphe est constitué de deux types de sommets : les territoires et les partitions.

Voici un exemple de graphe :

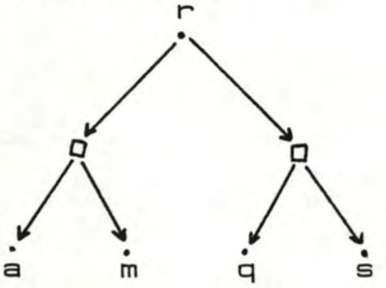


Dans toutes les applications, le graphe des territoires est parcouru de la manière suivante : pour chaque territoire, il faut pouvoir visiter tous ses descendants et notamment les territoires constituant ses partitions; il faut aussi pouvoir visiter tous ses ancêtres en ligne directe.

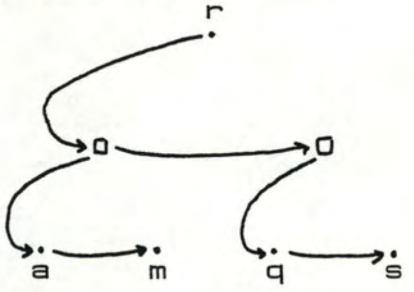
Afin d'effectuer ces parcours avec un maximum d'efficacité, nous avons choisi d'utiliser le chaînage pour implémenter un tel graphe.

Ainsi, pour descendre dans le graphe, on enchaîne les partitions d'un même territoire et on enchaîne les territoires constituant une partition.

Par exemple, le graphe suivant



sera impléménté comme suit :



Cependant, les relations entre les territoires et les partitions dans notre structure des territoires sont des relations many to many (M-N); en effet, une partition peur contenir plusieurs territoires et un territoire peut appartenir à plusieurs partitions.

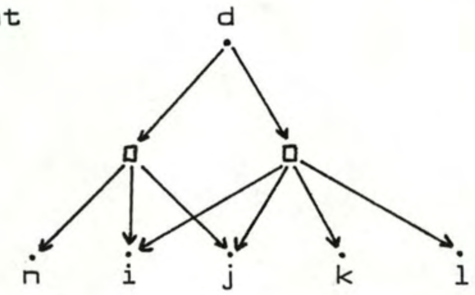
Par conséquent, pour éviter la difficulté d'implémentation d'une telle relation, nous avons utilisé un nouvel élément que nous appelerons territoire-partition.

Chaque territoire-partition sera associé à une et une seule partition ainsi qu'à un et un seul territoire.

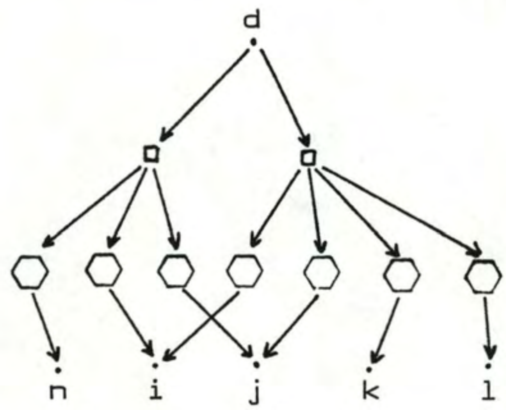
Prenons un exemple.

[⬡ représente un territoire-partition]

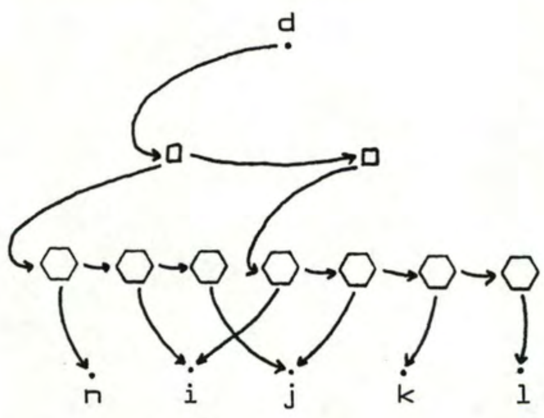
Le graphe suivant



devient



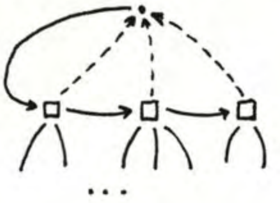
et sera implémenté comme suit :



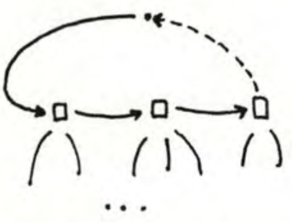
Voyons maintenant quels sont les chaînages utiles pour la visite des ancêtres en ligne directe d'un territoire.

Il faut d'abord, pour chaque territoire, connaître les partitions auxquelles il appartient et ensuite, pour chacune de ces partitions, connaître le territoire qu'elle décrit.
Cette seconde partie peut être résolue en enchaînant chaque partition avec le territoire qu'elle décrit.
Cependant, pour un territoire, on peut faire le gain de plusieurs chaînages en enchaînant seulement la dernière de ses partitions (ces partitions sont déjà enchaînées les unes aux autres).

exemple : le graphe suivant



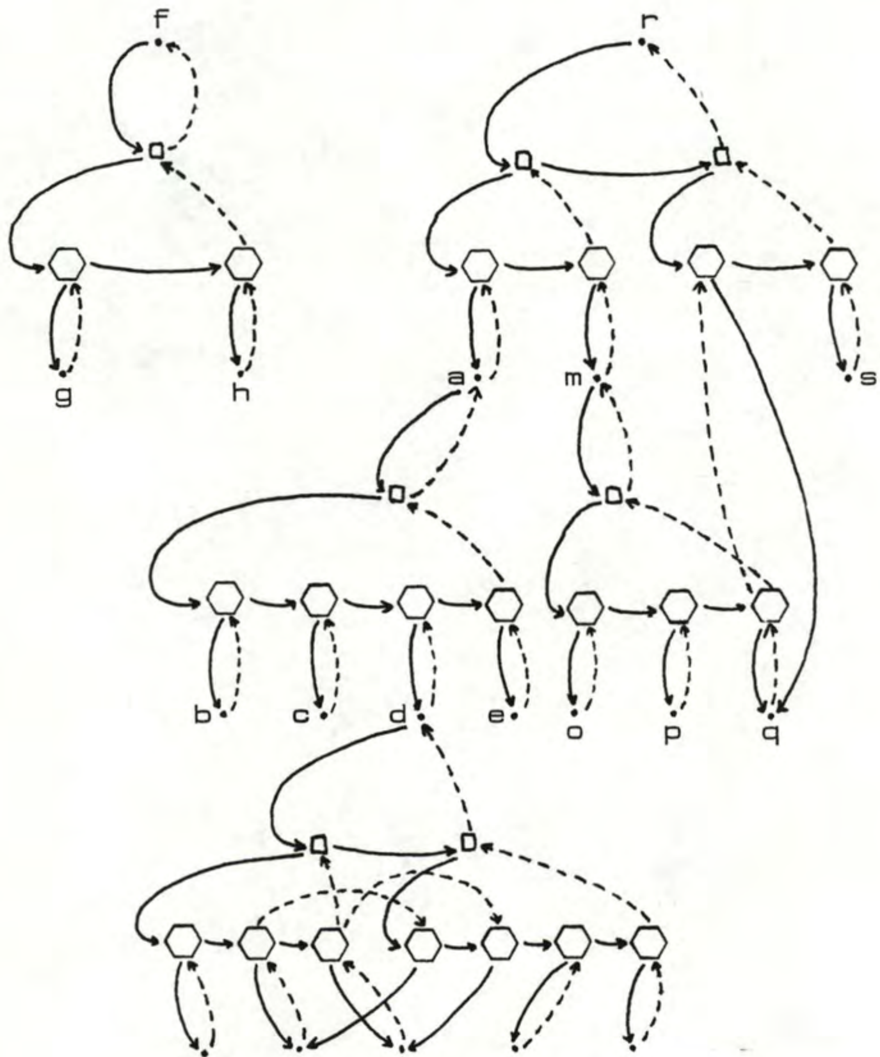
peut être remplacé par



Pour la première partie, on enchaînera les territoires-partitions avec la partition à laquelle ils appartiennent de la même façon que pour un territoire et ses partitions.
Il faut également enchaîner chaque territoire avec son territoire-partition associé. Pour les territoires qui sont associés à plus d'un territoire-partition, on enchaînera leurs territoires-partitions.

Prenons l'exemple du graphe donné au début de ce paragraphe 2.6..

Soient les arcs en continu représentant les chaînages utilisés pour descendre dans le graphe.
Soient les arcs en pointillé représentant les chaînages supplémentaires pour remonter dans le graphe.



Il existe plusieurs solutions pour représenter un tel schéma en mémoire centrale. L'utilisation de tableaux est l'une d'entre elles.

Avec cette solution, les enchaînements seront concrétisés par des références de tableaux à tableaux.
Dans notre cas, six tableaux sont utiles (il est possible de n'en utiliser que deux ou trois mais les manipulations deviennent plus complexes).
Un tableau à une dimension comprend les noms des territoires, un second à une dimension les identifiants des territoires (nous prendrons comme identifiants des territoires les nombres entiers positifs en ordre croissant; les identifiants seront attribués aux territoires au fur et à mesure que l'utilisateur les définit) et un troisième à une dimension leurs numéros d'enregistrement dans le premier tableau.
Le quatrième tableau est à deux dimensions. La première ligne se rapporte au territoire numéro un, la seconde ligne au territoire numéro deux, ...
La première colonne contient les références aux territoires-partitions associés et la seconde les références aux partitions.
Le tableau numéro cinq, à deux dimensions, est relatif aux partitions. La première colonne sert aux références enchaînant les partitions d'un même territoire. La seconde colonne contient les références aux territoires-partitions du tableau numéro six.
Ce dernier tableau est à trois dimensions. Il est utilisé pour enchaîner les territoires-partitions d'une même partition (colonne numéro un), pour enchaîner les territoires-partitions associés à un même territoire (colonne numéro deux) et pour enregistrer les références aux territoires associés (colonne numéro trois).

D'autres colonnes pourraient être ajoutées à ces tableaux contenant le nombre de partitions d'un territoire, le nombre de territoires dans une partition, les drapeaux utiles aux tests de cohérence, ...
Quelques compteurs sont également nécessaires comme le nombre de territoires déjà mémorisés, le nombre de lignes occupées par les tableaux cinq et six, ...
Voyons comment cela se concrétise avec l'exemple du graphe du début de ce paragraphe.

Soient les définitions suivantes de l'utilisateur :

```
define [f;g,h] ;

define [d;n,i,j] ;

define [m;o,p,q] ;

define [a;b,c,d,e];

define [d;i,j,k,l];

define [r;a,m] ;

define [r;q,s].
```

Voici les trois premiers tableaux après ces définitions :

I	II	III
f	1	1
g	2	2
h	3	3
d	4	4
n	5	5
i	6	6
j	7	7
m	8	8
o	9	9
p	10	10
q	11	11
a	12	12
b	13	13
c	14	14
e	15	15
k	16	16
l	17	17
r	18	18
s	19	19

Il est intéressant de trier les noms des territoires par ordre alphabétique avant chaque passage du mode construction en mode utilisation; cela permet une recherche plus rapide d'un nom de territoire lors des applications permises en mode utilisation.
Pendant le tri, il faut mettre à jour les tableaux numéro deux et trois.
Voici les trois tableaux après le tri :

I	II	III
a	12	6
b	13	7
c	14	8
d	4	4
e	15	14
f	1	9
g	2	10
h	3	13
i	6	15
j	7	16
k	16	17
l	17	1
m	8	2
n	5	3
o	9	5
p	10	11
q	11	12
r	18	18
s	19	19

Avec un astérisque pour signifier l'absence de référence à une partition ou à un territoire-partition et un nombre négatif pour signifier que cela fait référence au tableau précédent, voici les autres tableaux :

IV

*	1
1	*
2	*
11	2
3	*
4	*
5	*
18	3
6	*
7	*
8	*
17	4
9	*
10	*
12	*
15	*
16	*
*	6
20	*

V

-1	1
5	3
-8	6
-12	9
-4	13
7	17
-18	19

VI

2	*	2
-1	*	3
4	*	5
5	13	6
-2	14	7
7	*	9
8	*	10
-3	19	11
10	*	13
11	*	14
12	*	4
-4	*	15
14	*	6
15	*	7
16	*	16
-5	*	17
18	*	12
-6	*	8
20	*	11
-7	*	19

CHAPITRE III.

DEFINITION DE TERRITOIRES, CONSTRUCTION DE PARTITIONS ET TEST ON-LINE.

3.1. Rappel.

Pour construire sa structure de territoires, l'utilisateur dispose de la fonction

define [T;a,b,c,...]

où les paramètres sont des noms de territoire.
Le programme qui réalisera cette fonction doit envisager les points suivants :

- enregistrer les nouveaux territoires ;
- enregistrer les nouvelles partitions ;
- proposer les partitions déjà existantes d'un territoire ;
- compléter une ancienne partition ;
- test ON-LINE pour chaque nouveau territoire d'une partition et donné par l'utilisateur ;
- avertir l'utilisateur de ses erreurs ;
- l'utilisateur doit pouvoir interrompre cette fonction quand il le veut .

3.2. Algorithme.

3.2.1. notations

Voici les notations utilisées dans l'algorithme :

T = territoire-père.

t = territoire-fils.

T $\exists$ = le territoire T a déjà été défini.

T $\nexists$ = le territoire T n'a pas encore été défini.

T $\in$ P = le territoire T appartient à une partition.

T $\notin$ P = le territoire T n'appartient pas à une partition.

T $\supset$ P = T contient une partition.

T $\not\supset$ P = T ne contient pas de partition.

indicateur = variable booléenne (cette variable servira à savoir si le territoire t que l'on donne, lors de la construction d'une partition de T, en est le premier élément ou pas).

3.2.2. algorithme

Voici l'algorithme de la seconde fonction du paragraphe 2.4., complété par le test ON-LINE.

boucle 1 :

si l'utilisateur ne tape pas T alors fin boucle 1

sinon (1) si T $\nexists$

alors - on enregistre T dans la liste des territoires ;

- indicateur reçoit la valeur false ;

boucle 2 : - si l'utilisateur ne donne pas t alors fin boucle 2 sinon si [indicateur = false]

alors si t $\nexists$

alors - on enregistre t dans la liste des territoires ;

- on crée une nouvelle partition de T qui contient t;

- indicateur reçoit la valeur true

sinon si t = T

alors erreur

sinon - on crée une nouvelle partition de T qui contient t ;

- indicateur reçoit la valeur true

sinon si t $\nexists$

alors - on enregistre t dans la liste des territoires;

- on ajoute t à la partition de T

sinon - on fait le test ON-LINE [voir 2.5.1.];

- si t a été accepté alors on ajoute t à la partition de T

fin boucle 2

② si T $\exists$

alors

2.1. si $\left[(T \notin P) \wedge (T \not\ni P)\right]$

alors - indicateur reçoit la valeur false ;

boucle 3 : - si l'utilisateur ne donne pas t alors fin boucle 3

sinon si [indicateur = false]

alors si t $\nexists$

alors - on enregistre t dans la liste des territoires;

- on crée une nouvelle partition de T qui contient t ;

- indicateur reçoit la valeur true

sinon si t = T

alors erreur

sinon - on crée une nouvelle partition de T qui contient t ;

- indicateur reçoit la valeur true

sinon si t $\nexists$

alors - on enregistre t dans la liste des territoires ;

- on ajoute t à la partition de T

sinon - on fait le test ON-LINE ;

- si t a été accepté alors on ajoute t à la partition de T

fin boucle 3

2.2. si $\left[(T \notin P) \wedge (T \supset P)\right]$

alors l'utilisateur doit choisir de créer une nouvelle partition de T (1) ou de compléter une ancienne partition de T (2) ;

(1) - indicateur reçoit la valeur false ;

boucle 4 : - si l'utilisateur ne donne pas t alors fin boucle 4

sinon si (indicateur = false)

alors si t $\nexists$

alors - on enregistre t dans la liste des territoires ;

- on crée une nouvelle partition de T qui contient t ;

- indicateur reçoit la valeur true

sinon si t = T

alors erreur

sinon - on crée une nouvelle partition de T qui contient t ;

- indicateur reçoit la valeur true

sinon si t $\nexists$

alors - on enregistre t dans la liste des territoires ;

- on ajoute t à la partition de T

sinon - on fait le test ON-LINE ;

- si t a été accepté alors on ajoute t à la partition de T

fin boucle 4

(2) l'ordinateur propose les différentes partitions de T qui existent;

si l'utilisateur n'en choisit pas une

alors point 2.2. terminé

sinon boucle 5 : si l'utilisateur ne donne pas t

alors fin boucle 5

sinon si t $\nexists$

alors - on enregistre t dans la liste des territoires ;

- on ajoute t à la partition de T

sinon - on fait le test ON-LINE ;

- si t a été accepté alors on ajoute t à la partition de T

fin boucle 5

2.3. si $\left[(T \in P) \wedge (T \not\ni P)\right]$

alors - indicateur reçoit la valeur false ;

boucle 6 : - si l'utilisateur ne donne pas t alors fin boucle 6

sinon si (indicateur = false)

alors si t $\nexists$

alors - on enregistre t dans la liste des territoires ;

- on crée une nouvelle partition de T qui contient t ;
- indicateur reçoit la valeur true

sinon - on fait le test ON-LINE (attention : dans la première partie du test ON-LINE, on commencera le marquage à partir du territoire T et non de la partition en construction puisqu'elle n'existe pas encore) ;
- si t a été accepté
  alors - on crée une nouvelle partition de T qui contient t ;
  - indicateur reçoit la valeur true

sinon si t $\nexists$

alors - on enregistre t dans la liste des territoires ;
- on ajoute t à la partition de T

sinon - on fait le test ON-LINE ;
- si t a été accepté
  alors on l'ajoute à la partition de T

fin boucle 6

2.4. si $[(T \in P) \wedge (T \supset P)]$

alors l'utilisateur doit choisir de créer une nouvelle partition de T (1) ou de compléter une ancienne partition de T (2) ;

(1) - indicateur reçoit la valeur false ;

boucle 7 : - si l'utilisateur ne donne pas t

alors fin boucle 7

sinon si (indicateur = false)

alors si t $\nexists$

alors - on enregistre t dans la liste des territoires ;

- on crée une nouvelle partition de T qui contient t ;
- indicateur reçoit la valeur true

sinon - on fait le test ON-LINE (même remarque qu'au point 2.3.) ;
- si t a été accepté
  alors - on crée une nouvelle partition de T qui contient t ;
  - indicateur reçoit la valeur true

sinon si t $\nexists$

alors - on enregistre t dans la liste des territoires ;
- on ajoute t à la partition de T

sinon - on fait le test ON-LINE ;
- si t a été accepté
  alors on l'ajoute à la partition de T

fin boucle 7

(2) l'ordinateur propose les différentes partitions de T qui existent;
si l'utilisateur n'en choisit pas une
alors le point 2.4. est terminé
sinon boucle 8 : si l'utilisateur ne donne pas t
alors fin boucle 8
sinon si t $\nexists$
alors - on enregistre t dans la liste des territoires ;
- on ajoute t à la partition de T
sinon - on fait le test ON-LINE;
- si t a été accepté
  alors on l'ajoute à la partition de T

fin boucle 8

fin boucle 1.

CHAPITRE IV.

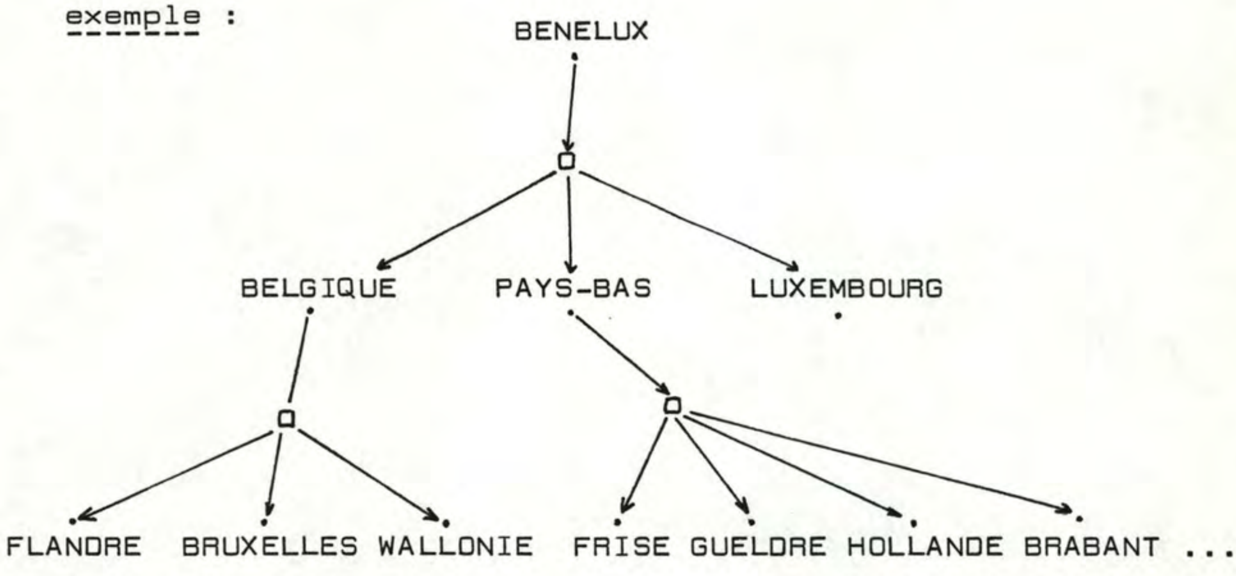
CONSTRUCTION DE CARTES GEOGRAPHIQUES, CONSTITUTION DE LISTES DE TERRITOIRES ET RENTREE DE DONNEES.

4.1. Construction de cartes géographiques.

4.1.1. structure des cartes géographiques

La structure d'une carte géographique est un graphe arborescent avec au maximum trois niveaux de territoires où les territoires du premier et du second niveau ne peuvent avoir plus d'une partition.

exemple :



L'ordinateur établira lui-même la structure d'une carte géographique afin qu'elle respecte le graphe des territoires : l'utilisateur choisit un nom unique pour sa carte ainsi que le territoire du premier niveau qui doit avoir été déjà défini;

ensuite, l'ordinateur lui proposera les différentes partitions éventuelles de ce territoire parmi lesquelles il pourra faire son choix. Si, à ce moment, l'utilisateur ne désire choisir aucune partition, le dessin de la carte sera constitué d'un seul territoire.
Enfin, le même scénario se déroulera pour chacun des territoires du second niveau de la structure.
Si le territoire proposé du premier niveau a déjà été utilisé dans une autre carte comme territoire du premier niveau, il faudra comparer les territoires de ces deux cartes; s'ils sont égaux, l'ordinateur refusera la nouvelle carte.

4.1.2. dessin des cartes géographiques

Pour dessiner à l'écran les cartes géographiques, les modifier ou les supprimer, les étudiants ou le professeur disposeront d'un petit éditeur graphique. Ce dernier leur permettra également de sélectionner trois points pour chacun des territoires-feuilles et éventuellement de modifier leur position. Ces points seront les centres des symboles graphiques représentant les produits.
Le dessin d'une carte doit être précédé de l'établissement de sa structure.

4.2. Constitution de listes-types de territoires.

Les données numériques reçues par le professeur de géographie sont presque toujours classées par tableaux. Ceux-ci sont chaque fois différents par la date des données, le produit et les données elles-mêmes.

Par contre, les territoires qui les constituent sont très souvent les mêmes (voir exemple à la page suivante).

C'est pourquoi il est intéressant de mémoriser quelques listes-types de territoires. En effet, l'utilisateur ne doit taper les noms de territoires au clavier qu'une seule fois.

La rentrée des données est donc moins lourde et plus rapide.

En outre, ce système évite les problèmes d'orthographe qui énervent l'utilisateur et ralentissent son travail.

Pour constituer ces listes, l'utilisateur doit donner un nom unique (ce sera l'identifiant de la liste) et y associer une série de noms de territoires. Aucun territoire ne peut être cité plus d'une fois et ils doivent être tous présents dans le graphe des territoires.

Rem : on mémorisera les identifiants des territoires des listes ainsi que des cartes géographiques (nous avons choisi comme identifiant les entiers positifs) et non leurs noms. De cette façon, lors de la modification d'un nom de territoire , aucun changement ne sera effectué ailleurs que dans le fichier des noms.

Voici les opérations que pourra exécuter l'utilisateur :

- créer une liste de territoires ;
- modifier le nom d'une liste ;
- supprimer une liste ;
- ajouter des territoires à une liste ;
- supprimer un territoire d'une liste.

POPULATION ET EMPLOI

Population : répartition et structure

SUPERFICIE, POPULATION, DENSITÉ PAR KM² ET PERSPECTIVES DE POPULATION
1979

	Pays	Superficie 1 000 km²	Population 1 000	Densité par km²	Population estimée 1 000 1985	Population estimée 1 000 1990
	EUR 10	**1 657,6**	**269 884**	**163**	**270 747**	**273 009**
	EUR 9	**1 525,6**	**260 435**	**171**	**261 156**	**263 129**
1	RF d'Allemagne	248,6	61 359	247	59 614	58 587
2	France	544,0	53 480	98	54 829	56 085
3	Italie	301,3	56 914	189	57 256	57 604
4	Pays-Bas	41,2	14 039	341	14 250	14 648
5	Belgique	30,5	9 848	323	9 840	9 887
6	Luxembourg	2,6	364	140	358	360
7	Royaume-Uni	244,1	55 946	229	56 298	57 027
8	Irlande	70,3	3 368	48	3 538	3 718
9	Danemark	43,1	5 117	119	5 173	5 213
10	Grèce	132,0	9 449	71	9 591	9 880
11	Espagne	504,8	37 108	74	38 508	39 692
12	Portugal	92,0	9 841	107	10 206	10 471
13	Turquie	814,6	44 236	56	51 225	57 502
14	Norvège	323,9	4 073	13	4 154	4 202
15	Suède	450,0	8 294	18	8 375	8 399
16	Suisse	41,3	6 330	153	6 284	6 315
17	Autriche	83,9	7 506	89	7 499	7 504
18	Finlande	337,0	4 764	14	4 858	4 923
19	URSS	22 402,2	264 108	12	279 558	291 637
20	Etats-Unis	9 363,1	220 584	24	232 880	243 513
21	Canada	9 922,3	23 690	2	25 490	26 826
22	Japon	377,6	115 870	307	119 732	122 769
	Monde	**135 830,0**	**4 336 000**	**32**	**4 827 476**	**5 272 667**

POPULATION PAR GROUPES D'ÂGE ET SEXE
1979

% de la population totale

	Pays	Moins de 15 ans masc.	Moins de 15 ans fém.	De 15 à 64 ans masc.	De 15 à 64 ans fém.	65 ans et plus masc.	65 ans et plus fém.	Total masc.	Total fém.
	EUR 10	**11,2**	**10,6**	**32,0**	**32,2**	**5,5**	**8,5**	**48,7**	**51,3**
	EUR 9	**11,1**	**10,6**	**32,0**	**32,2**	**5,5**	**8,6**	**48,6**	**51,4**
1	RF d'Allemagne	9,8	9,4	32,2	33,2	5,6	9,8	47,6	52,4
2	France	11,6	11,1	31,9	31,4	5,5	8,5	49,0	51,0
3	Italie	11,7	11,1	31,7	32,4	5,5	7,6	48,9	51,1
4	Pays-Bas	11,9	11,3	33,1	32,4	4,7	6,6	49,7	50,3
5	Belgique	10,6	10,1	32,6	32,4	5,7	8,6	48,9	51,1
6	Luxembourg	9,5	9,0	34,2	33,7	5,5	8,1	49,2	50,8
7	Royaume-Uni	11,2	10,6	31,8	31,8	5,7	8,9	48,7	51,3
8	Irlande	15,7	14,9	29,8	28,9	4,8	5,9	50,3	49,7
9	Danemark	11,0	10,6	32,4	31,9	6,0	8,1	49,4	50,6
10	Grèce	12,0	11,3	31,2	32,5	5,8	7,2	49,0	51,0
11	Espagne	13,6	12,9	31,1	31,7	4,4	6,3	49,1	50,9
12	Portugal	14,3	13,6	29,2	33,0	3,9	6,0	47,4	52,6
13	Turquie (a)	20,5	19,4	28,0	27,3	2,3	2,5	50,8	49,2
14	Norvège	11,7	11,1	31,7	31,0	6,2	8,3	49,6	50,4
15	Suède	10,1	9,6	32,4	31,6	7,1	9,1	49,6	50,4
16	Suisse	10,1	9,6	33,0	33,4	5,5	8,3	48,7	51,3
17	Autriche	10,8	10,3	30,8	32,6	5,7	9,9	47,3	52,7
18	Finlande	10,6	10,2	33,5	34,1	4,2	7,4	48,4	51,6
19	URSS (b)	12,7	12,2	31,0	34,4	3,0	6,7	46,7	53,3
20	Etats-Unis (b)	11,9	11,4	32,2	33,4	4,5	6,8	48,6	51,4
21	Canada (b)	13,1	12,5	32,9	32,8	3,8	4,9	49,8	50,2
22	Japon (b)	12,4	11,7	33,2	34,1	3,7	4,9	49,3	50,7

(a) 1977
(b) 1978.

NAISSANCES, MARIAGES ET DÉCÈS
1979

	Pays	Naissances 1 000	Naissances pour 1 000 habitants	Mariages 1 000	Mariages pour 1 000 habitants	Décès 1 000	Décès pour 1 000 habitants	Mortalité infantile
	EUR 10	**3 327**	**12,3**	**1706**	**6,3**	**2 847**	**10,5**	**13,7(a)**
	EUR 9	**3 179**	**12,2**	**1627**	**6,3**	**2 765**	**10,6**	**12,3**
1	RF d' Allemagne	582	9,5	345	5,6	712	11,6	13,5
2	France	757	14,1	340	6,4	541	10,1	10,1
3	Italie	670	11,8	326	5,7	535	9,4	15,3
4	Pays-Bas	175	12,5	86	6,1	113	8,0	8,7
5	Belgique	124	12,6	65	6,7	112	11,3	11,1
6	Luxembourg	4	11,2	2	5,7	4	11,0	13,0
7	Royaume-Uni	735	13,1	415	7,4	659	12,1	12,8
8	Irlande	72	21,5	21	6,2	33	9,7	12,4
9	Danemark	59	11,6	28	5,5	55	10,7	8,8
10	Grèce	148	15,7	79	8,4	82	8,7	18,7
11	Espagne	633	16,1	258	7,0	290	7,8	15,1(a)
12	Portugal	160	16,3	81	8,3	93	9,5	38,9(b)
13	Turquie	:	34,9(e)	:	:	:	10,0(e)	:
14	Norvège	52	12,8	24(a)	5,8(a)	41	10,1	8,6(a)
15	Suède	96	11,6	37	4,5	91	11,0	7,3
16	Suisse	72	11,3	34	5,3	57	9,0	8,6
17	Autriche	86	11,5	45	6,1	92	12,3	14,8
18	Finlande	63	13,3	30(a)	6,3(a)	44	9,2	7,6(a)
19	URSS	4 763(a)	18,2(a)	2 596(c)	10,1(c)	2 546(a)	9,7(a)	27,7(d)
20	Etats-Unis	3 473	15,8	2 316	10,5	1 906	8,7	13,0
21	Canada	358	15,0	186(a)	7,9(a)	171	7,2	12,0(b)
22	Japon	1 649	14,3	831(b)	7,3(b)	685	5,9	8,0

(a) 1978.
(b) 1977.
(c) 1976.
(d) 1975.
(e) 1975-1980.

MÉNAGES ORDINAIRES SUIVANT LE NOMBRE DE PERSONNES DU MÉNAGE (a)

1 000

	Pays	Année	Ménages composés de … personnes 1	2	3	4	5 et plus	Ensemble
	EUR 10	:	:	:	:	:	:	:
	EUR 9	:	:	:	:	:	:	:
1	RF d'Allemagne	1979	7 353	6 975	4 329	3 577	2 253	24 486
2	France	1975	3 935	4 937	3 401	2 730	2 741	17 745
3	Italie	1971	2 062	3 510	3 582	3 390	3 437	15 981
4	Pays-Bas	1971	683	1 011	721	761	815	3 990
5	Belgique	1970	607	976	651	479	521	3 234
6	Luxembourg	1970	17	29	24	20	19	108
7	Royaume-Uni	1971	3 356	5 821	3 531	3 139	2 695	18 542
8	Irlande	1971	103	149	116	102	256	726
9	Danemark (b)	1970	422	537	333	301	208	1 801
10	Grèce	1979	278	532	527	593	548	2 478
11	Espagne	:	:	:	:	:	:	:
12	Portugal	1970	234	515	523	434	639	2 345
13	Turquie	1970	171	509	563	772	3 478	5 493
14	Norvège	1979	645	448	206	186	180	1 666
15	Suède	1975	997	1 025	562	504	237	3 325
16	Suisse	1970	403	584	395	347	323	2 052
17	Autriche	1979	686	711	466	409	387	2 658
18	Finlande	1971	363	336	291	256	273	1 519
19	URSS (c)	1970	:	14 930	15 386	14 155	14 239	58 690
20	Etats-Unis	1976	15 000	22 300	12 500	11 400	11 700	72 900
21	Canada	1971	812	1 525	1 046	1 063	1 595	6 041
22	Japon	1975	4 286	5 309	6 306	8 323	7 182	31 385

(a) Ménages ordinaires par opposition à collectifs (internats, communautés, hospices, ...).
(b) Les chiffres correspondent aux logements privés.
(c) Ménages de deux personnes ou plus.

4.3. Rentrée des données.

Chaque groupe de données sera identifié par la date des informations, leur origine et le produit qu'elles quantifient. Ce triplet doit être communiqué à l'ordinateur avant d'introduire les données numériques.
Ensuite, l'utilisateur disposera de deux méthodes :
la première consiste à utiliser les listes-types de territoires (voir paragraphe 4.2.). Il faut, pour cela, avoir choisi préalablement une liste en donnant son nom.
L'ordinateur proposera alors un à un les territoires de cette liste et l'utilisateur y associera éventuellement une donnée numérique.
La deuxième méthode nécessite l'introduction pour chaque donnée d'un nom de territoire. Aucun nom ne peut être cité plus d'une fois et celui-ci doit être connu de l'ordinateur par l'intermédiaire du fichier des territoires.
Ces deux méthodes peuvent être combinées, leurs conditions devant être toujours respectées.
Au fur et à mesure qu'il recevra ses informations, l'utilisateur complètera les tableaux de données identifiés par leur triplet.
Il pourra également modifier les données chiffrées déjà introduites.

CHAPITRE V.

EXPLOITATION DES DONNEES.

5.1. Visualisation des informations mémorisées.

Les utilisateurs du didacticiel pourront visualiser toutes les informations qu'ils auront introduites dans l'ordinateur. Plus précisément, trois types d'information les concernent : le graphe des territoires, les cartes géographiques et les tableaux de données.

5.1.1. visualisation du graphe des territoires

Ce graphe est fondamental; il constitue le squelette de toutes les applications. Il est donc important de permettre aux utilisateurs de revoir la constitution du graphe, partiellement ou entièrement.

5.1.2. visualisation des cartes géographiques

La structure de chaque carte pourra être demandée au moyen de son nom ainsi que la visualisation de son dessin. L'utilisateur dispose ainsi d'un petit atlas personnel.

5.1.3. visualisation des tableaux de données

Pour faire apparaître un tableau de données à l'écran, il faut donner le nom du produit, la date et l'origine qui l'identifient. Il pourrait être utile de disposer d'autres possibilités : obtenir la liste des produits associés à un territoire donné, obtenir pour un territoire et un produit donnés la liste des données numériques correspondantes classées par date, ...

5.2. Exploitation des données.

L'interprétation proprement dite des données numériques est l'application la plus intéressante et la plus instructive proposée aux étudiants et au professeur.
Voici la démarche à suivre.
L'utilisateur sélectionne une carte géographique parmi celles qui sont mémorisées dans l'ordinateur.
Ensuite il choisit un, deux ou trois triplets constitués d'un produit, d'une date et d'une origine. Comme nous l'avons déjà écrit, le nombre maximum de triplets a été fixé à trois par souci de clarté du dessin.
Il reste alors à l'ordinateur à traiter ces informations et à compléter le dessin de la carte géographique par des symboles graphiques représentant les différents produits [le rond, le caré et le triangle par exemple].
La différence entre les données numériques associées aux territoires-feuilles de la carte et relatives au même produit sera traduite par des grandeurs différentes du signe représentant ce produit. Dès lors, l'utilisateur peut comparer et analyser ces données par l'intermédiaire de ces signes. Ainsi, il est facile de voir quel pays d'Europe possède le plus de chômeurs, quelle région de France produit le plus grand nombre de litres de vin,

quels sont, parmi les pays d'Amérique du Sud, les meilleurs fournisseurs de coton, de café, de caoutchouc, ...
L'utilisateur pourrait également comparer différents produits entre eux pour un même territoire mais c'est moins explicite (il faut alors comparer les signes par territoire et non plus un même signe pour tous les territoires de la carte).
Voyons en quoi consiste le traitement des informations par l'ordinateur.
Soit un triplet (produit X,date Y, origine Z) choisi par l'utilisateur.
L'ordinateur sélectionnera dans le tableau de données correspondant à ce triplet tous les territoires-feuilles ainsi que les données associées qui sont repris dans la carte désignée par l'utilisateur.
Les territoires-feuilles de la carte auxquels ne correspondent aucunes données numériques subiront un traitement spécial :
si cela est possible, l'ordinateur calculera automatiquement les données manquantes.
Soit un tel territoire-feuille.
Par le graphe des territoires l'ordinateur connaît ses partitions éventuelles. Si tous les territoires d'une de ces partitions se trouvent dans le tableau de données correspondant au triplet (X, Y, Z) et si des données les accompagnent, l'ordinateur trouvera, en additionnant celles-ci, la donnée numérique correspondant au territoire-feuille en question.
Ainsi, si le nombre de naissances en Belgique pour l'année 1983

n'est pas connu mais bien le nombre de naissances dans chacune des neuf provinces, l'ordinateur calculera le nombre de nouveaux-nés belges de l'année 1983.

Si un ou plusieurs territoires d'une partition sont sans valeur également, il faut d'abord leur appliquer le traitement.

En fait, l'ordinateur fera ce calcul automatique pour chaque territoire du tableau sans donnée.

Les territoires-feuilles de la carte auxquels ne correspondent aucuns chiffres après le traitement n'interviendront pas dans la suite du développement et n'auront donc aucune interprétation graphique.

Avec l'ensemble des données numériques sélectionnées, il faut constituer quatre ou cinq classes de données qui seront représentées graphiquement par quatre ou cinq grandeurs différentes du signe attribué au produit, le carré par exemple.

De nouveau, la lisibilité du dessin déterminera le nombre de grandeurs différentes d'un symbole graphique qui pourront être utilisées.

Supposons que l'on choisisse cinq classes.

Voici un exemple :

produit ⟶ population

unité ⟶ 1000

carte géographique ⟶ Afrique politique

	CLASSE	REPRESENTATION
première classe :	- de 10 mille	□
deuxième classe :	de 10 mille à 20 mille	□
troisième classe :	de 20 mille à 50 mille	□
quatrième classe :	de 50 mille à 100 mille	□
cinquième classe :	+ de 100 mille	□

Ainsi le Tchad avec 4 310 000 habitants aura son dessin complété par le plus petit carré; le carré de la deuxième classe représentera le Soudan avec 18 690 000 habitants; le carré de la troisième classe représentera l'Egypte avec 43 000 000 habitants;

...

Plusieurs solutions existent pour constituer les classes.
En voici deux.
La première fournit simplement cinq classes de grandeurs égales.
Soit x le plus petit nombre de la suite des données sélectionnées. Cette suite doit contenir au moins deux nombres; dans le cas contraire, aucune comparaison ne serait possible.
Soit y le plus grand de ces chiffres.
Soit d la différence entre x et y.
Soit q la division de d par 5.

Les classes seraient les suivantes :

première classe	:	de x	à $x + q$
deuxième classe	:	de $x + q$	à $x + 2q$
troisième classe	:	de $x + 2q$	à $x + 3q$
quatrième classe	:	de $x + 3q$	à $x + 4q$
cinquième classe	:	de $x + 4q$	à y

La seconde solution prend en considération les nombres eux-mêmes et les classes ne sont plus, par conséquent, de grandeurs égales.

Soit la suite des nombres classés par ordre croissant.

Considérons les écarts entre chaque couple de nombres successifs de la suite et prenons les quatre plus grands; soient les couples de nombres (a,b), (c,d), (e,f) et (g,h), selon leur ordre dans la suite, délimitant ces écarts.

Soient x et y comme ci-dessus.

On forme les classes de la façon suivante :

première classe	:	de	x	à	a
deuxième classe	:	de	b	à	c
troisième classe	:	de	d	à	e
quatrième classe	:	de	f	à	g
cinquième classe	:	de	h	à	y

<u>exemple</u> :

soit la suite

1 2 3 4 10000 10001 10900 11000 12000 12010 99900 100000

La première solution nous donne les classes

1°)	de	1	à	20000
2°)	de	20000	à	40000
3°)	de	40000	à	60000
4°)	de	60000	à	80000
5°)	de	80000	à	100000

La seconde solution nous donne les classes

1°)	de	1	à	4
2°)	de	10000	à	10001
3°)	de	10900	à	11000
4°)	de	12000	à	12010
5°)	de	99900	à	100000

L'utilisateur pourrait modifier les bornes proposées par l'ordinateur ou même faire la découpe lui-même.
Chaque territoire-feuille de la carte auquel est associée une donnée numérique appartient à une des cinq classes et son dessin sera complété par le symbole graphique correspondant à cette classe.

ANNEXE.

Voici les définitions des termes les plus importants utilisés dans ce mémoire :

partition : soit E un ensemble d'éléments x_i.

On appelle relation d'équivalence dans E une relation qui est à la fois réflexive, symétrique et transitive.

Le sous-ensemble de E dont les éléments sont en relation avec un élément x fixé est appelé classe d'équivalence de x, noté Cl[x].

L'ensemble des classes d'équivalence de E forment une partition, c'est-à-dire que :

1] $\forall x \in E, \exists!\, Cl : x \in Cl$

2] $\forall Cl_i, Cl_j : Cl_i \cap Cl_j = \emptyset$

3] $\bigcup_i Cl_i = E$

graphe : intuitivement, un graphe est un schéma constitué par un ensemble de points $x_1, x_2, \ldots, x_n$, en nombre fini ou dénombrable et qui seront ci-après appelés sommets, reliés entre eux par des branches orientées ou non.

On dit que le graphe est :

- un graphe orienté lorsque toutes les branches sont orientées, auquel cas celles-ci sont appelées les arcs du graphe.
- un graphe non orienté lorsque l'orientation des branches n'a pas d'importance, auquel cas les branches non orientées sont appelées les arêtes du graphe.

Pour définir un graphe orienté, il convient donc de se donner à la fois l'ensemble de ses sommets et l'ensemble de ses arcs. Formellement, un graphe orienté G est donc un couple $G = (X,U)$ constitué par :

- un ensemble $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ fini ou dénombrable, dont les éléments sont les sommets du graphe et dont le cardinal $|X| = n$ est appelé ordre du graphe;
- une famille $U = (u_1, u_2, \ldots, u_m)$ d'éléments dans $X \times X$, appelés les arcs du graphe.

feuille : un sommet du graphe est une feuille s'il n'est origine d'aucun arc.

graphe simplement connexe : un graphe est simplement connexe si et seulement si, pour tous ses sommets x_i et x_j du graphe, on peut affirmer que x_i et x_j sont joints par une chaîne.

arbre : un arbre est un graphe simplement connexe et sans cycle.

arborescence : une arborescence est un arbre muni d'une racine.

La plupart de ces définitions sont reprises du cours de Monsieur Fichefet "Théorie des graphes et son algorithmique". Pour plus de détails, nous vous renvoyons donc à ce cours.

BIBLIOGRAPHIE.

FICHEFET J. "Théorie des graphes et son algorithmique".

J. TILMONT et M. DE ROECK "ATLAS élémentaire".