



## THESIS / THÈSE

### MASTER EN SCIENCES MATHÉMATIQUES

#### La constante cosmologique pour le meilleur et pour le pire

DUBOIS, Eve-Aline

*Award date:*  
2013

[Link to publication](#)

#### **General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal ?

#### **Take down policy**

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

# MASTER EN MATHÉMATIQUES

## La constante cosmologique pour le meilleur et pour le pire

Eve-Aline Dubois

2013



**UNIVERSITÉ  
DE NAMUR**

---

FACULTÉ  
DES SCIENCES

**UNIVERSITE DE NAMUR**

**Faculté des Sciences**

**LA CONSTANTE COSMOLOGIQUE  
POUR LE MEILLEUR ET POUR LE PIRE**

**Mémoire présenté pour l'obtention  
du grade académique de master en « sciences mathématiques »**

Eve-Aline DUBOIS

Promoteur : M. André FUZFA

Juin 2013

# Résumé

Ce mémoire traite de la problématique de la précision de la valeur de la constante cosmologique et se fait en dialogue entre science et philosophie.

Tout d'abord, nous posons les bases de la cosmologie, expliquons que les principes anthropiques permettent de centrer le monde autour de l'Homme et présentons la précision étonnante de la constante cosmologique.

Ensuite, nous nous penchons sur trois approches différentes de cette problématique. Premièrement, un modèle de champ scalaire n'interagissant qu'au travers de la gravité : la quintessence. Ce champ scalaire est décrit par son potentiel. L'étude des dynamiques permet de voir que la précision de la constante cosmologique est reportée sur la précision d'un des paramètres. De plus, les modèles étudiés ne rendent pas compte de la réalité. Deuxièmement, la constante cosmologique prend peut-être des valeurs différentes dans des univers séparés. Les multivers sont envisagés selon quatre niveaux. En particulier, nous nous intéressons au premier basé sur une interprétation des probabilités et au second qui repose sur une inflation éternelle. Troisièmement, certains disent que la constante cosmologique a été fixée par un agent intelligent. L'intelligent design développe un argumentaire dans ce sens.

Enfin, nous voyons de quoi est fait la science et quels sont les critères que doit remplir une hypothèse pour être scientifique. Nous pouvons donc critiquer les trois approches envisagées. Si la quintessence est scientifique, ce modèle n'est pas encore au point et ne permet pas d'expliquer la valeur de la constante cosmologique. Les multivers en tant que tels ne sont pas scientifiques. Ils doivent faire partie d'un ensemble de prédictions d'une théorie. L'intelligent design n'est pas de l'ordre du discours scientifique.

En conclusion, nous pouvons dire que le problème de la constance cosmologique n'est pas encore tranché. Les scientifiques et les philosophes ont loisir de chercher à interpréter sa valeur.

# Abstract

This dissertation deals with the problem of the precision of the value of the cosmological constant and is done in dialogue between science and philosophy.

Foremost, we lay the basis of the cosmology, explain that the anthropic principles allow to center the world around the human kind and present the astonishing precision of the cosmological constant.

Then, we have a look to three different approaches of this problem. First of all, a scalar field model which interacts only through gravity : the quintessence. This scalar field is described by its potential. The study of dynamics shows that the precision of the cosmological constant is focused on the precision of one parameter. Moreover, the studied models don't account of the reality. Secondly, the cosmological constant takes maybe different values in separate universes. The multiverses are considered in four levels. In particular, we take an interest in the first one based on a probabilistic interpretation and in the second one which is based on an eternal inflation. Thirdly, some people say the cosmological constant has been fixed by an intelligent agent. The intelligent design develops an argumentation in this way.

Finally, we see what science is made of and what are the characteristics that an hypothesis must have to be scientific. We can criticize the three approaches. If the quintessence is scientific, this model is not finished and is unable to explain the cosmological constant value. The multiverses as such are not scientific. They must be a part of a predictions set of a theory. The intelligent design doesn't belong to the scientific field.

In conclusion, we could say the cosmological constant problem is not yet fixed. Scientists and philosophers can try to interpret its value as much as they want.

# Remerciements

Le mémoire qui se trouve entre vos mains n'aurait pas vu le jour sans aide ni soutien.

A ma famille, et plus particulièrement à ma soeur Flore, pour ses encouragements et ses corrections orthographiques ;

A mes *co-koteurs* - Namurois et d'outre-Rhin - qui ont su m'épauler en période de doute et de stress ;

A mes amis apprentis mathématiciens, notamment Florence et Frédéric, pour leurs conseils avisés et leurs coups de pouce utiles ;

A mes professeurs qui ont su éveiller en moi un vif intérêt pour le questionnement et la recherche, plus particulièrement à Messieurs Clesse, Grygiel, Heller, Hespel, Lambert, Liana et Rémon ;

A mon promoteur, Monsieur André Füzfa, pour m'avoir accompagnée et encadrée dans le pari osé qu'était ce travail interdisciplinaire ;

A ceux-là et à tous ceux que j'oublie, je voudrais dire *dziękuję bardzo* ou, plus sobrement, merci beaucoup.

# Table des matières

Résumé	i
Abstract	ii
Remerciements	iii
Introduction	1
<b>I Introduction du problème</b>	<b>2</b>
<b>1 Cosmologie</b>	<b>3</b>
1.1 Brève histoire de l'univers	3
1.2 Principe cosmologique	5
1.3 Géométrie de l'univers	6
1.4 Dynamique de l'univers	7
1.5 Paramètres cosmologiques	9
1.6 Modèles d'univers	11
1.7 Ajustement des paramètres de l'univers	13
<b>2 Principes anthropiques</b>	<b>14</b>
2.1 Principe anthropique faible	14
2.2 Principe anthropique fort	16
2.3 Principes anthropiques divers	17
<b>3 Constante cosmologique</b>	<b>18</b>
3.1 Histoire de la constante cosmologique	18
3.2 Mesures de la constante cosmologique	19
<b>II Explications envisageables</b>	<b>21</b>
<b>4 Quintessence</b>	<b>23</b>
4.1 Théorie de la quintessence	23
4.2 Potentiel exponentiel $V_0 e^{-\lambda\kappa\phi}$	24
4.3 Potentiel en loi de puissance $M^{4+n}\phi^{-n}$	27
<b>5 Multivers</b>	<b>34</b>
5.1 Différences entre les multivers	34
5.2 Au-delà de l'horizon	38
5.3 Inflation éternelle	38

<b>6 Intelligent Design</b>	<b>41</b>
6.1 Idées de base . . . . .	41
6.2 Idées plus générales . . . . .	42
<b>III Regard critique</b>	<b>44</b>
<b>7 Théorie scientifique</b>	<b>45</b>
7.1 Théorie Scientifique . . . . .	45
7.2 Falsification . . . . .	48
7.3 Critères subjectifs . . . . .	49
<b>8 Retour critique</b>	<b>50</b>
8.1 Retour sur la quintessence . . . . .	50
8.2 Retour sur les multivers . . . . .	51
8.3 Retour sur l'intelligent design . . . . .	52
<b>Conclusion</b>	<b>54</b>
<b>Annexes</b>	<b>56</b>

# Introduction

Par définition, la méthode scientifique est une succession de *Pourquoi ?*. Ce questionnement perpétuel permet de découvrir les lois de la Nature. Ces interrogations peuvent aussi mener à des réponses d'ordre métaphysique. C'est ainsi que physique et métaphysique sont amenées à cohabiter. Il est cependant bon de savoir dans quel champ de réflexion se situe un argumentaire. Notre travail se placera en dialogue entre physique et métaphysique.

Dans le cadre de ce mémoire, nous avons choisi d'aborder le problème de la constante cosmologique et de sa valeur précise. En effet, cette constante a la particularité d'être finement ajustée et cela pose un réel *Pourquoi ?*. Nous n'avons en aucun cas la prétention de détenir la réponse parfaite et absolue à cette question. C'est pourquoi nous examinerons différentes réponses possibles et nous nous interrogerons sur leur valeur.

Ce travail se divisera en trois parties :

Tout d'abord, nous introduirons la problématique. Un petit aperçu des bases de la cosmologie et des raisonnements anthropiques permettront d'exposer le problème posé par la constante cosmologique.

Ensuite, nous aborderons trois solutions envisagées. Nous commencerons par mettre en place un mécanisme physique qui permet d'arriver à la valeur précise de la constante. Puis, nous étudierons l'hypothèse que la constante cosmologique prenne des valeurs différentes dans différents univers. Et, nous examinerons la thèse selon laquelle la valeur de la constante ait été fixée par un agent extérieur intelligent.

Enfin, nous critiquerons ces diverses approches. Après avoir mis en place notre définition d'une théorie scientifique, nous pourrions méthodiquement revenir sur les solutions étudiées.

Première partie

**Introduction du problème**

# Chapitre 1

## Cosmologie

*"Our whole universe was in a hot dense state,  
Then nearly fourteen billion years ago expansion started.  
Wait..."*

*The Big Bang theory -Barenaked Ladies-*

Dans ce premier chapitre, nous mettrons en place quelques bases de cosmologie afin de pouvoir, par la suite, évoquer le problème de la constante cosmologique.

### 1.1 Brève histoire de l'univers

Dans cette première section, nous résumerons l'histoire de l'univers comme les scientifiques pensent la connaître à l'heure actuelle (Bruneton 2011-2012). Intéressons-nous au temps zéro. Il est présentement irréfutable que l'univers soit en expansion, cela signifie qu'en lisant notre histoire à l'envers, notre univers observable se contracte et devient de plus en plus petit. Les mathématiques prédisent alors une singularité originelle associée, depuis Fred Hoyle, au nom imagé de *Big Bang*<sup>1</sup>. Cette singularité est caractérisée par une densité et une température infinies alors que les distances entre les points tendent vers zéro.

#### Autour du temps 0

La physique ne permet pas de décrire les phénomènes à ces conditions extrêmes. Pour ce faire, il faudrait une théorie de la gravité quantique encore inconnue. On n'a pas de théorie pour ce qui a pu se passer avant le temps de Planck,  $t_p = 10^{-44}$ s.

L'échelle de Planck est contruite à partir des constantes fondamentales de la physique.

Unité	Formule	Ordre de grandeur
$t_p$	$\sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}}$	$10^{-44}$ s
$l_p$	$\sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}}$	$10^{-35}$ m
$m_p$	$\sqrt{\frac{\hbar c}{G}}$	$10^{-5}$ g

TABLE 1.1: Echelle de Planck

---

1. Il faut savoir qu'en cosmologie, on travaille sur des grandeurs physiques telles que le facteur d'échelle, puis on calcule l'âge des événements. Le temps n'est pas l'unité de mesure en cosmologie. Nous l'utiliserons cependant ici en guise d'introduction

Ces unités sont considérées comme étant la limite en-dessous de laquelle mécanique quantique et relativité générale se confondent. Dépasser l'échelle de Planck ne serait possible qu'avec une théorie de la gravitation quantique, inconnue aujourd'hui. Il faut cependant rappeler que ces unités ne sont construites qu'à partir d'un argument dimensionnel.

### **Entre $10^{-44}$ s et $10^{-10}$ s**

La température est extrêmement élevée, on ne peut travailler qu'en théorie puisqu'il est impossible de reproduire expérimentalement de telles conditions. On soupçonne cependant une inflation à  $10^{-35}$ s, d'un facteur plus grand ou égal à  $10^{50}$  en un laps de temps de  $10^{-32}$ s. Ce phénomène est appelé inflation primordiale.

### **Entre $10^{-10}$ s et $10^{-5}$ s**

L'univers s'étend et se refroidit. On se trouve à des niveaux d'énergie connus et reproductibles en accélérateurs de particules ou en collisionneurs. On est en présence d'un plasma de particules élémentaires. Les quarks forment des nucléons cassés immédiatement par des collisions entre particules. Au fur et à mesure que l'univers se refroidit, des protons et des neutrons vont être formés de manière définitive.

### **Autour de 0.2s**

Jusqu'à 0.2 s, les interactions faibles transforment les neutrons en protons et inversement. Mais vers 0.2 s, le rapport proton/neutron se fixe. Par ailleurs, les neutrinos n'interagissent plus avec la matière et se propagent librement. On parle de découplage. L'univers est transparent pour les neutrinos mais toujours opaque pour les photons. La lumière rebondit de particule en particule.

### **Vers 200/300s**

La fusion nucléaire produit des noyaux stables, on parle de nucléosynthèse primordiale. Il se forme 75% d'hydrogène pour 25% d'hélium. Les noyaux cherchent à capturer des électrons pour former des atomes stables mais les photons cassent sans cesse ces liaisons. Il faudra attendre que l'univers soit plus froid et moins dense pour avoir les premiers atomes.

### **Aux alentours de 300 000 ans**

Les photons n'interagissent plus avec la matière puisque leur longueur d'onde a été dilatée avec l'expansion de l'univers. Ils se découplent et se propagent en ligne droite dans toutes les directions. Quatorze milliards d'années plus tard, on observe toujours ce premier rayonnement lumineux. C'est cette lumière primordiale qu'ont découverte Penzias et Wilson en 1965. Le Fond Diffus Cosmologique (ou *Cosmological Micro-wave Background*) est donc la première « photo » de l'univers. On y observe une très faible inhomogénéité en température de l'ordre de  $10^{-5}$ .

Nous sommes alors en présence d'un gaz de matière ordinaire. Les légères inhomogénéités croissent sous l'action de la gravitation. Les premières galaxies apparaissent après environ un milliard d'années. Les éléments les plus lourds n'ont pas été créés lors de la nucléosynthèse primordiale. Les éléments chimiques jusqu'au fer sont synthétisés au cœur des étoiles. Par ailleurs, la gravitation joue son rôle, des inhomogénéités initiales naissent les structures que nous connaissons maintenant. Plus tard, ce n'est plus la gravitation qui régit le comportement de l'univers. L'énergie sombre prend le relais et accélère l'expansion de l'univers.

## 1.2 Principe cosmologique

Une hypothèse de base de la cosmologie est l'homogénéité et l'isotropie de l'univers.

Aux premiers abords, cette hypothèse semble très forte. Notre univers, tel que nous l'observons, ne semble pas homogène. La Terre tourne autour du Soleil qui n'est qu'une étoile noyée dans notre galaxie, la Voie Lactée. Notre galaxie, celle d'Andromède et quelques autres font partie d'un groupe local gouverné par la gravitation universelle. Les groupes de galaxies s'agglutinent en amas ou super amas de galaxies. Cette structuration de la matière porte à croire que le monde n'est pas homogène.

Cependant, en continuant à voir grand, on arrive à une structuration filamentaire de la matière. Afin de visualiser cette distribution, nous proposons au lecteur d'imaginer la coupe d'une éponge qui révèle une structure filamentaire.

L'univers paraît alors relativement homogène et de densité moyenne uniforme. Voilà pourquoi la cosmologie travaille à une échelle plus grande ou égale à 100 Mpc<sup>2</sup>

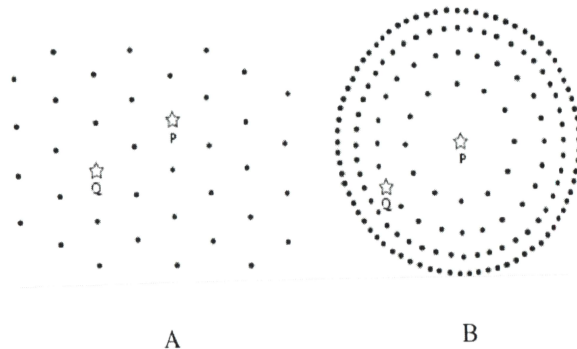
Dans l'histoire de la cosmologie, on peut trouver deux versions du principe cosmologique, l'un fort et l'autre restreint.

Le principe cosmologique fort dit qu'aucun observateur n'est privilégié pour observer l'univers, celui-ci est homogène, isotrope et statique. Il n'y a pas ni endroit, ni moment privilégié pour l'observation.

Le principe cosmologique restreint dit qu'il n'y a pas d'endroit privilégié pour observer l'univers, celui-ci est homogène et isotrope.

Cette version du principe cosmologique donnera jour aux modèles d'univers de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker ; la première, aux modèles d'Einstein et de de Sitter.

Si le principe cosmologique fort a été rejeté à la découverte de l'expansion de l'univers dans les années 1920, l'expérience semble justifier le principe cosmologique restreint, notamment par l'observation du fond diffus cosmologique ou *Cosmological Micro-wave Background*.



### Principe copernicien

(A) Une distribution de points (de galaxies) spatialement homogène et isotrope. Les deux observateurs P et Q ont des positions équivalentes. Une telle distribution satisfait le principe copernicien.

(B) Une distribution de points ne satisfaisant pas le principe copernicien. En effet, l'observateur P observe un univers isotrope autour de lui, mais ce n'est pas le cas de tout autre observateur Q. Ainsi P occupe une position privilégiée géométriquement dans l'univers. Dans ces deux exemples, P observe un univers isotrope autour de lui et il lui est difficile de choisir quel modèle d'univers adopter.

D'après P. Peter et J.-P. Uzan, *Cosmologie primordiale*, Belin, 2005.

FIGURE 1.1: Illustration du principe cosmologique [Barrau et al. (2010)]

(A) Friedmann-Lemaître (B) Lemaître-Tolman

2. Un parsec (pc) est la distance à laquelle on voit la Terre et le Soleil séparés d'un angle d'une seconde d'arc, ce qui correspond à  $3,085677 \cdot 10^{16}$  m ou 3,2616 années-lumière.

### 1.3 Géométrie de l'univers

Maintenant que nous savons ce qui s'est passé et que nous connaissons le postulat de la cosmologie, le principe cosmologique, intéressons-nous à la description de la géométrie de l'univers en langage mathématique.

Dans cette section, nous travaillerons en calcul tensoriel avec des indices grecs ( $\mu, \nu, \dots$ ) courant de 0 à 3, les quatre dimensions spatio-temporelles et des indices latins ( $i, j, \dots$ ) courant de 1 à 3, recouvrant les trois indices d'espace. Par ailleurs, nous prendrons la convention  $c = 1$  ( $c$ , la vitesse de la lumière est habituellement prise à 299 792 458 m/s par postulat).

Depuis la relativité restreinte, l'espace-temps n'est plus associé à la géométrie euclidienne mais à la géométrie pseudo-riemannienne de l'espace-temps de Minkowski.

En généralisant sa théorie à la gravitation, Einstein arrive à la conclusion que la géométrie de l'espace-temps est courbe et n'est que localement minkowskienne.

La métrique la plus générale conservant les propriétés d'isométrie et d'homogénéité est la suivante

$$ds^2 = -dt^2 + g_{ij}dx^i dx^j$$

avec

$$g_{ij}dx^i dx^j = a^2(t) \left( \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right)$$

où  $a$  est le facteur d'échelle, qui sert de mesure de la dimension de l'espace.

On obtient ainsi la métrique de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker qui décrit tous les espaces-temps homogènes et isotropes possibles :

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{a^2(t)}{1-kr^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^2(t)r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a^2(t)r^2 \sin^2 \theta \end{pmatrix}$$

Cette métrique décrit trois géométries possibles selon la valeur attribuée à  $k$  :

$$\begin{aligned} k &= 1 && \text{univers fermé et fini, sphérique} \\ k &= 0 && \text{univers infini, plan} \\ k &= -1 && \text{univers infini, hyperbolique} \end{aligned}$$

Il existe un changement de coordonnées,  $r = S_k(\chi)$  qui permet de ré-écrire la métrique

$$ds_{FLRW}^2 = -dt^2 + a^2(t) (d\chi^2 + S_k(\chi)d\Omega^2)$$

où

$$d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2$$

et

$$S_k(\chi) = \begin{cases} \sin(\chi) & \text{si } k = 1 \\ \chi & \text{si } k = 0 \\ \sinh(\chi) & \text{si } k = -1 \end{cases}$$

## 1.4 Dynamique de l'univers

Une fois qu'est décrite la géométrie de l'univers, nous pouvons aborder la description de sa dynamique à partir des équations d'Einstein :

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (1.4.1)$$

Pour ce faire, il faut savoir ce que vaut le tenseur d'Einstein <sup>3</sup>

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu}$$

lorsqu'on considère la métrique FLRW  $g_{\mu\nu}$ .

Nous considèrerons les coordonnées  $(t, r, \theta, \phi)$  et, pour simplifier les calculs, nous poserons  $c = 1$ .

### Symboles de Christoffel

Tout d'abord, nous calculons les symboles de Christoffel non nuls pour cette métrique dans la connexion de Levi-Civita.

Avec la définition,

$$\Gamma_{\beta\gamma}^{\alpha} = \frac{1}{2} g^{\alpha\lambda} (g_{\beta\lambda,\gamma} + g_{\gamma\lambda,\beta} - g_{\beta\gamma,\lambda})$$

on obtient :

$$\begin{array}{llll} \Gamma_{rt}^r = \frac{\dot{a}}{a} & \Gamma_{\theta t}^{\theta} = \frac{\dot{a}}{a} & \Gamma_{\phi t}^{\phi} = \frac{\dot{a}}{a} & \\ \Gamma_{rr}^t = \frac{a\dot{a}}{1-kr^2} & \Gamma_{rr}^r = \frac{kr}{1-kr^2} & \Gamma_{\theta r}^{\theta} = \frac{1}{r} & \Gamma_{\phi r}^{\phi} = \frac{1}{r} \\ \Gamma_{\theta\theta}^t = a\dot{a}r^2 & \Gamma_{\theta\theta}^r = r(-1+kr^2) & \Gamma_{\phi\theta}^{\theta} = -\sin\theta \cos\theta & \Gamma_{\phi\theta}^{\phi} = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} \\ \Gamma_{\phi\phi}^t = a\dot{a}r^2 \sin^2\theta & \Gamma_{\phi\phi}^r = r(-1+kr^2) \sin^2\theta & & \end{array}$$

### Ricci et scalaire de courbure

A partir du tenseur de Riemann,

$$R_{\beta\gamma\delta}^{\alpha} = \Gamma_{\beta\delta,\gamma}^{\alpha} - \Gamma_{\beta\gamma,\delta}^{\alpha} + \Gamma_{\gamma\epsilon}^{\alpha} \Gamma_{\beta\delta}^{\epsilon} - \Gamma_{\delta\epsilon}^{\alpha} \Gamma_{\beta\gamma}^{\epsilon}$$

le tenseur de Ricci est défini comme étant la contraction du tenseur de Riemann sur le premier et le troisième indice :

$$R_{\beta\delta} = R_{\beta\alpha\delta}^{\alpha} = \Gamma_{\beta\delta,\alpha}^{\alpha} - \Gamma_{\beta\alpha,\delta}^{\alpha} + \Gamma_{\alpha\epsilon}^{\alpha} \Gamma_{\beta\delta}^{\epsilon} - \Gamma_{\delta\epsilon}^{\alpha} \Gamma_{\beta\alpha}^{\epsilon}$$

Nous obtenons donc les composantes du Ricci suivantes :

$$\begin{array}{ll} R_{tt} & = \frac{-3\ddot{a}}{a} \\ R_{rr} & = \frac{a\ddot{a} + 2\dot{a}^2 + 2k}{1-kr^2} \\ R_{\theta\theta} & = (a\ddot{a} + 2\dot{a}^2 + 2k)r^2 \\ R_{\phi\phi} & = (a\ddot{a} + 2\dot{a}^2 + 2k)r^2 \sin^2\theta \end{array}$$

Nous pouvons alors trouver le scalaire de courbure défini comme suit :

$$R = R_{\alpha}^{\alpha} = g^{\alpha\beta} R_{\alpha\beta}$$

---

3. On peut définir le tenseur d'Einstein autrement, en y incluant le terme en  $\Lambda$

Nous obtenons donc la courbure suivante :

$$R = \frac{6}{a^2}(a\ddot{a} + \dot{a}^2 + k)$$

## Tenseur d'Einstein

Le tenseur d'Einstein est défini par :

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu}$$

Nous obtenons donc facilement :

$$\begin{aligned} G_{tt} &= \frac{3}{a^2}(\dot{a}^2 + k) \\ G_{rr} &= \frac{-(2a\ddot{a} + \dot{a}^2 + k)}{1 - k^2} \\ G_{\theta\theta} &= -r^2(2a\ddot{a} + \dot{a}^2 + k) \\ G_{\phi\phi} &= -r^2 \sin^2 \theta (2a\ddot{a} + \dot{a}^2 + k) \end{aligned}$$

## Tenseur énergie-impulsion

Intéressons-nous maintenant au deuxième membre des équations d'Einstein,  $T_{\mu\nu}$ , le tenseur énergie-impulsion.

Nous pouvons faire l'hypothèse que notre univers est constitué d'un fluide parfait. Ce qui signifie qu'il n'est caractérisé que par sa densité,  $\rho$ , et sa pression,  $p$ .

Le tenseur énergie-impulsion est défini par :

$$T_{\mu\nu} = (p + \rho)u_\mu u_\nu + pg_{\mu\nu}$$

Par ailleurs, puisque nous avons postulé l'homogénéité et l'isotropie de l'univers, il est évident que la quadri-vitesse  $u^\mu$  ne dépend que du temps :  $u^\mu = (1, 0, 0, 0) = \delta_0^\mu$ .

Ce qui donne,

$$T_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{a^2(t)}{1 - kr^2}p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^2(t)r^2p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a^2(t)r^2 \sin^2 \theta p \end{pmatrix}$$

## Equations de Friedmann

A partir des équations d'Einstein,

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu},$$

nous pouvons retrouver les équations de Friedmann.

### Friedmann 1

$$\begin{aligned} G_{tt} + \Lambda g_{tt} &= 8\pi GT_{tt} \\ \frac{3}{a^2}(\dot{a}^2 + k) - \Lambda &= 8\pi G\rho \end{aligned}$$

en posant la constante d'Hubble  $H(t) = \frac{\dot{a}}{a}$

$$H^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} + \frac{\Lambda}{3} - \frac{k}{a^2} \quad (1.4.2)$$

et si nous avons conservé  $c$

$$H^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} + \frac{\Lambda c^2}{3} - \frac{-c^2 k}{a^2}$$

## Friedmann 2

$$\begin{aligned} G_{rr} + \Lambda g_{rr} &= 8\pi G T_{rr} \\ \frac{-(2a\ddot{a} + \dot{a}^2 + k)}{1 - k^2} + \frac{\Lambda a^2}{1 - kr^2} &= 8\pi G p \frac{a^2}{1 - kr^2} \\ -\frac{k}{a^2} - H^2 - \frac{2\ddot{a}}{a} + \Lambda &= 8\pi G p \\ -\frac{8\pi G\rho}{3} - \frac{2\ddot{a}}{a} + \frac{2\Lambda}{3} &= 8\pi G p \\ \frac{\ddot{a}}{a} &= -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3} \end{aligned} \quad (1.4.3)$$

et si nous avons conservé  $c$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3\frac{p}{c^2}) + \frac{\Lambda c^2}{3}$$

Notons que lorsque  $c \rightarrow \infty$ , nous revenons à la cosmologie de Newton. Ce qui nous convient parfaitement car Newton considérait que la vitesse de la lumière était illimitée.

## 1.5 Paramètres cosmologiques

Les modèles cosmologiques qui diffèrent selon leur géométrie et leur dynamique se caractérisent par certains paramètres.

### Densité critique

Dans le cas d'une constante cosmologique nulle,  $\Lambda = 0$ , les équations de Friedmann (1.4.2 et 1.4.3) se simplifient.

$$\begin{aligned} H^2 &= \frac{8\pi G\rho}{3} - \frac{k}{a^2} \\ \frac{\ddot{a}}{a} &= -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) \end{aligned}$$

On peut voir que

$$\begin{aligned} H^2 &< \frac{8\pi G\rho}{3} && \text{pour } k=1 \\ H^2 &= \frac{8\pi G\rho}{3} && \text{pour } k=0 \\ H^2 &> \frac{8\pi G\rho}{3} && \text{pour } k=-1 \end{aligned}$$

Ainsi, la constante de Hubble élevée au carré se compare à la densité  $\rho$ . On pose alors la densité critique à  $\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}$ . Puisque l'on peut mesurer ces paramètres de nos jours ( $t_0$ ), on peut, à partir de  $\rho_0$  et de  $H_0$ , déterminer la géométrie de notre univers.

## Paramètres de densité

Le fluide cosmologique est constitué de trois choses : la matière, la radiation et le vide. La matière peut être subdivisée en deux parties, baryonique ou non-baryonique (ou matière noire). La radiation peut être soit neutrinonique, soit photonique. Quant au vide, la physique quantique semble indiquer qu'il ne soit pas synonyme de néant et qu'il soit source d'énergie.

La densité critique permet de définir les paramètres de densité à partir des densités d'énergie de ces deux premiers éléments, la matière et la radiation :

$$\begin{aligned}\Omega_m &= \frac{\rho_m}{\rho_c} = \frac{8\pi G\rho_m}{3H^2} \\ \Omega_r &= \frac{\rho_r}{\rho_c} = \frac{8\pi G\rho_r}{3H^2}\end{aligned}$$

En divisant la première équation de Friedmann (1.4.2) par  $H^2$ , nous obtenons :

$$1 = \Omega_m + \Omega_r + \frac{\Lambda}{3H^2} - \frac{k}{a^2H^2}$$

On définit donc  $\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H^2}$  et  $\Omega_k = \frac{-k}{a^2H^2}$  pour pouvoir écrire :

$$1 = \Omega_m + \Omega_r + \Omega_\Lambda + \Omega_k$$

ou encore, en définissant  $\Omega_{tot} = \Omega_m + \Omega_r + \Omega_\Lambda$

$$1 = \Omega_{tot} + \Omega_k$$

Il suffit donc d'observer en  $t = t_0$ , c'est-à-dire à l'heure actuelle, la valeur de  $\Omega_m + \Omega_r + \Omega_\Lambda$  pour déduire la géométrie de notre univers.

$$\begin{array}{llll} \Omega_{tot0} < 1 & \text{ssi} & \text{courbure } k = -1 & \text{ssi} & \text{univers ouvert} \\ \Omega_{tot0} = 1 & \text{ssi} & \text{courbure } k = 0 & \text{ssi} & \text{univers plan} \\ \Omega_{tot0} > 1 & \text{ssi} & \text{courbure } k = 1 & \text{ssi} & \text{univers fermé} \end{array}$$

En retravaillant la deuxième équation de Friedmann (1.4.3), en y injectant les paramètres de densité, nous trouvons alors :

$$-\frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2} = \frac{\Omega_m}{2} + \Omega_r - \Omega_\Lambda$$

Pour y parvenir, il faut cependant utiliser l'équation d'état  $p = \omega\rho$  et savoir que  $\omega_m = 0$  et  $\omega_r = \frac{1}{3}$

Ceci nous permet de définir le paramètre d'accélération  $q(t) = a\ddot{a}/\dot{a}^2$ . Si ce paramètre est positif, on est en présence d'un univers qui accélère dans son expansion alors qu'en cas d'une valeur positive, l'expansion de l'univers décélère et donc se contracte.

## 1.6 Modèles d'univers

Les équations d'Einstein décrivent différents modèles d'univers, analysons les différentes solutions de ces équations.

### Univers d'Einstein

Les équations de Friedmann (1.4.2 et 1.4.3) traduisent les équations d'Einstein dans le cadre du principe cosmologique restreint (homogénéité et isotropie). Einstein ajoute à cela l'hypothèse de la staticité :  $a(t) = a_0$  et  $\rho(t) = \rho_0$ .

En introduisant ces conditions dans l'équation (1.4.3), nous obtenons un résultat sur la constante cosmologique,  $\Lambda$  :

$$\Lambda = \frac{4\pi G}{c^2} \left( \rho_0 + \frac{3p_0}{c^2} \right) > 0$$

La staticité imposée par Einstein requiert donc une constante cosmologique positive.

Si on injecte cette constante dans (1.4.2), on trouve que  $k = 1$ , en effet :

$$\frac{8\pi G\rho_0}{3} + \frac{4\pi G}{3} \left( \rho_0 + \frac{3p_0}{c^2} \right) = \frac{c^2 k}{a^2}$$

Imposer que l'univers soit statique entraîne donc que l'univers soit fermé, de volume fini et contienne une quantité finie de matière.

### Univers de de Sitter

De son côté, de Sitter a étudié un univers vide,  $p = \rho = 0$ . Les équations de Friedmann (1.4.2 et 1.4.3) deviennent alors :

$$\begin{aligned} \frac{\dot{a}^2}{a^2} &= \frac{1}{3}\Lambda c^2 - \frac{c^2 k}{a^2} \\ \frac{\ddot{a}}{a} &= \frac{1}{3}\Lambda c^2 \end{aligned}$$

ou encore,

$$\begin{aligned} \dot{a}^2 &= \frac{\Lambda c^2}{3} a - c^2 k \\ \ddot{a} &= \frac{\Lambda c^2}{3} a \end{aligned}$$

On obtient alors plusieurs comportements pour  $a(t)$ , le facteur d'échelle, selon le signe de la constante cosmologique  $\Lambda$  et la valeur de la courbure  $k$ .

$$\begin{aligned} \text{Si } \Lambda > 0 \quad \text{avec } k = 0 \quad a(t) &= Ae^{\sqrt{\frac{\Lambda c^2}{3}}t} \\ \text{avec } k = 1 \quad a(t) &= \sqrt{\frac{3}{\Lambda}} \cosh \sqrt{\frac{\Lambda c^2}{3}}t \\ \text{avec } k = -1 \quad a(t) &= \sqrt{\frac{3}{\Lambda}} \sinh \sqrt{\frac{\Lambda c^2}{3}}t \\ \text{Si } \Lambda < 0 \quad \text{avec } k < 0 \quad a(t) &= K \cos \sqrt{\frac{\Lambda c^2}{3}}t \end{aligned}$$

## Univers de Friedmann-Lemaître

En travaillant sans constante cosmologique et en conservant le principe cosmologique restreint, Alexander Friedmann a trouvé des solutions aux équations d'Einstein. Par la suite, ces solutions ont été retravaillées par Georges Lemaître.

C'est ainsi qu'on est arrivé aux trois modèles de géométrie de l'univers :

$k > 0$	ssi	univers sphérique	ssi	fermé, volume fini
$k = 0$	ssi	univers plan	ssi	volume infini
$k < 0$	ssi	univers hyperbolique	ssi	ouvert, volume infini

Les observations semblent confirmer que l'on se trouve dans un univers de Friedmann-Lemaître avec une courbure proche de 0. Les cosmologistes travaillent donc souvent dans l'hypothèse d'un univers plan Euclidien.

## Illustration des dynamiques d'univers

La première équation de Friedmann (1.4.2) pose une condition de positivité sur son membre de droite :

$$H^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} + \frac{\Lambda}{3} - \frac{k}{a^2}$$

$$0 \leq \frac{8\pi G\rho}{3} + \frac{\Lambda}{3} - \frac{k}{a^2}$$

$$\Lambda \geq Q(a) = \frac{3k}{a^2} - 8\pi G\rho$$

On peut déduire les comportements de l'univers à partir de la fonction  $a(t)$  qui décrit l'évolution du facteur d'échelle en fonction du temps.

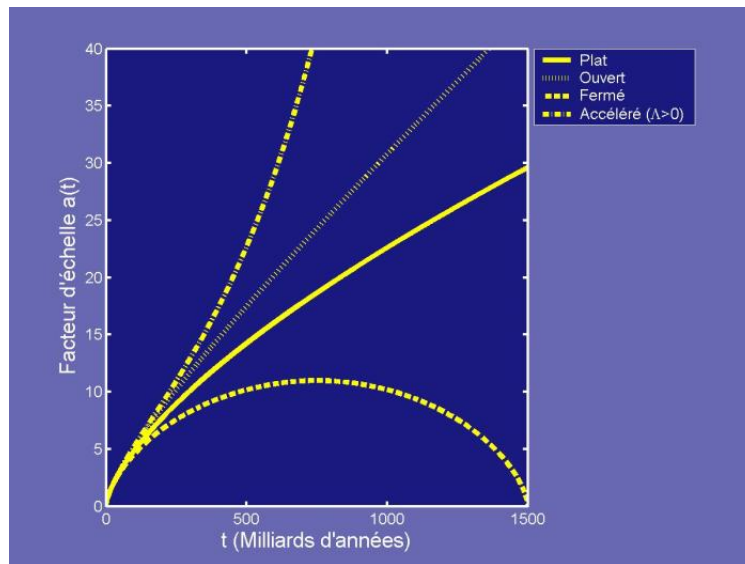


FIGURE 1.2: Evolutions du facteur d'échelle -crédit A.Füzfa-

Avec  $k = 0$ , on distingue trois dynamiques différentes. La première, un univers avec une expansion accélérée, modèle de Lemaître-Eddington. La deuxième, un univers en expansion. Et la troisième, une dynamique de rebond, le *Big Bang* est suivi d'un *Big Crunch*.

## 1.7 Ajustement des paramètres de l'univers

Notre univers est caractérisé par certains paramètres : le nombre de dimensions spatiales, la courbure de l'univers, le rapport entre le nombre de baryons et le nombre de photons, la force de liaison au sein du noyau, la valeur de la constante cosmologique, ... Qu'en serait-il s'ils étaient différents ?

### Nombre de dimensions spatiales $n$

L'expérience tend à montrer que notre monde est constitué de 3 dimensions spatiales. Ce paramètre de l'univers est discutable.

Si l'on développe la théorie de la gravitation newtonienne dans un espace euclidien à  $n$ , on obtient la formule suivante :

$$\frac{GMm}{r^{n-1}}$$

avec  $M$  la masse du corps central et  $m$  la masse du corps en orbite autour du premier.

Ehrenfest a montré que les orbites stables n'étaient possibles que lorsque  $n = 2$  ou  $n = 3$ . Dans les autres cas, soit le corps de masse  $m$  rejoint le celui de masse  $M$  après une trajectoire spiralee, soit il s'en éloigne définitivement.

Ceci réduit considérablement l'échantillon envisageable pour la valeur de  $n$ .

Afin de faire une distinction entre ces deux possibilités, Hawking invoque un argument biologique. Il semble que l'apparition d'organismes complexes ne soit pas possible à deux dimensions. En effet, il faudrait que l'alimentation soit ingérée et éliminée après digestion par la même voie. S'il existait un canal reliant ces deux orifices, l'organisme serait scindé en deux parties distinctes et non viables.

Il est toutefois bon de noter les tentatives de la théorie des cordes pour multiplier les dimensions spatiales de notre espace. Cependant, cette théorie prévoit que toutes les dimensions spatiales, sauf trois d'entre-elles, se contractent jusqu'à devenir inobservables ou que la matière se confine mystérieusement dans un espace à trois dimensions.

### Courbure de l'univers $k$

Les observations semblent indiquer que la courbure de l'univers est proche de zéro. Pourrait-il en être autrement ?

Si la courbure de l'univers était trop grande, son temps de vie, entre *Big Bang* et *Big Crunch*, serait très petit. La durée de vie de l'univers ne permettrait pas la formation d'étoiles et donc de noyaux de carbone.

Si la courbure de l'univers était fortement négative, le taux d'expansion pourrait être trop grand. La gravitation ne pourrait causer l'accrétion de matière et la structuration connue de notre univers.

Il faut donc que la courbure  $k$  ait une valeur absolue faible pour que la vie, telle que nous la connaissons, puisse apparaître.

### Autres ajustements

Le rapport entre baryons et photons, noté  $\eta$ , est aussi finement ajusté. S'il était beaucoup plus grand, le rayonnement fossile, le *CMB*, serait actuellement à une température de 100° Celsius empêchant la vie telle qu'on la connaît de se développer.

La force permettant la cohésion interne du noyau doit être telle de permettre un équilibre avec la force électro-magnétique éloignant les protons.

La constante cosmologique est aussi ajustée. Nous en débattons plus largement par la suite, mais il faut savoir qu'aussi petite que soit sa valeur, une modification de celle-ci empêcherait notre monde d'exister.

## Chapitre 2

# Principes anthropiques

*”Ce qui est incompréhensible, c’est que le monde soit compréhensible.”*

-Albert Einstein-

Dans ce chapitre, nous allons introduire le principe anthropique, réponse possible aux problèmes d’ajustement des paramètres de l’univers.

Notre propos sera grandement inspiré du livre éponyme de Jacques Demaret et Dominique Lambert (Demaret & Lambert 1994), en particulier du chapitre 6, pp. 143-151. Les énoncés des différentes versions du principe anthropique seront, quant à eux, cités avec leur référence originale.

Depuis la révolution copernicienne, l’Homme n’a cessé d’être destitué de sa place centrale dans l’univers. La Terre a été reléguée à une place de satellite du Soleil, le Soleil à celle d’une étoile perdue dans la Voie Lactée, galaxie qui n’est qu’une galaxie parmi tant d’autres. Par ailleurs, l’évolution darwinienne a détrôné l’Homme de son statut d’oeuvre majeure de la création en le désignant comme un cousin éloigné des primates. Brandon Carter, en 1974, a recentré l’Homme dans le débat cosmologique grâce à son principe anthropique :

*« Ce que nous pouvons nous attendre à observer doit être compatible avec les conditions nécessaires à notre présence en tant qu’observateurs. »*(Carter 1974)

### 2.1 Principe anthropique faible

La version faible du principe anthropique peut s’énoncer comme suit :

*« Notre position dans l’univers est nécessairement privilégiée en ce sens qu’elle doit être compatible avec notre existence en tant qu’observateurs. »*

Ce principe anthropique peut s’illustrer par l’argument de Dicke sur l’âge de l’univers. Notre univers doit être assez âgé pour avoir connu deux générations d’étoiles, la première fournissant les éléments lourds permettant à notre forme de vie de se développer autour des étoiles de la seconde. Par ailleurs, notre univers doit être suffisamment jeune pour que les systèmes de galaxies soient encore possibles. En effet, l’expansion de l’univers a tendance à éloigner les galaxies les unes des autres. Ainsi, notre présence en tant qu’observateurs conditionne l’univers tel que nous l’étudions.

Cette version du principe anthropique est considérée, par certains scientifiques, comme étant tautologique. En effet, tout modèle scientifique qui ne permettrait pas l’existence de l’homme est réfuté par l’observation sans qu’on doive faire appel à un principe.

Cependant, notre existence est un fait qui impose des conditions nécessaires à l’univers qu’on ne peut négliger.

Ainsi, ce principe faible est un principe d'auto-sélection observationnelle. Il pourrait alors être formulé comme ceci :

« *La présence d'observateurs dans l'Univers impose des contraintes sur la position temporelle de ceux-là dans celui-ci* ».

Barrow, précise cette idée en un principe de sélection :

« *Les valeurs observées  $V(x, t)$  des variables cosmologiques ne sont pas arbitraires mais sont restreintes par la contrainte spatiale exigeant que  $x \in L$  où  $L$  est l'ensemble des sites capables d'abriter la vie, ainsi que par la contrainte temporelle exigeant que le temps  $t$  soit limité par les échelles de temps des évolutions biologique et cosmologique des organismes vivants et des environnements susceptibles d'abriter la vie, respectivement.* » (Barrow 1983)

Kant disait que l'on ne peut connaître que ce qui se donne à nous ; ce que l'on connaît, on le connaît comme appartenant à l'espace-temps et nous le situons dans l'espace-temps. A sa suite, on pourrait alors dire que l'être humain est un instrument de mesure particulier. La présence de cette vie intelligente impose que l'univers satisfasse certaines conditions. Notre présence biaise les observations. Ce biais peut se traduire de façon probabiliste au travers de la théorie de Bayes.

BIAIS DE BAYES :

Soient deux théories  $t_1$  et  $t_2$  indépendantes.

La confiance qu'on leur accorde peut s'écrire sous forme de probabilité  $P_b(t_1)$  et  $P_b(t_2)$ , où  $b$  signifie *before* ; il s'agit du crédit accordé *a priori* à la théorie. Observons un événement  $E$ , la probabilité des théories change après cette observation et devient  $P_a(t_1)$  et  $P_a(t_2)$ , avec  $a$  signifiant *after*. La probabilité accordée à une théorie après une expérience est celle que l'on peut lui accorder avant cette expérience à condition que l'on en connaisse l'issue,  $P_a(t_1) = P_b(t_1|E)$  et  $P_a(t_2) = P_b(t_2|E)$

En développant les probabilités conditionnelles selon le théorème de Bayes, on arrive à la formule de Carter- Bayes :

$$\frac{P_a(t_1)}{P_a(t_2)} = \frac{P_b(E|t_1) P_b(t_1)}{P_b(E|t_2) P_b(t_2)}$$

Le rapport entre les crédits accordés à ces deux théories est donc modifié d'un facteur  $\frac{P_b(E|t_1)}{P_b(E|t_2)}$ .

L'existence de l'être humain introduit un *biais anthropique* sur la confiance relative des théories :  $\frac{P_b(H|t_1)}{P_b(H|t_2)}$ , où  $H$  est l'évènement humain.

#### ILLUSTRATION DU THÉORÈME DE BAYES

Envisageons un hôtel de 100 chambres, 10 ont une porte rouge, 90 ont une porte bleue.

Si l'on demande à quelqu'un la couleur de la porte de sa chambre, il répondra "bleu" et il aura raison 90% du temps.

Maintenant, ajoutons un paramètre en jetant une pièce. Si la pièce donne "face", nous mettons 100 personnes dans les 100 chambres. Si la pièce donne "pile", nous ne mettons que 10 personnes dans les chambres à porte rouge.

Si l'on montre à quelqu'un que la porte de sa chambre est "rouge", il aura raison à 90.90% de dire que la pièce a donné "pile".

$$\begin{aligned} P(A_i|B) &= \frac{P(A_i)P(B|A_i)}{\sum_j P(B|A_j)P(A_j)} \\ P(\text{pile}|\text{rouge}) &= \frac{P(\text{pile})P(\text{rouge}|\text{pile})}{P(\text{rouge}|\text{pile})P(\text{pile}) + P(\text{rouge}|\text{face})P(\text{face})} \\ &= \frac{0.5 \times 1}{1 \times 0.5 + 0.1 \times 0.5} \\ &= 0.9090 \end{aligned}$$

## 2.2 Principe anthropique fort

En complément du principe anthropique faible, Brandon Carter a énoncé une version forte du principe anthropique :

*« L'univers (et donc les paramètres fondamentaux dont celui-ci dépend), doit être tel qu'il permette la naissance d'observateurs en son sein, à un certain stade de son développement »* (Carter 1974).

Cet énoncé paraît grandement finaliste, ce qui *a posteriori* n'était pas l'intention de Carter, il l'aurait plutôt formulé comme ceci :

*« La présence d'observateurs dans l'Univers impose des contraintes sur l'ensemble des propriétés cosmologiques et des constantes physiques de ce dernier. »*

Or, les propriétés cosmologiques dont il est question se révèlent être des paramètres constants. La seule contrainte possible les concernant ne peut résider que dans un choix entre divers jeux de valeurs pour ces paramètres. Le principe anthropique fort sous-tend tacitement l'existence de plusieurs univers. Cette existence pouvant être prise au sens figuratif, il est possible de concevoir d'autres univers, ou au sens physique, il existe d'autres univers que le notre.

La finalité inscrite en filigrane dans la version forte du principe anthropique peut être appréhendée de deux manières différentes.

D'une part, d'un point de vue de l'univers :

*« Les éléments de l'Univers constituent une totalité cohérente - ils y sont interdépendants - dont le fondement peut être trouvé dans le phénomène humain. »*

D'autre part, d'un point de vue épistémologique :

*« Il existe une description unifiée cohérente de tout l'Univers reposant sur l'existence d'observateurs humains. »*

Hubert Reeves, quant à lui, est partisan du principe de complexité (Demaret & Lambert 1994). Il remplace l'importance de l'émergence de l'observateur humain par celle de la vie intelligente, n'excluant pas la possibilité de vie extra-terrestre.

## 2.3 Principes anthropiques divers

Le principe anthropique a été décliné sous diverses formes. Pour le lecteur curieux, en voici quelques énoncés.

- Principe anthropique fort élargi de Barrow

« *L'Univers doit contenir la vie.* »(Barrow 1983)

- Principe anthropique fort élargi de Barrow et Tipler

« *L'Univers doit posséder les propriétés particulières qui permettent à la vie de se développer en son sein, à un certain stade de son évolution.* »(Barrow & Tipler 1986)

- Principe anthropique participatoire de Wheeler

« *Les observateurs sont nécessaires pour amener l'univers à l'existence.* »(Wheeler 1977)

- Principe anthropique ultime de Tipler

« *L'Univers est suffisamment bienveillant pour que, une fois que l'intelligence a pu s'y développer, les lois de la physique permettent qu'elle continue à exister à jamais.* »(Tipler 1989)

L'ajustement des paramètres de l'univers ont fait couler beaucoup d'encre et ont mené certains scientifiques aux principes anthropiques. La problématique de la constante cosmologique, développée dans le chapitre suivant, a fait resurgir ces argumentations.

## Chapitre 3

# Constante cosmologique

*"A l'origine était le chaos. Avec la vie apparut la variabilité. Et avec l'homme, l'erreur."*

-Anonyme-

Maintenant que nous avons posé les bases de la cosmologie et que nous avons introduit les principes anthropiques, nous arrivons à la problématique traitée dans ce mémoire : la constante cosmologique. Cette constante joue un rôle en cosmologie et a suscité des argumentations anthropiques autour de sa valeur précise.

### 3.1 Histoire de la constante cosmologique

#### Premier rejet

Albert Einstein, en 1915, a étendu sa relativité restreinte à la gravitation en relativité générale. Il arriva aux équations qui portent son nom :

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

Ces équations traduisent une relation surprenante : Géométrie = Matière-Energie.

Einstein a appliqué la relativité générale au système solaire, expliquant ainsi les limites de la gravitation newtonienne : décalage du périhélie de Mercure et déflexion de la lumière aux abords du Soleil.

Un terme, dit de jauge, aurait pu être ajouté à ces équations. Cependant, cela soulèverait deux objections. Premièrement, cette jauge serait une nouvelle constante fondamentale, ce que le scientifique adepte du rasoir d'Occam préfère éviter. Deuxièmement, cette constante d'intégration ne pourrait avoir qu'une valeur infime si l'on veut rester compatible avec la théorie newtonienne de la gravitation à petite échelle.

#### Première acceptation

En 1917, Einstein a voulu étendre le propos de la relativité générale à tout l'univers (alors réduit à la Voie Lactée). Hélas, ses équations n'avaient pas de solution statique. Or, il était intimement persuadé que l'univers ne pouvait être que statique. Pour obtenir un univers statique en présence d'une gravitation attractive, qui ne peut mener l'univers qu'à sa contraction, il faut introduire un terme répulsif. C'est ainsi qu'Einstein ajouta un paramètre  $\Lambda$  à ses équations dans le seul but d'arriver à un univers statique :

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

Ce paramètre  $\Lambda$  est appelé constante cosmologique. Il faut noter que l'introduction de ce terme est totalement compatible avec les principes de covariance et d'équivalence. En effet, ce terme est tensoriel sans aucune dynamique associée et il est compatible avec les identités de Bianchi obtenues dans la connexion de Levi-Civita.

## Deuxième rejet

Les années 1920 apportèrent de quoi chambouler cette vision de l'univers. Tout d'abord, Edwin Hubble observa que la nébuleuse d'Andromède était extérieure à la Voie Lactée et était, au même titre, une galaxie. Ensuite, en 1929, il mesura le redshift et la distance de plusieurs nébuleuses. Le redshift est l'effet Doppler transposé dans les ondes visibles. Ce redshift traduit un mouvement d'éloignement des nébuleuses et donc une expansion de notre univers.

Devant ces observations et les travaux de Friedmann sur les univers dynamiques, Einstein a réalisé son erreur et est revenu sur ses travaux pour y supprimer la constante cosmologique. Il aurait même déclaré que cette constante était la plus grosse erreur de sa vie.

## Deuxième acceptation

La deuxième acceptation de la constante cosmologique nous vient de la mécanique quantique et du principe d'incertitude énoncé par Werner Heisenberg en 1927.

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

D'après celui-ci, on ne peut connaître simultanément et avec précision la position et la vitesse d'une particule.

Or, le vide total n'existe pas. Il n'y a pas de milieu de densité parfaitement nulle, on parle alors de vide quantique car il y existe des fluctuations quantiques. Donc, par le principe d'incertitude, ce vide quantique ne peut pas être parfaitement au repos. En effet, si le vide quantique a une énergie nulle, on pourra localiser les particules le constituant avec précision tout en sachant que leur vitesse est nulle. La mécanique quantique attribue donc une énergie au vide, on parlera de l'énergie du vide quantique.

Einstein avait introduit la constante cosmologique dans le terme géométrique de ses équations. Introduire la constante cosmologique dans le membre de droite permettrait de rajouter l'énergie du vide quantique au terme d'énergie, le tenseur énergie-impulsion.

$$G_{\mu\nu} = -\Lambda g_{\mu\nu} + \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

Par ailleurs, en 1998, on a observé que l'expansion de l'univers était accélérée. La constante cosmologique associée à la courbure de l'espace-temps pourrait être la cause de cette accélération.

## 3.2 Mesures de la constante cosmologique

### Constante cosmologique pour le vide quantique

Considérons que la constante cosmologique soit liée au vide quantique. La densité d'énergie du vide, si tant est que l'espace-temps puisse être appréhendé via la mécanique quantique, s'écrit comme suit

$$\rho_{vide} \sim \frac{1}{V} \sum_{|\vec{k}|} \frac{1}{2} \hbar \omega_{|\vec{k}|}$$

Cette expression représente la somme des modes fondamentaux pouvant être contenus dans l'univers. L'effet Casimir, permet de mettre en évidence l'existence de particules virtuelles dans le vide. Ces particules peuvent être vues comme des ondes. Le volume qui contient ces ondes pose une contrainte sur leur longueur d'onde. Dans le cas de l'univers, il n'y a pas de contrainte, il faut additionner l'infinité de modes pouvant être pris par ces particules élémentaires. La somme devient donc une intégrale

$$\rho_{vide} = \frac{1}{2} \frac{\hbar}{(2\pi)^3} \int d^3k |\vec{k}|$$

Le résultat de cette somme continue de termes positifs ne peut être qu'infini. Limitons notre expression selon les limites attendues de notre théorie. Il semble, en effet, que notre théorie ne soit pas complète et doive être améliorée dans le cas des grandes énergies. La densité d'énergie du vide devient :

$$\rho_{vide} = \frac{1}{2} \frac{\hbar}{(2\pi)^3} \int_0^{|\vec{k}_{max}|} d|\vec{k}| \int d\Omega$$

En limitant notre théorie à l'échelle de Planck, on arrive à  $\rho_{vide} \sim 10^{76} \text{GeV}^4$ <sup>1</sup>.

## Constante cosmologique pour l'accélération de l'expansion

Si l'on considère la constante cosmologique comme étant responsable de l'accélération de l'expansion, l'observation permet d'en donner une approximation.

On observe des supernovae (principalement de type Ia) qui s'éloignent de nous. Au plus elles sont loin de nous, au plus elles s'éloignent vite. La loi que Hubble avait déduite de ses observations n'est donc pas linéaire. En ajustant la théorie aux observations, on obtient les paramètres de densités  $\Omega_m \approx 0.3$  et  $\Omega_\Lambda \approx 0.7$ .

Ce qui permet d'exprimer la densité d'énergie du vide comme étant proche de :  $\rho_{vide} \sim 10^{-47} \text{Gev}^4$ .

## Problème d'ordre de grandeur

On arrive donc à un problème de taille : la constante cosmologique actuelle mesurée avec les supernovae et la constante cosmologique associée au vide quantique diffèrent de 123 ordres de grandeur. Comprenez bien, la première n'est pas 123 fois plus petite que la seconde mais  $10^{123}$  fois plus petite.

La valeur de la constante cosmologique apparaît alors comme précisément ajustée. Une valeur plus faible ne contre-balancerait pas la gravité et les galaxies et les systèmes stellaires s'effondreraient. Une valeur plus grande et l'expansion de l'univers serait telle que notre voisinage serait vidé.

Dans la partie suivante, nous développerons trois approches possibles pour expliquer la constante cosmologique. La première met en place un mécanisme dont découle la précision de la constante cosmologique : la quintessence. La seconde s'inspire de l'argument anthropique et exploite l'hypothèse du multivers. La troisième et dernière est plus fataliste et consiste en un raccourci du raisonnement, il s'agit de l'intelligent design.

---

1. L'électron-volt, eV, est une unité de mesure d'énergie. 1 eV équivaut à l'énergie qu'acquiert un électron en passant du repos à un potentiel d'1 Volt, cela revient à  $1,60217653 \cdot 10^{-19}$  joule

Deuxième partie

**Explications envisageables**

*"Ne tirez pas sur le messager."*

-Shakespeare-

AVERTISSEMENT AU LECTEUR :

Cette partie abordera trois approches possibles de la problématique de la constante cosmologique. Nous rapporterons différentes argumentations que nous avons trouvées au fil de nos recherches. La critique de ces approches sera faite dans la troisième partie de ce mémoire. Nous prions le lecteur de prendre ces argumentaires pour ce qu'ils sont sans nous y associer.

# Chapitre 4

## Quintessence

*” N’abrégez pas le matin en vous levant tard ; regardez-le comme une quintessence de la vie, jusqu’à un certain point sacré.”*

-Arthur Schopenhauer-

La première manière de faire face au problème de la constante cosmologique est de mettre en place un mécanisme physique : la quintessence.

Pour Aristote, la quintessence était le cinquième élément qui, présent dans le monde supra-lunaire, soutenait les planètes et les astres et n’était pas soumis à l’altération.

Dans la science actuelle, la quintessence désigne un champ scalaire responsable de l’accélération cosmique.

### 4.1 Théorie de la quintessence

La quintessence est un modèle basé sur un champ scalaire  $\phi$ , caractérisé par son potentiel  $V(\phi)$ , qui interagit avec les autres composantes de l’univers uniquement par le biais de la gravité dans le cadre de la relativité générale. Le fait qu’il n’y ait pas d’autre interaction lui a valu le nom d’énergie noire.

Ce modèle est décrit par une action :

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{1}{2\kappa^2} R + \mathcal{L}_\phi \right] + S_M, \quad \mathcal{L}_\phi = -\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi)$$

où  $\kappa^2 = 8\pi G$ ,  $R$  le scalaire de courbure et  $S_M$  l’action de la matière.

La matière  $M$ , qui regroupe à la fois la radiation et la matière (relativiste et non-relativiste), est considérée comme un fluide parfait dont l’équation d’état est  $\omega_M = P_M/\rho_M$  et satisfait l’équation de continuité

$$\rho_M \dot{+} + 3H(\rho_M + P_M) = 0.$$

Le tenseur énergie-impulsion de la quintessence est

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu} &= -\frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta(\sqrt{-g}\mathcal{L}_\phi)}{\delta g^{\mu\nu}} \\ &= \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - g_{\mu\nu} \left[ \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} \partial_\alpha \phi \partial_\beta \phi + V(\phi) \right]. \end{aligned}$$

Dans un modèle de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker, nous avons

$$\begin{aligned} \rho_\phi &= -T_0^{0(\phi)} = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) \\ p_\phi &= \frac{1}{3} T_i^{i(\phi)} = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V(\phi) \end{aligned}$$

Dans le cas d'un univers plat,  $k = 0$ , les équations de Friedmann deviennent :

$$\begin{aligned} H^2 &= \frac{\kappa^2}{3} \left( \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) + \rho_M \right) \\ \dot{H} &= -\frac{\kappa^2}{2} \left( \dot{\phi}^2 + \rho_M + p_M \right). \end{aligned} \quad (4.1.1)$$

Il apparaît alors que la dynamique du champ scalaire sera dictée par la forme du potentiel  $V(\phi)$ . Celui-ci permettra de décrire la dynamique cosmologique.

## 4.2 Potentiel exponentiel $V_0 e^{-\lambda\kappa\phi}$

A la suite de Copeland (Copeland et al. 1997) et en s'appuyant sur l'étude d'Amendola et de Tsujikawa (Amendola & Tsujikawa 2010), considérons un champ scalaire avec un potentiel exponentiel <sup>1</sup>

$$V(\phi) = V_0 e^{-\lambda\kappa\phi}.$$

Afin d'étudier la dynamique cosmologique, il est préférable d'introduire deux nouvelles variables :

$$\begin{aligned} x &= \frac{\kappa\dot{\phi}}{\sqrt{6}H}, \\ y &= \frac{\kappa\sqrt{V}}{\sqrt{3}H}. \end{aligned} \quad (4.2.1)$$

L'équation (4.1.1) peut se ré-écrire sous la forme d'une contrainte sur le paramètre de densité de matière :

$$\Omega_M \equiv \frac{\kappa^2 \rho_M}{3H^2} = 1 - x^2 - y^2.$$

On peut aussi définir le paramètre de densité du champ scalaire :

$$\Omega_\phi \equiv \frac{\kappa^2 \rho_\phi}{3H^2} = x^2 + y^2.$$

L'équation d'état du fluide contenu dans l'univers est :

$$p_\gamma = (\gamma - 1)\rho_\gamma$$

où  $\gamma$  est constant, compris entre 0 et 2 (pour la radiation  $\gamma = 4/3$  et  $\gamma = 1$  pour la poussière).

Dérivons les variables  $x$  et  $y$  en fonction du logarithme népérien du facteur d'échelle,  $N = \ln a$ ,

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dN} &= -3x + \frac{\sqrt{6}}{2} \lambda y^2 + \frac{3}{2} x (2x^2 + \gamma (1 - x^2 - y^2)) \\ \frac{dy}{dN} &= -\frac{\sqrt{6}}{2} \lambda xy + \frac{3}{2} y (2x^2 + \gamma (1 - x^2 - y^2)) \end{aligned}$$

où  $\lambda$  est la pente du potentiel,  $\lambda \equiv -\frac{V_{,\phi}}{kV}$ .

On a un potentiel exponentiel  $V = V_0 \exp(-\lambda\kappa\phi)$ , par conséquent  $\lambda$  est un paramètre constant, le système est autonome dans la variable indépendante  $\ln(a)$ .

A présent, nous pouvons étudier les propriétés des points fixes. Selon les valeurs de  $\lambda$  et de  $\gamma$ , on trouve cinq points critiques où les dérivées de  $x$  et de  $y$  s'annulent.

---

1. Il est bon de noter que la forme exponentielle est obligatoire si l'on veut un système autonome dans la variable indépendante  $\ln(a)$

$x$	$y$	Stabilité	Existence	$\Omega_\phi$
0	0	point selle pour $0 < \gamma < 2$	$\forall \lambda$ et $\gamma$	0
1	0	noeud instable pour $\lambda < \sqrt{6}$ point selle pour $\lambda > \sqrt{6}$	$\forall \lambda$ et $\gamma$	1
-1	0	noeud instable pour $\lambda > -\sqrt{6}$ point selle pour $\lambda < -\sqrt{6}$	$\forall \lambda$ et $\gamma$	1
$\lambda/\sqrt{6}$	$(1 - \lambda^2/6)^{1/2}$	noeud stable pour $\lambda^2 < 3\gamma$ point selle pour $3\gamma < \lambda^2 < 6$	$\lambda^2 < 6$	1
$(3/2)^{1/2}\gamma/\lambda$	$[3(2 - \gamma)\gamma/2\lambda^2]^{1/2}$	noeud stable pour $3\gamma < \lambda^2 < 24\gamma^2/(9\gamma - 2)$ foyer stable pour $\lambda^2 > 24\gamma^2/(9\gamma - 2)$	$\lambda^2 > 3\gamma$	$3\frac{\gamma}{\lambda^2}$

TABLE 4.1: Propriétés des points critiques

Le premier de ces points fixes représente un solution dominée par le fluide de matière,  $\Omega_M = 1$ . Les deux suivants,  $(1, 0)$  et  $(-1, 0)$ , sont des solutions où l'énergie cinétique de quintessence domine. Le quatrième point fixe est une solution dominée par le champ scalaire de la quintessence. Enfin, la dernière possibilité est une solution d'échelle, *scaling solution* en anglais, ce qui signifie que le rapport  $\frac{\Omega_\phi}{\Omega_M}$  est une constante non nulle.

1.  $\lambda^2 < 3\gamma$

Les deux solutions cinétiques sont des noeuds instables. La solution dominée par le fluide est un point selle. Le champ scalaire domine l'évolution en étant un attracteur. (FIGURE 4.1)

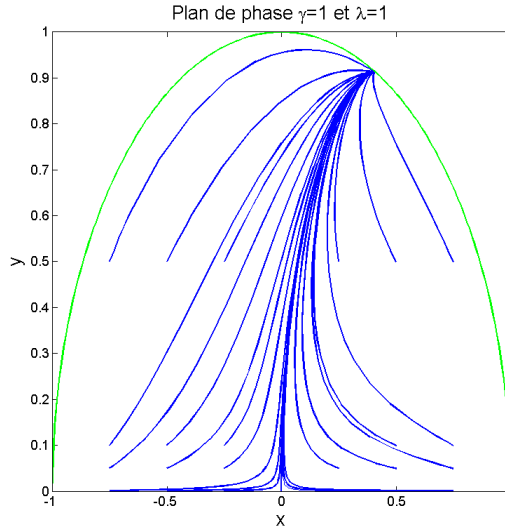


FIGURE 4.1: Plan de phase pour  $\gamma = 1$  et  $\lambda = 1$ . L'attracteur est le champ scalaire dominé par la solution  $x = \sqrt{1/6}$ ,  $y = \sqrt{5/6}$ ,  $\Omega_\phi = 1$

2.  $3\gamma < \lambda^2 < 6$

Les deux solutions cinétiques sont des noeuds instables. La solution dominée par le fluide est un point selle. Le champ scalaire mène à un point selle. La solution d'échelle est un noeud, une spirale, stable. (FIGURE 4.2)

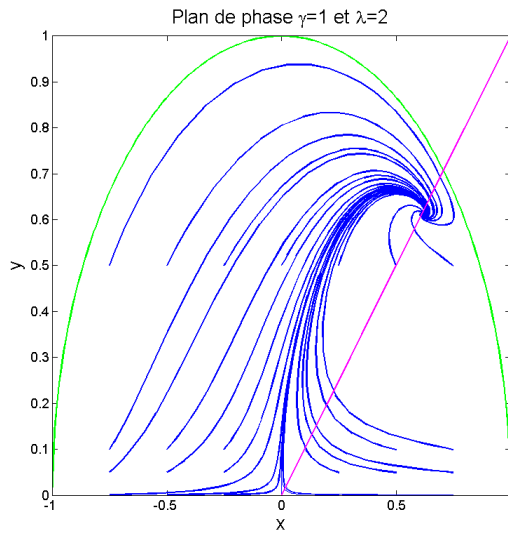


FIGURE 4.2: Plan de phase pour  $\gamma = 1$  et  $\lambda = 2$ . L'attracteur final est la solution d'échelle avec  $x = y = \sqrt{3}/8$ ,  $\Omega_\phi = \frac{3}{4}$ .

### 3. $6 < \lambda^2$

Les solutions cinétiques sont respectivement un noeud instable et un point selle. La solution fluide est un point selle. La solution d'échelle est une spirale stable. (FIGURE 4.3)

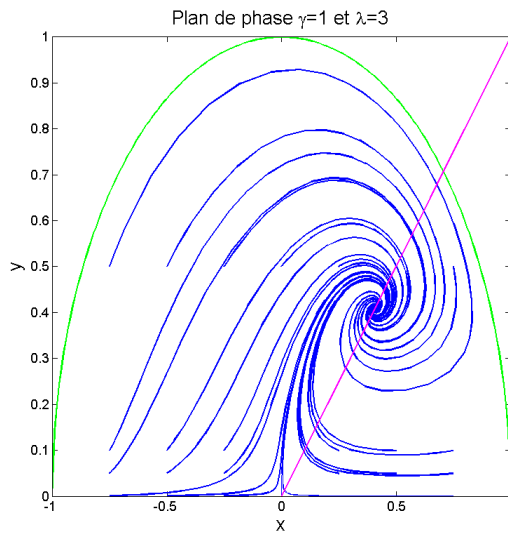


FIGURE 4.3: Plan de phase pour  $\gamma = 1$  et  $\lambda = 3$ . L'attracteur est la solution d'échelle avec  $x = y = \sqrt{1/6}$ ,  $\Omega_\phi = \frac{1}{3}$ .

### 4.3 Potentiel en loi de puissance $M^{4+n}\phi^{-n}$

Continuons le raisonnement d'Amedola et de Tsujikawa (Amendola & Tsujikawa 2010) et considérons à présent un champ scalaire avec un potentiel en loi de puissance

$$V(\phi) = M^{4+n}\phi^{-n}, (n > 0).$$

En plus des points fixes, un portrait de phase peut être caractérisé par des trajectoires spécifiques qui *attirent* les autres trajectoires. Les solutions traqueurs ont des valeurs de  $\omega_\phi$  et de  $\Omega_\phi$  approximativement constantes le long de ces trajectoires spéciales. Un large panel de conditions initiales convergent vers une évolution cosmique traqueur commune.

Dans l'article de Rakhi, (Rakhi & Indulekha 2009), il est dit que les modèles *trackers* canalisent une gamme variée de conditions initiales dans un état final commun. Ces modèles prévoient une mise à l'échelle synchronisée du champ scalaire et du champ de matière/radiation de telle manière que l'énergie du champ scalaire domine sur la matière et peut induire l'accélération de l'expansion de l'univers.

Amedola et Tsujikawa (Amendola & Tsujikawa 2010) montrent que l'on peut calculer que

$$\rho \propto a^{-3(1+\omega)}$$

Or, dans le cadre des potentiels trackers

$$\omega_\phi \simeq \frac{n\omega_M - 2}{n + 2}$$

On peut donc dire que

$$\rho_\phi \propto a^{-3\left(\frac{n+n\omega_M}{n+2}\right)}.$$

Afin d'étudier la dynamique cosmologique, reprenons les deux variables définies au point précédent (4.2.1) et ajoutons-y une troisième :

$$z = \frac{\kappa\sqrt{\rho_r}}{\sqrt{3}H}$$

Les paramètres de densité de la quintessence, de la radiation et de la matière deviennent donc :

$$\Omega_\phi = x^2 + y^2; \quad \Omega_r = z^2; \quad \Omega_m = 1 - x^2 - y^2 - z^2$$

Les dérivées de  $x$ ,  $y$  et  $z$  en fonction du logarithme népérien du facteur d'échelle,  $N = \ln a$ , sont

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dN} &= -3x + \frac{\sqrt{6}}{2}\lambda y^2 + \frac{1}{2}x(3 + 3x^2 - 3y^2 + z^2) \\ \frac{dy}{dN} &= -\frac{\sqrt{6}}{2}\lambda xy + \frac{1}{2}y(3 + 3x^2 - 3y^2 + z^2) \\ \frac{dz}{dN} &= -2z + \frac{1}{2}z(3 + 3x^2 - 3y^2 + z^2) \end{aligned}$$

et l'on peut dire que

$$\frac{d\lambda}{dN} = -\sqrt{6}\frac{\lambda^2}{n}x$$

Le système n'est plus autonome dans la variable indépendante  $\ln(a)$  car on a un potentiel en loi de puissance et non plus exponentiel. Dans la suite, nous travaillerons avec  $n = 1$ , c'est-à-dire  $V(\phi) = M^5\phi^{-1}$ .

Intéressons-nous à l'évolution des paramètres de densité (FIGURE 4.4)

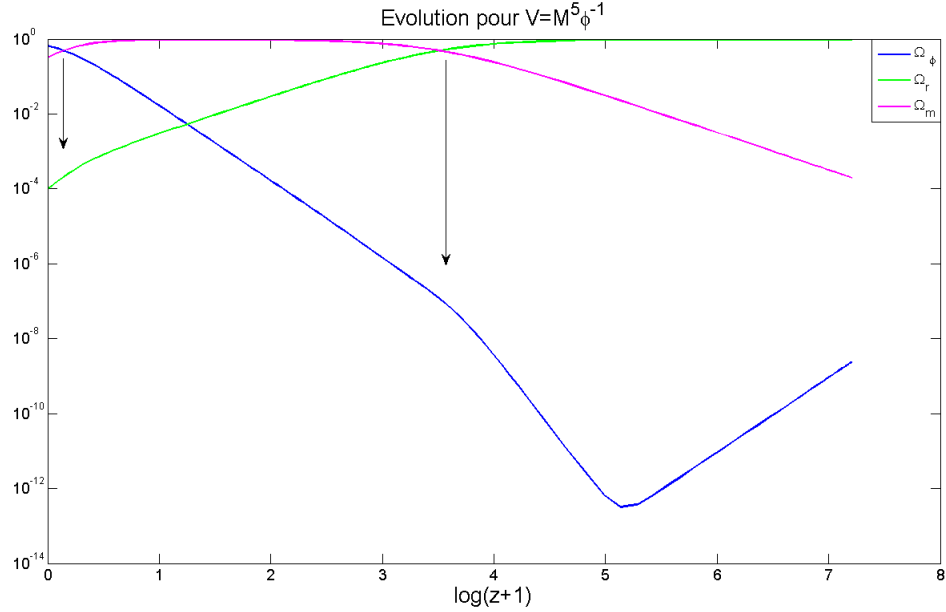


FIGURE 4.4: Evolution de  $\Omega_\phi$ ,  $\Omega_m$  et  $\Omega_r$  pour le modèle  $V(\phi) = M^5 \phi^{-1}$  en fonction du redshift  $z$  avec pour conditions initiales  $x = 5.0 \times 10^{-5}$ ,  $y = 1.0 \times 10^{-8}$ ,  $z = 0.9999$  et  $\lambda = 10^9$  en  $\log_{10}(z+1) = 7.21$  c'est-à-dire en  $a = 10^{-7.21}$ .

Le graphe de la FIGURE 4.4 se lit de droite à gauche, on voit que l'univers a connu une ère dominée par la radiation suivie d'une ère dominée par la matière et enfin une ère dominée par la quintessence. Nous noterons que le passage d'une ère à une autre correspond à un point d'inflexion dans la courbe de la troisième composante. Ces points d'inflexion correspondent à un changement de puissance dans la solution d'échelle. Le passage de l'ère radiative à l'ère matérielle correspond au découplage de la lumière et donc à l'émission du CMB.

Le comportement *tracker* se traduit dans la FIGURE 4.5, on peut voir que la densité de la quintessence,  $\rho_\phi$ , suit la matière dominante.

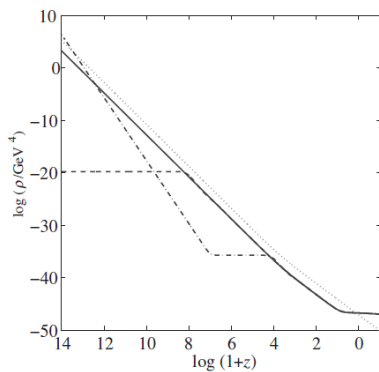


Figure 7.4 Evolution of the quintessence energy density  $\rho_\phi$  and the background fluid density  $\rho_r + \rho_m$  for the model (7.46) with parameters  $\lambda = 20$  and  $\mu = 0.5$ . Several initial conditions are chosen to admit an  $\Omega_\phi = 0.7$  flat Universe today. The solid line shows the evolution which emerges from equipartition at the end of inflation and the dotted line represents the evolution of  $\rho_r + \rho_m$ . From Ref. [188].

FIGURE 4.5: Evolution de  $\rho_\phi$  (Amendola & Tsujikawa 2010)

Intéressons-nous à la valeur de  $\Omega_\phi$  à l'époque actuelle lorsque l'on fait varier les conditions initiales en  $x$  et en  $y$  (FIGURE 4.6).

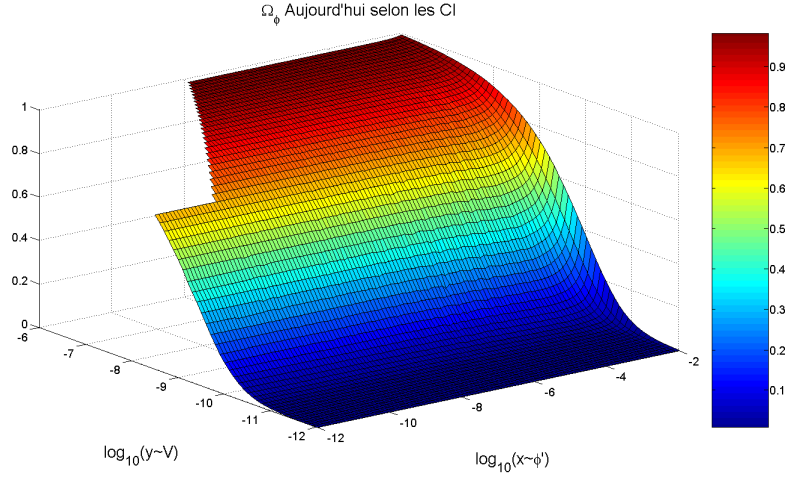


FIGURE 4.6: Valeurs d' $\Omega_\phi$  à l'heure actuelle pour  $x \in [10^{-12}10^{-2}]$  et  $y \in [10^{-12}10^{-6}]$

Dans la FIGURE 4.6, on peut voir que le comportement est relativement homogène le long de  $x$ . Ce qui correspond bien à un modèle *tracker*, la valeur finale de  $\Omega_\phi$  est indépendante par rapport à cette condition initiale. Ce n'est pas le cas le long de  $y$ .

Observons le comportement de  $\Omega_\phi$  à l'heure actuelle pour un  $x$  fixé (FIGURE 4.7).

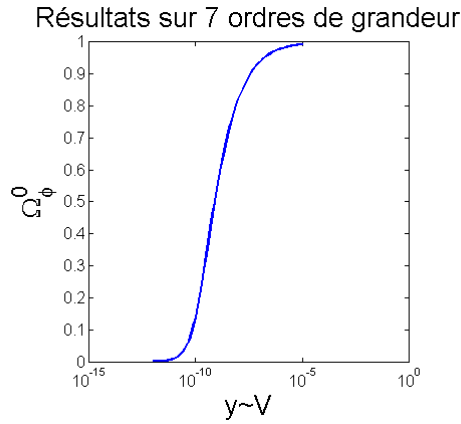


FIGURE 4.7: Valeurs d' $\Omega_\phi$  à l'heure actuelle pour  $x = 10^{-6}$  et  $y \in [10^{-12}10^{-5}]$

La FIGURE 4.7 présente des paramètres de densité de la quintessence compris entre 0 et 1. Ce résultat est satisfaisant car le modèle prédit la présence d'énergie sombre. Cependant, les observations actuelles semblent donner la valeur de  $\Omega_\phi^0$  autour de  $0.7^2$ .

2. En réalité, c'est la valeur d' $\Omega_M$  que l'on mesure à  $0.2793 \pm 0.0254$  mais nous savons que  $\Omega_M + \Omega_\phi = 1$  d'où  $\Omega_\phi = 0.7207 \pm 0.0254$  (Nasa consultation mai 2013)

Réduisons l'intervalle de valeur de  $y$  afin de mieux situer les conditions initiales arrivant à cette valeur (FIGURE 4.8).

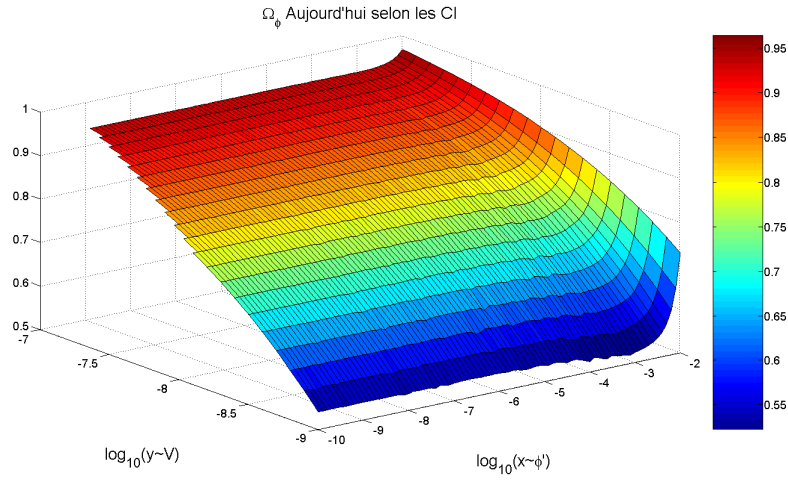


FIGURE 4.8: Valeurs d' $\Omega_\phi$  à l'heure actuelle pour  $x \in [10^{-10}10^{-2}]$  et  $y \in [10^{-9}10^{-7}]$

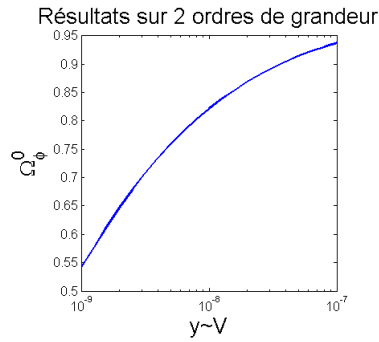


FIGURE 4.9: Valeurs d' $\Omega_\phi$  à l'heure actuelle pour  $x = 10^{-6}$  et  $y \in [10^{-9}10^{-7}]$

Le graphe de la FIGURE 4.9 permet de voir à quel point  $y$  doit être proche de  $10^{-8}$  pour satisfaire aux observations actuelles.

Nous avons une autre mesure à notre disposition,  $q_0$ , le facteur d'accélération de nos jours. Ce facteur est donné par

$$q = \frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2} = -\frac{1}{2} \left( \sum_i \Omega_i (1 + 3\omega_i) \right)$$

Une analyse de la distribution de probabilité des valeurs de  $q_0$  permet de dire avec 99% de certitude que  $q_0$  vaut de  $0.5949 \pm 0.1050$ <sup>3</sup>.

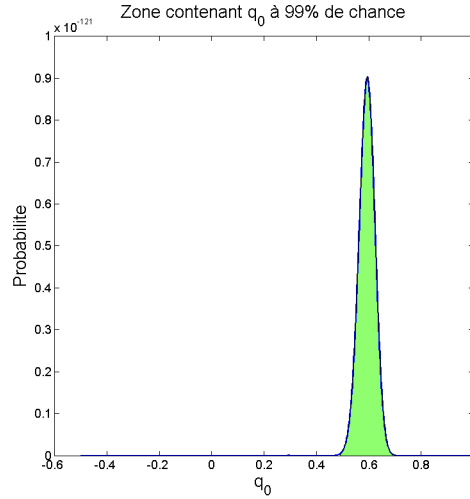


FIGURE 4.10: Valeur de  $q_0$  avec 99% de certitude

Lors de notre étude autour de la valeur d' $\Omega_\phi$ , nous avons remarqué que la valeur du paramètre  $x$  n'influait pas la valeur finale. La FIGURE 4.11 permet de faire le même constat concernant la valeur de  $q_0$ .

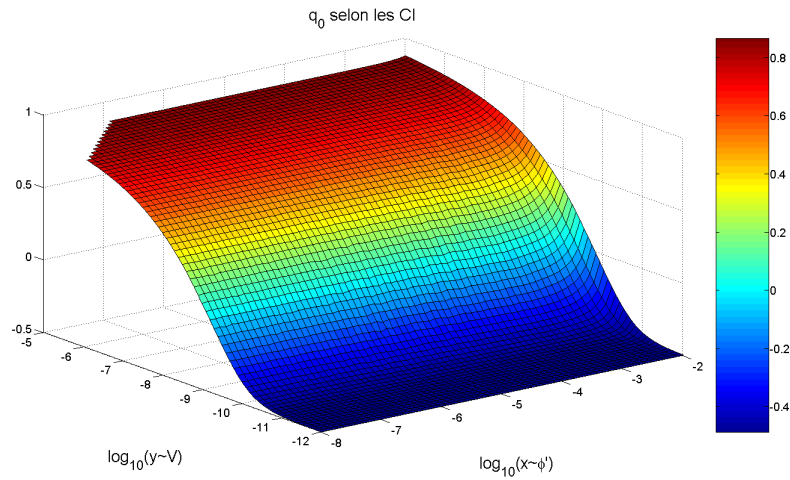


FIGURE 4.11: Valeur de  $q_0$  selon les conditions initiales  $x$  et  $y$

3. Résultats d'une analyse statistique du diagramme de Hubble des supernovae de type Ia du jeu de données union2010

Nous pouvons donc nous pencher sur l'évolution des paramètres  $\Omega_\phi$  et  $q_0$  en fixant la variable  $x$  et en laissant  $y$  varier sur sept ordres de grandeurs.

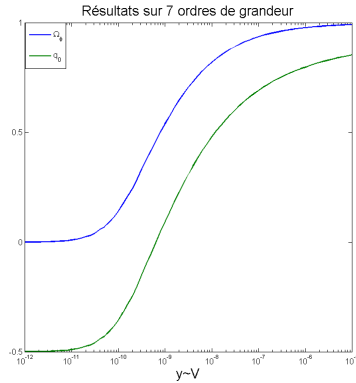


FIGURE 4.12: Valeurs d' $\Omega_\phi$  et de  $q_0$  à l'heure actuelle pour  $x = 10^{-6}$

Nous remarquons une fois encore dans la FIGURE 4.12 à quel point la valeur de  $y$  doit être précisément fixée afin d'atteindre les observations.

Illustrons cela grâce aux valeurs admissibles des paramètres  $\Omega_\phi$  et  $q_0$ .

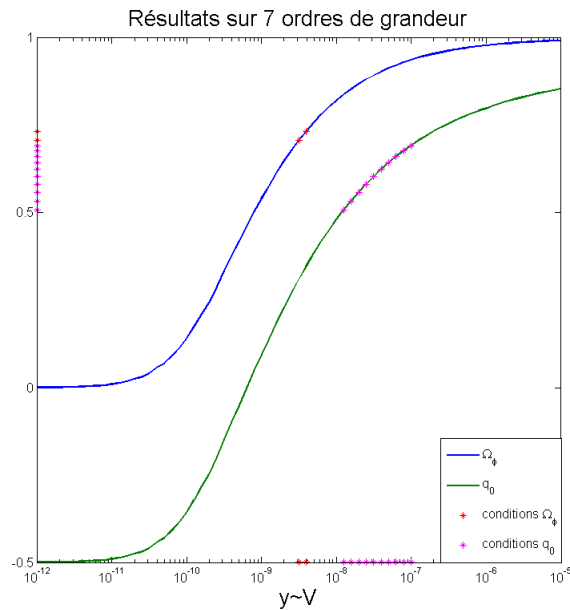
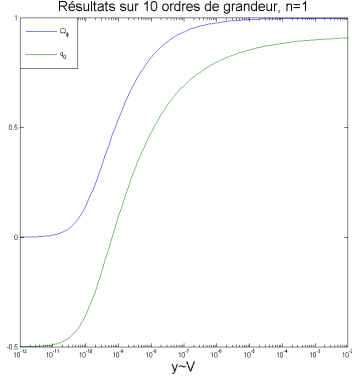


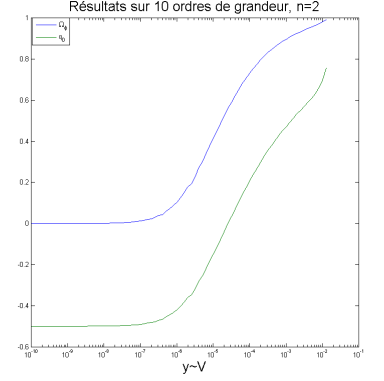
FIGURE 4.13: Report de la précision sur les paramètres mesurables  $\Omega_\phi$  et  $q_0$  (certitude de 99%) sur la condition initiale du paramètre  $y$

La FIGURE 4.13 permet, non seulement, de dire que le paramètre  $y$  ne peut pas être pris dans un grand panel de conditions initiales, mais en plus, qu'aucune condition initiale sur  $y$  ne permet d'arriver simultanément aux valeurs mesurées d' $\Omega_\phi$  aujourd'hui et de  $q_0$ .

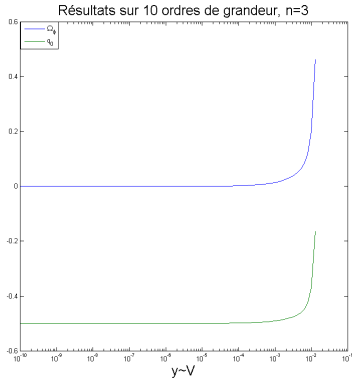
Après cette étude du modèle  $V(\phi) = M^{4+n}\phi^{-n}$  avec  $n = 1$ , voyons ce qu'il est possible de dire pour d'autres valeurs de  $n$ . Nous avons noté que la variable  $x$  n'influence pas les résultats, peu importe la valeur de  $n$ . Nous pouvons donc travailler avec un  $x$  fixé et faire varier  $y$  et  $n$ .



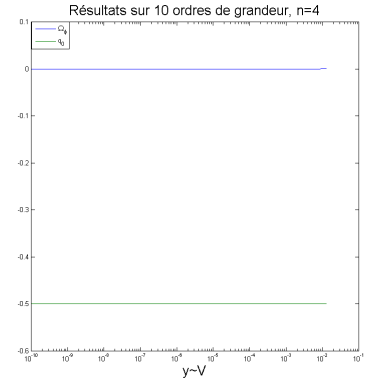
(a)  $n=1$



(b)  $n=2$



(c)  $n=3$



(d)  $n=4$

FIGURE 4.14: Valeurs d' $\Omega_\phi$  et de  $q_0$  à l'heure actuelle pour  $x = 10^{-6}$  avec  $n$  variable

Alors que le  $x$  initial n'a pas besoin d'être fixé, nous remarquons que  $y$  doit être précis afin d'arriver à une valeur de  $\Omega_\phi$ . Nous notons aussi une certaine condition sur la valeur de  $n$ . Lorsque  $n$  augmente, la valeur de  $q_0$  plonge vers des valeurs négative. Or, cela traduirait ma décélération de l'expansion de l'univers et serait en totale contradiction avec les observations.

Nous pouvons donc dire qu'un modèle physique de quintessence doit pouvoir expliquer les valeurs observées mais qu'hélas ce n'est pas un des modèles que nous avons étudiés.

# Chapitre 5

## Multivers

*”Dans mon monde à moi, il n’y a que des poneys.”*

-Horton-

Dans ce chapitre, nous nous pencherons sur la réponse sélective au problème de la constante cosmologique : le multivers. Ce néologisme exprime la coexistence ou la succession d’une multitude d’univers, on passe donc d’un uni-vers à un multi-vers.

### 5.1 Différences entre les multivers

En cosmologie, on peut arriver au multivers de plusieurs manières. Nous avons vu que le principe anthropique fort sous-entendait l’existence d’un multivers. Cela nous vient de l’*Inverse Gambler’s fallacy* (Crossman consultation mars 2013). En effet, quand un événement rare se produit, on a tendance à croire que ce n’est pas la première fois que l’on tente l’expérience. Si l’on rentre dans une pièce où quelqu’un lance deux dés et qu’il fait un double six, on conclura, un peu trop facilement, que cette personne a déjà fait plusieurs lancers avant que l’on entre dans la pièce. C’est ainsi que la précision de la valeur de la constante cosmologique, porte à croire que cette constante prend plusieurs valeurs dans des univers différents.

Selon la description de Tegmark, (Tegmark 2009), il existe quatre niveaux de conceptualisation des multivers(FIGURE 5.1). Nous allons nous intéresser à leurs caractéristiques.

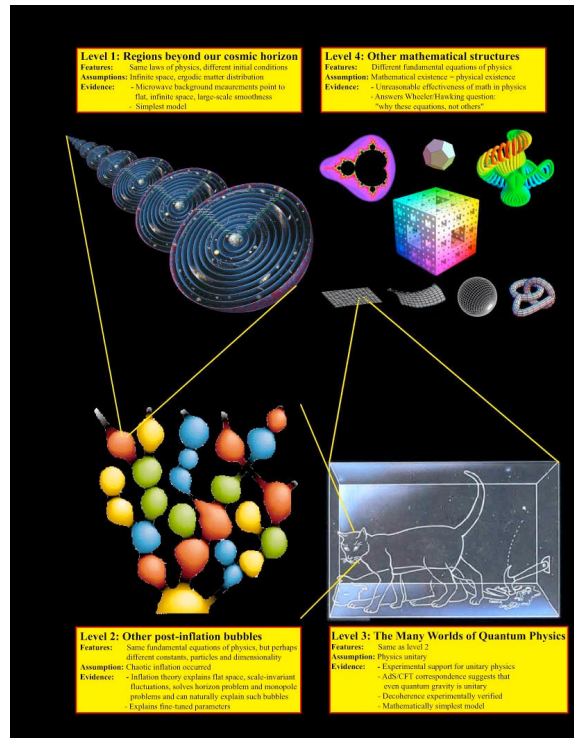


FIGURE 5.1: Illustration des quatre niveaux de multivers (Tegmark 2009)

## Niveau I : au-delà de l'horizon

Le premier niveau de multivers repose sur la coexistence de différentes parties d'univers situées côte à côte. L'univers observable est de taille finie. Au vu de l'âge de l'univers, aucune information ne peut nous parvenir de plus loin que 13.7 milliards d'années lumière<sup>1</sup>. Cette limite est appelée l'horizon de Hubble, nous ne pouvons rien savoir de ce qui se passe au-delà<sup>2</sup>. Un univers plan et infini est une topologie concevable, dès lors il est possible que nous soyons confinés dans cet horizon. Nous pouvons alors envisager qu'il y ait autre chose au-delà de notre horizon. Il est, dès lors, possible qu'il existe d'autres systèmes solaires, avec d'autres planètes Terre abritant d'autres êtres humains.

La probabilité qu'un lecteur lise ce mémoire est non nulle puisque vous le faites. Dans un univers infini, cet événement peut donc se produire une infinité de fois. Dans l'univers, il y aurait donc une infinité de lecteurs qui lisent ce mémoire. On peut même imaginer que certains d'entre eux aimeront ce passage et continueront leur lecture alors que d'autres trouveront cette digression superflue et passeront au paragraphe suivant.

Ce premier multivers permet de réaliser tous les possibles dans un monde comme le notre, gouverné par les mêmes lois de la physique.

## Niveau II : inflation éternelle

Le deuxième niveau de multivers est aussi appelé multivers bulle. On peut y envisager une généalogie des univers. Une bulle *mère* voyant naître en son sein des bulles *filles*.

1. En fait, avec l'expansion de l'univers observable a un rayon de 45 milliards d'années lumière  
 2. Le lecteur ne soit pas confondre horizon de Hubble et horizon des événements. L'horizon de Hubble traduit la limite de l'univers observable. L'horizon des événements correspond au cône *futur* de la relativité, c'est l'espace avec lequel l'observateur peut interagir.

Ces bulles sont générées via un mécanisme d'inflation, ce sont des régions de l'univers au-delà de l'horizon ayant des propriétés physiques différentes.

Selon le modèle d'inflation éternelle, l'inflation primordiale telle que nous l'avons présentée dans le premier chapitre, d'un facteur  $10^{50}$  en facteur d'échelle pendant  $10^{-32}$ s, n'a pas été homogène ; différentes parties de l'univers ont inflaté dans des proportions différentes à des moments différents.

« Lorsque l'inflation commença, elle ne créa pas un seul mais une infinité d'univers »-Guth- (Hurter & Rauner 2012)

« Le Big Bang qui s'est produit dans notre partie du multivers n'était pas un événement unique comme nous le pensions jusqu'à présent. Il existe d'innombrables Big Bang dans des lieux éloignés, beaucoup ont eu lieu dans le passé, mais beaucoup se produiront dans le futur. Ils font naître des régions qui ressemblent en partie à notre Univers mais sont en partie totalement différentes. Ce processus ne s'arrête jamais »-Vilenkin- (Hurter & Rauner 2012)

Par ailleurs, les niveaux de multivers se contiennent. En effet, dans la bulle d'inflation que nous occupons, il peut y avoir plusieurs poches de la taille d'un horizon de Hubble.

### Niveau III : décohérence quantique

Le troisième niveau de multivers est issu de l'interprétation de la forme probabiliste de la mécanique quantique.

En effet, les phénomènes quantiques sont décrits par des lois de probabilités créant parfois certains paradoxes tels que le célèbre chat de Schrödinger qui est à la fois mort et vivant puisque l'on ne peut que calculer la probabilité qu'il soit mort ou vivant.

Ce modèle de multivers prévoit que toutes les issues probables sont réalisées dans différents mondes. Ainsi, il y a un monde où le chat est mort et un autre où il vit.

Cette division d'un univers en deux, ou plusieurs, univers distincts se fait pour chaque fluctuation quantique comme l'illustre la FIGURE 5.2.

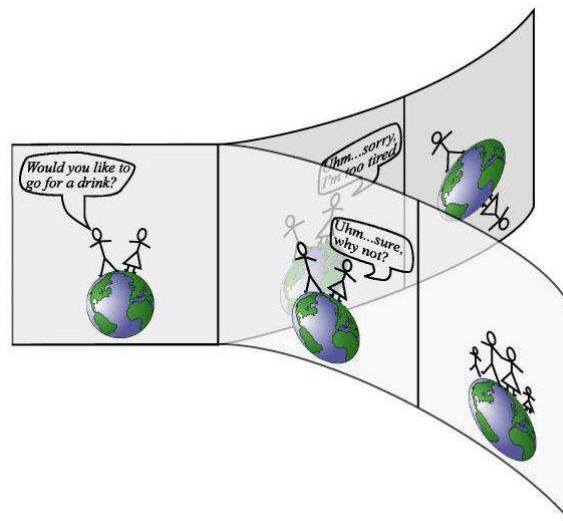


FIGURE 5.2: Illustration de la décohérence quantique (Tegmark 2009)

Ce type de multivers est exploité dans de nombreux romans de science-fiction tels que la trilogie *A la croisée des mondes* de Philip Pullmann où chaque choix mène à une division du monde en deux mondes distincts.



## 5.2 Au-delà de l'horizon

Dans cette section, nous analyserons l'explication probabiliste justifiant le premier niveau de multivers.

Le monde tel que nous le connaissons est le fruit de beaucoup de coïncidences. Il a fallu que notre galaxie s'organise, qu'il y ait deux générations d'étoiles afin d'avoir du carbone. Il a fallu que notre planète se trouve à la bonne distance de son soleil pour pouvoir accueillir la vie, dans la zone dite de Bouton d'or. De plus, il a encore fallu de nombreuses coïncidences pour que l'humanité voie le jour et encore plus pour que vous soyez en train de lire ce mémoire.

On peut donc considérer cela comme un événement dont la probabilité était très faible mais qui s'est tout de même réalisé. En sachant cela et en supposant l'infinité de l'univers, rien n'empêche que cet événement ne se soit réalisé une infinité de fois.

Cette affirmation repose sur le paradoxe du singe savant.

### PARADOXE DU SINGE SAVANT

Plaçons un singe devant un traitement de texte et laissons-le taper sur le clavier. En supposant que les frappes successives sont indépendantes, si on lui en laisse le temps, le singe tapera presque sûrement un texte donné.

Événement indépendant = choix de la lettre,  
clavier de 50 touches,

but = écrire **banane**.

$P(\mathbf{b}) = \frac{1}{50}$ ,  $P(\mathbf{a}) = \frac{1}{50}$ , ...

$P(\mathbf{banane}) = \left(\frac{1}{50}\right)^6$

$P(6 \text{ lettres consécutives ne soient pas } \mathbf{banane}) = 1 - \left(\frac{1}{50}\right)^6$

$P(n \text{ fois } 6 \text{ lettres consécutives ne soient pas } \mathbf{banane}) = \left(1 - \left(\frac{1}{50}\right)^6\right)^n$

Temps infini,  $P(n \text{ fois } 6 \text{ lettres consécutives ne soient pas } \mathbf{banane}) \rightsquigarrow 0$

Il est presque sûr que le singe écrive **banane**.

*Presque* car un événement n'est pas censé avoir une probabilité nulle. En effet, un événement *possible* doit avoir une probabilité de se réaliser.

Ainsi il est presque sûr que l'humanité existe une infinité de fois dans l'espace infini de l'univers. Tout comme, il y a une infinité de lecteurs qui lisent ce mémoire, puisque la probabilité que vous le lisiez, bien qu'infime, est non-nulle.

## 5.3 Inflation éternelle

Dans cette section, nous nous pencherons sur la base théorique du multivers d'Andreï Linde qui permet d'arriver au multivers du deuxième niveau. Ce multivers est un modèle de *self-reproducing universe* construit à partir de l'inflation éternelle.

Le modèle d'inflation éternelle se base sur l'existence d'un champ scalaire de potentiel  $V = m^2\phi^2$ , où  $m$  est fixé par l'observation.

On retravaille alors les équations de Friedmann, en sachant que

$$H^2 = (\dot{\phi}^2 + V) \frac{1}{m_{pl}^2},$$

On considère que  $\phi$  évolue lentement et l'on néglige  $\ddot{\phi}$ .

$$\begin{aligned} 3H\dot{\phi} &= -\frac{dV}{d\phi} \\ H^2 &= \frac{1}{3m_{pl}^2} \end{aligned}$$

On pose  $N = \ln(a)$  en sachant que  $\frac{dN}{dt} = H$ .

$$\frac{d\phi}{dN} = -\frac{1}{3H^2} \frac{dV}{d\phi} \simeq -\frac{m_{pl}^2}{V} \frac{dV}{d\phi}$$

Pour qu'on puisse avoir une inflation importante, de minimum 60 e-fold, il faut que  $\frac{1}{V} \frac{dV}{d\phi}$  soit très petit, c'est-à-dire que  $\frac{d \ln V}{d\phi}$  soit très petite.

Par ailleurs, on sait qu'en mécanique quantique, le principe d'incertitude d'Heisenberg dit que

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2\pi}.$$

Nous pouvons le ré-écrire comme suit pour un champ scalaire.

$$\begin{aligned} \Delta\phi\Delta t &\gtrsim \frac{1}{2\pi} \text{ en unités de Planck} \\ \Delta\phi \frac{dt}{dN} \Delta N &\gtrsim \frac{1}{2\pi} \\ \Delta\phi\Delta N &\gtrsim \frac{H}{2\pi} \end{aligned}$$

Ceci permet d'exprimer la fluctuation quantique.

Sur un e-fold d'inflation, on peut observer une fluctuation quantique ou une fluctuation classique exprimées de la manière suivante.

$$\begin{aligned} \Delta\phi_{\text{quantique}} &\sim \frac{H}{2\pi} \\ \Delta\phi_{\text{classique}} &= -\frac{1}{V} \frac{dV}{d\phi} \end{aligned}$$

Considérons un champ scalaire homogène, l'évolution sera lente si  $\ln V$  est plat. Si l'on envisage comme point de départ  $\phi = 3m_{pl}$ , il est possible d'avoir 60 e-fold d'inflation avant qu'elle ne s'arrête faute d'un potentiel plus assez plat.

Si nous envisageons le départ de l'évolution autour de  $10m_{pl}$ , l'évolution classique tend à suivre la pente du potentiel mais la fluctuation quantique permet de petits soubresauts dans les deux directions. Or,

$$\Delta\phi_{\text{quant}} \gtrsim \Delta\phi_{\text{classique}}$$

ce qui permet de remonter la courbe de potentiel. Ce mécanisme est illustrer par la FIGURE 5.4.

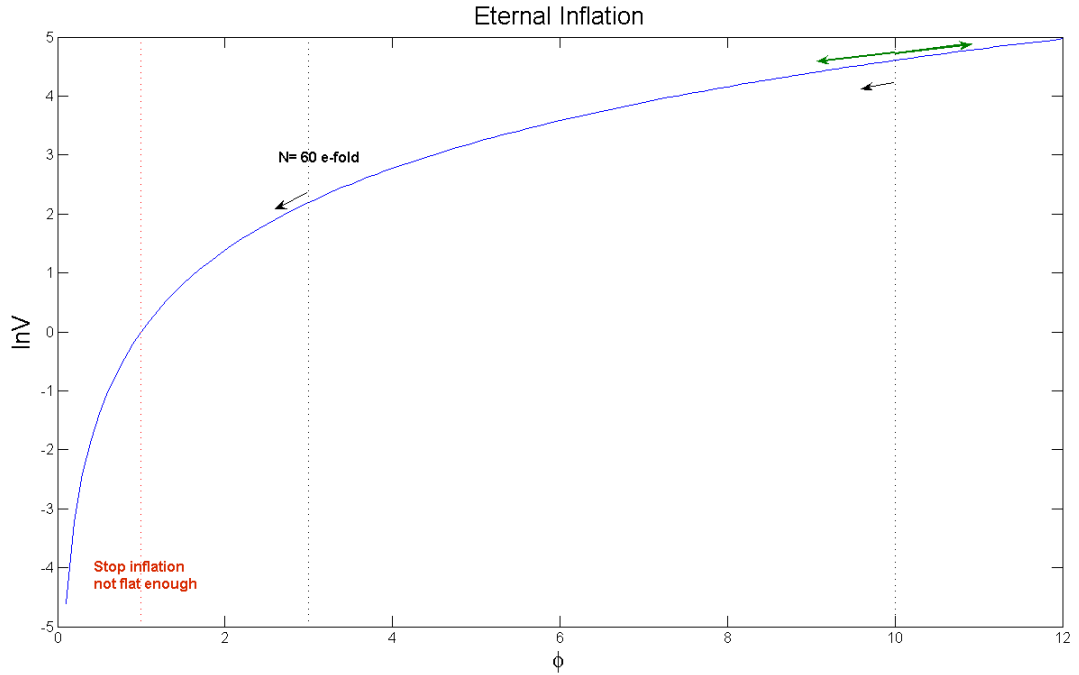


FIGURE 5.4: Illustration de l'inflation éternelle possible selon la valeur initiale de  $\phi$  en masse de Planck

Considérons l'évolution temporelle discrétisée en e-fold.

- $t_1$  : Le champ est homogène et a une valeur de  $10m_{pl}$ .
- $t_2$  : Après un e-fold, à cause des fluctuations quantiques, l'espace est morcelé en différents patches qui n'ont plus le même potentiel.
- $t_3$  : Après un deuxième e-fold, les patches sont eux-mêmes divisés. Les régions n'ont pas connu une inflation de la même importance selon la valeur de  $\phi$ .

On parlera d'auto-reproduction (ou de *self-reproducing*) si l'on recrée un patch plus grand que le précédent avec une valeur plus grande pour le champ  $\phi$ .

En un e-fold, le volume de l'univers passe de  $\frac{1}{H^3}$  à  $\frac{e^3}{H^3}$  ( $e^3 \simeq 20$ ). On a de l'inflation éternelle si, dans le nouveau patch, la probabilité que le  $\phi$  moyen sur le volume soit plus grand que le  $\phi$  du patch est supérieure à  $e^{-3}$ .

$$P(\phi_{moyensur \frac{1}{H^3}} > \phi_i) \geq \frac{1}{e^3}$$

Les modèles de multivers sont divers et variés. Du point de vue de notre problème de la constante cosmologique, ils permettent de le contourner. En effet, il ne faut plus expliquer la valeur spécifique de cette constante. Plusieurs valeurs existent, co-habitent, mais nous vivons dans un monde permettant la vie et donc dans le monde ayant la bonne constante cosmologique.

# Chapitre 6

## Intelligent Design

*"Sire, nous n'avons pas besoin d'une telle hypothèse."*

-Pierre Simon de Laplace-

Ce chapitre abordera la réponse fataliste au problème de la constante cosmologique : le dessein intelligent. Cet argumentaire repose sur deux grands principes : la complexité irréductible et la complexité spécifiée. Afin de définir ces concepts nous nous baserons sur le livre de Michael Behe *Darwin's black box* (Behe 1996) et nous développerons ces idées selon le sens que leur donne le *Discovery Institute* (*Discovery Institute* consultation avril 2013).

### 6.1 Idées de base

#### Complexité irréductible

La complexité irréductible est une théorie développée par Michael Behe selon laquelle certains systèmes biologiques sont trop complexes que pour être le fruit de l'évolution décrite par Darwin. Behe définit la complexité irréductible comme suit :

*« Un système est de complexité irréductible s'il est composé de plusieurs parties en interaction, qui contribuent chacune à sa fonction élémentaire, et dont l'absence d'une quelconque de ces parties empêche le fonctionnement du système. »*(Behe 1996)

Ce qui a été paraphrasé par William Dembski :

*« Un système effectuant une fonction basique donnée est de complexité irréductible, s'il comprend un ensemble d'éléments individualisés de façon non-arbitraire, ajustés et interagissant mutuellement, tel que chaque élément de l'ensemble est indispensable à la fonction basique, et donc originale. L'ensemble de ces éléments indispensables constitue le noyau irréductible du système »*(Dembski 2007)

Afin de déterminer si un système est de complexité irréductible, Michael Behe propose de tout d'abord spécifier les fonctions du système et de ses composantes pour ensuite se demander si tous les composants sont utiles. Dans son livre (Behe 1996), il illustre la complexité irréductible par un objet du quotidien : la tapette à souris. La première étape est de décrire la fonction de l'ensemble et de ses parties. Le système sert à immobiliser une souris. La planchette de bois sert de base, le marteau à écraser la souris, le ressort à mettre le système en mouvement, l'appât à attirer la souris et la barre en métal maintient le marteau tant que l'appât est en place. La deuxième étape est de constater que chacune des composantes est indispensable au bon fonctionnement du système. On peut alors dire que

ce système est de complexité irréductible. Il a requis un agent intelligent pour le concevoir.

Le dessin intelligent réside simplement dans l'arrangement délibéré des différents composants. Cette théorie de la complexité irréductible remet en question l'apparition simultanée de plusieurs petits mécanismes correctement reliés pour permettre une fonction globale. Cet argumentaire est souvent utilisé en réponse à l'évolutionnisme en invoquant l'exemple de l'oeil ou du processus de coagulation sanguine.

### Complexité spécifiée

La complexité spécifiée est une théorie mise en place par William Dembski. Cette théorie interprète un motif spécifié et complexe comme la marque d'un design par un agent intelligent. Un motif est dit spécifié si sa description est courte et complexe, s'il est peu probable. Dembski pose la complexité comme étant d'une probabilité inférieure à  $10^{150}$ . Ainsi, si une lettre quelconque de l'alphabet est spécifiée sans être complexe et qu'une longue phrase aux caractères aléatoires est complexe sans être spécifiée; on peut dire d'un sonnet shakespearien qu'il sera spécifié et complexe.

Cette théorie se veut scientifique car elle se base sur des données matérielles et des inférences logiques. Le parallèle avec le programme SETI<sup>1</sup> est permis. En effet ce programme utilisait des outils mathématiques et scientifiques afin de détecter un motif qui sera imputé à un être intelligent.

## 6.2 Idées plus générales

L'intelligent design ne se limite pas à la biologie.

*« Pour des systèmes physiques discrets, s'il n'y a pas de chemin graduel menant à leur production, le dessin est évident lorsque plusieurs composants séparés et interagissant sont ordonnés de telle manière qu'ils accomplissent une fonction dépassant les composants individuels. Plus le nombre de composants spécifiques interagissant requis pour produire la fonction est grand, plus grande est notre confiance dans la conclusion d'un dessein »*(Behe 1996)

La thèse de l'intelligent design défendu par le *Discovery Institute* est que :

*« Certaines observations de l'univers et du monde vivant sont mieux expliquées par une cause intelligente que par des processus non-dirigés tels que la sélection naturelle. »*(*Intelligent design selon le Center for Science and Culture* branche du *Discovery Institute* consultation avril 2013)

---

1. Search for Etra-Terrestrial Intelligence

Le *Discovery Institute* défend le statut scientifique de cette théorie comme suit.

*« La méthode scientifique est communément décrite par un processus en quatre étapes : observation, hypothèse, expérience et conclusion. L'Intelligent Design commence avec l'observation que des agents intelligents produisent des informations complexes et spécifiées (CSI). Les théoriciens du Design font alors l'hypothèse que si un objet naturel a été designé, conçu, il contiendra un haut degré de CSI. Les scientifiques mettent en place des test expérimentaux sur des objets naturels afin de déterminer s'ils contiennent des informations complexes et spécifiées. Une forme de CSI testable facilement est la complexité irréductible, qui peut être découverte expérimentalement par ingénierie inverse sur des structures biologiques pour voir si elles ont besoin de toutes leurs parties pour fonctionner. Les chercheurs de l'ID trouvent de la complexité irréductible en biologie et ils concluent que ces structures ont été designées, conçues. »(Intelligent design selon le Center for Science and Culture branche du Discovery Institute consultation avril 2013)*

Cette théorie est souvent invoquée en biologie mais a aussi sa place dans un raisonnement de cosmologiste. Ainsi, l'on accepte la théorie du *Big Bang* mais sa cause n'est pas une mutation aléatoire mais un designer intelligent.

Troisième partie  
Regard critique

# Chapitre 7

## Théorie scientifique

*"Savoir que l'on sait ce que l'on sait, et savoir que l'on ne sait pas ce que l'on ne sait pas :  
voilà la véritable science."*

-Confucius-

Après avoir développé trois différentes manières d'aborder le problème de la constante cosmologique, il est temps de nous poser la question de savoir si ce sont des positions scientifiquement défendables ou des positions philosophiques de l'ordre de l'intuition personnelle. Dans ce chapitre, nous essaierons de définir ce qu'est une théorie scientifique et les critères qui lui valent ce statut. Ensuite, nous reviendrons sur la quintessence, les multivers et l'intelligent design avec un regard critique.

### 7.1 Théorie Scientifique

Suite à nos lectures et nos entretiens, nous pouvons dire que, tout au long de l'histoire, la science s'est nourrie de philosophie. D'Euclide à Einstein en passant par Newton, les scientifiques ont toujours eu une base métaphysique sur laquelle construire leurs idées scientifiques. C'est un fait, les théories scientifiques se construisent sur une base ontologique. Et lorsque modifier une théorie ne suffit plus pour avancer, il faut modifier l'ontologie. C'est ainsi, par exemple, qu'Einstein a été amené à renoncer à la conviction que l'univers était statique.

Sachant cela, et sans minimiser l'importance de cette base ontologique, intéressons-nous à ce qu'est la théorie scientifique.

Les deux piliers de la méthode scientifique sont d'une part la théorie, d'autre part l'expérience. Une théorie scientifique est un ensemble de concepts connectés entre eux par la logique. Cet ensemble repose sur une hypothèse de base à partir de laquelle, on construit des propositions, suite à un raisonnement logique.

#### DIFFÉRENTS TYPES DE RAISONNEMENTS

##### – le raisonnement par déduction

$$[(P \Rightarrow Q) \wedge P] \Rightarrow Q$$

Lorsque que l'on sait que  $P$  implique  $Q$  et que l'on observe  $P$ , on peut s'attendre à observer  $Q$ .

– le raisonnement par réduction

$$[(P \Rightarrow Q) \wedge Q] \Rightarrow P$$

Le sens du raisonnement est inversé, il faut lister les  $Q$  qui permettent de dire que  $P$  implique  $Q$ . L'induction est un cas particulier du raisonnement par réduction. De cette façon, on passe du particulier au général sur base d'un argument numérique. Si une régularité a été remarquée un certains nombres de fois, elle peut faire loi. C'est ainsi que pendant longtemps, on a cru que les cygnes étaient blancs car tous les cygnes observés étaient blancs.

– le raisonnement du contre exemple

$$[(P \Rightarrow Q) \wedge \neg Q] \Rightarrow \neg P$$

Ce raisonnement logique soutient le principe du contre exemple. Si l'on sait que  $P$  implique  $Q$  et que l'on observe  $\neg Q$ , on peut s'attendre à observer  $\neg P$ . C'est ainsi que le jour où l'on a observé des cygnes noirs, on a pu dire qu'un cygne ne se devait pas d'être blanc.

On utilise la déduction pour construire des propositions à partir d'une hypothèse et on utilisera la réduction, plus précisément le contre exemple, pour remettre en question les propositions déduites.

Il faut cependant être prudent car l'utilisation de ces raisonnements purement logiques requiert de bien connaître  $P$  et  $Q$ . Cela a beau être possible d'un point de vue mathématique, c'est irréalisable d'un point de vue purement empirique.

La physique ayant pour but d'expliquer la Nature par la Nature, il est alors normal que l'expérimentation vienne en second ordre afin de confirmer la théorie.

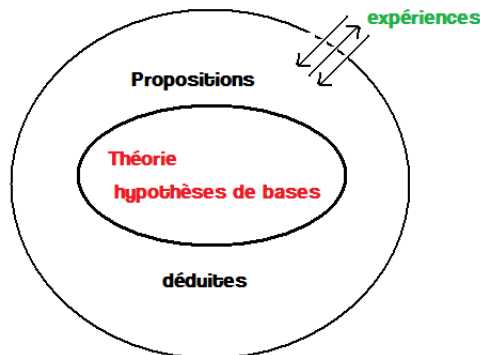


FIGURE 7.1: Illustration de notre modélisation de la théorie scientifique

La FIGURE 7.1 illustre cette vision de la théorie scientifique. Autour d'une hypothèse centrale se construisent des propositions en dialogue avec l'expérimentation.

Néanmoins, cela ne suffit pas à caractériser ce qui fait la science. Intéressons-nous à plusieurs points de vue célèbres.

- Richard Dickerson

Dans un essai, Richard Dickerson a essayé de caractériser la science.

« Règle No. 1 : Voyons à quel point et jusqu'où nous pouvons expliquer le comportement de l'univers physique et matériel en termes de causes purement physiques et matérielles, sans faire appel au surnaturel. »(Dickerson 1992, consultation avril 2013)

Selon Dickerson, la science consiste en une explication du monde sans recours au surnaturel. Cette thèse soutient l'idée que la science permet d'expliquer la Nature par la Nature. Cependant, ce n'est pas suffisant, car bien des explications seraient scientifiques s'il leur suffisait d'être basée sur la Nature.

- Aurélien Barrau et Max Kitzler.

Dans leur livre sur les multivers (Barrau et al. 2010), Aurélien Barrau et ses confrères envisagent deux critères pour décrire une théorie scientifique.

1. la non-contradiction
2. l'accord avec les observations

Les auteurs tiennent à souligner que ces critères sont le fruit d'un choix et de ce fait sont arbitraires. Néanmoins, cette position permet de remettre au cause le créationnisme, en tant que lecture littérale de la Bible, puisque les deux récits de la création se contredisent.

Le premier récit de la création, premier chapitre de la Genèse, propose une création en crescendo qui arrive à son apogée à la création de l'homme. Cette création étalée en sept jours est la version la plus célèbre. Le deuxième récit de la création, deuxième chapitre de la Genèse, ne place pas l'homme en succès final mais comme étant le centre de la création. Dieu crée la Terre et la verdure et Il y place l'homme. Pour que celui-ci ne soit pas seul, Dieu crée les animaux et associe l'homme à l'acte créateur, car c'est à lui que revient le droit de nommer les êtres vivants. Le créationnisme étant une lecture littérale de la Bible, il ne lui est pas possible de concilier ces deux chronologies de la création.

- Stephen Hawking

Dans son livre *Y a-t-il un grand architecte dans l'Univers* (Hawking 2011), Stephen Hawking soutient qu'un modèle scientifique se doit

1. d'être élégant
2. d'avoir peu d'éléments arbitraires ou injustifiables
3. de s'accorder avec et d'expliquer les observations
4. de faire des prédictions

Le premier de ces critères est arbitraire. Il n'est pas possible de définir l'élégance sans être subjectif. Cette élégance dépendra de critères personnels propres au scientifique.

- Thomas Kuhn

Dans un ouvrage collectif (Copernicus 2013), Helge Kragh nous a permis de découvrir les 5 critères établis par Thomas Kuhn.

1. l'exactitude
2. la consistance interne et externe
3. la largeur de portée
4. la simplicité
5. la fécondité

La fécondité, qui rejoint l'idée de prédiction d'Hawking, peut être considérée comme un critère difficile à établir a priori ; cependant cela permet d'éviter les explications *ad hoc* qui sauvent les apparences sans rien apporter de nouveau. La largeur de portée et la simplicité sont quant à elles assez difficiles à quantifier. La largeur de portée signifie que la théorie a des conséquences qui ne sont pas toutes ce que l'on cherchait à expliquer. La simplicité est ici évoquée dans le sens du rasoir d'Occam. La consistance interne et externe revient aux critères de non-contradiction et d'accord aux observations invoqués par Aurélien Barrau et ses collègues. L'exactitude est le point central de cette caractérisation. Il faut comprendre que cette condition englobe la testabilité ce qui est une condition nécessaire du point de vue de Kuhn.

La science moderne est baignée par ces différentes idées, souvent à l'insu des scientifiques eux-mêmes. On peut voir qu'il est possible de multiplier les critères sans pour autant atteindre une définition précise de ce qui fait la science. Une idée semble pourtant primordiale, c'est l'accord avec les observations. Cela signifie que, pour montrer qu'une hypothèse est scientifique, il faut multiplier les observations et les confronter à la théorie. En cas de désaccord, on aurait trouvé un contre-exemple pouvant remettre en cause la justesse de l'hypothèse concernée. Ce critère est connu en philosophie des sciences sous le nom la falsifiabilité de Popper. Essayons de développer ce concept.

## 7.2 Falsification

Selon Karl Popper, pour être scientifique, une hypothèse doit être *falsifiable* (Chalmers 1982). Cela signifie que l'hypothèse doit être testable. On doit pouvoir envisager une situation où l'hypothèse serait fausse.

### ILLUSTRATION DE LA FALSIFIABILITÉ

1. Il ne pleut jamais le mercredi.
2. On peut avoir de la chance dans les paris sportifs.
3. Tous les points d'un cercle euclidien sont équidistants de son centre.

Seul l'énoncé 1. est falsifiable. En effet, on peut envisager un mercredi où il va pleuvoir, on peut l'imaginer et tester cette affirmation tous les mercredis jusqu'à ce qu'elle soit, ou non, mise en défaut.

La phrase 2. n'est pas falsifiable. Soit on ne parie pas, ce qui ne nous empêche pas d'envisager que l'on puisse avoir de la chance dans les paris sportifs. Soit on parie, si l'on gagne on dira qu'on a eu de la chance, sinon, on dira que les gagnants ont eu de la chance dans les paris sportifs. L'affirmation 2. n'est pas falsifiable car on ne peut pas envisager un cas où elle serait prise en défaut.

La formule 3. n'est pas plus falsifiable que la deuxième. Cette phrase repose sur la définition du cercle euclidien, on ne peut imaginer un cercle euclidien dont les points ne seraient pas équidistants du centre. C'est un axiome, il n'est donc pas falsifiable.

Popper soutient qu'une hypothèse scientifique doit être falsifiable. Cependant, il admet que ce critère n'est pas absolu, la philosophie des sciences n'a pas le pragmatisme d'un juge de paix pour trancher de ce qui est scientifique ou non.

Par ailleurs, il est bon que la science n'ait pas toujours été falsificationniste. Le modèle de Nicolas Copernic prédisait des faits contradiction avec les observations faites à son époque. Il a fallu près de trois siècles pour observer la parallaxe prédite par le modèle héliocentrique. Cela semble logique au vu du peu de précision des instruments d'observation utilisés alors. Mais il aurait été fatal à cette théorie de lui appliquer une logique falsificationniste. Et cela pose la question de savoir s'il faut laisser un délai, et si oui de quel longueur, avant d'accepter ou de refuser une hypothèse scientifique. Cependant, à l'heure

actuelle, la position falsificationniste est la plus répandue dans le monde scientifique et semble la plus à même de traduire la logique de notre mode de recherche.

### 7.3 Critères subjectifs

Le falsificationnisme n'est pas l'unique position philosophique possible. Certains scientifiques demandent à la science d'être une belle explication du monde, d'autres attendent d'elle qu'elle soit basée sur des raisonnements inductifs. Comme nous l'avons vu Hawking, exige qu'une théorie soit élégante (Hawking 2011). Roger Penrose, lui, apprécie tout particulièrement l'élégance mathématique des nombres complexes. Il aura tendance à préférer une théorie physique pouvant s'exprimer en nombres complexes. En plus de la beauté qu'il attribue à ces nombres, il s'agit aussi d'un choix pragmatique. En effet, les nombres complexes entraînent une certaine sécurité analytique grâce au théorème des dérivées de Riemann-Cauchy.

Par ailleurs, l'ontologie à laquelle on adhère influencera notre définition de ce qu'est une théorie scientifique. Pour Penrose, la réalité des phénomènes est produite à partir d'un niveau fondamental exprimé en langage mathématique. La théorie physique a pour but de retrouver cette structure complexe au travers des phénomènes. Pour Hawking, la théorie scientifique n'est pas le langage fondamental de la nature. C'est ainsi que ces deux scientifiques ne peuvent être d'accord puisqu'ils ne parlent pas de la même chose lorsqu'ils parlent de science. Le premier cherchera la structure mathématique fondamentale là où le second cherchera à expliquer les valeurs numériques observables.

Nous avons donc vu que la science va dépendre à la fois de l'ontologie choisie et de la définition que l'on choisit. Dans la suite de ce mémoire, nous suivrons l'opinion couramment répandue qu'une hypothèse doit être falsifiable, tout en gardant à l'esprit que ce critère n'est pas absolu et qu'il reste arbitraire.

## Chapitre 8

# Retour critique

*”Tu auras tant de choses à voir pour franchir la frontière du savoir”*

-Le Roi lion-

Dans ce chapitre, nous reviendrons sur les tentatives d’explication du problème de la constante cosmologique envisagées dans la seconde partie de ce mémoire. Nous analyserons ces approches du point de vue de leur consistance avec la définition que nous donnons à la science. Notre problématique première était de trouver une réponse à l’ajustement fin de la valeur de la constante cosmologique, ce que nous appelons du *fine-tuning*. Le *fine-tuning* peut prendre deux formes. Soit on s’interroge sur la forme du modèle, pourquoi la constante de gravitation prend une telle valeur. Soit on s’interroge au sujet des conditions de bords.

En cosmologie, il y a trois manières de répondre au *fine-tuning* des conditions de bords. Premièrement, on peut considérer qu’elles sont prises au hasard, cette vision concorde avec le principe anthropique et peut aux multivers. Deuxièmement, on peut faire appel à un agent extérieur qui fixe les conditions de bords, cette position est celle adoptée par les partisans de l’intelligent design. Troisièmement, on peut aussi contourner le problème. Ainsi, Hawking et Hartle éliminent les conditions de bords en utilisant un modèle fermé, sans bord. Les conditions de bords sont alors transformées en conditions sur la géométrie utilisée. On peut faire le parallèle avec la quintessence qui n’explique pas la valeur mais l’incorpore comme résultat d’un modèle.

Commençons par revenir sur le modèle de quintessence qui utilise un modèle d’une forme telle qu’il explique la constante cosmologique.

### 8.1 Retour sur la quintessence

Nous avons montré que le modèle de quintessence permet de mettre en place un mécanisme menant à la valeur précise de la constante cosmologique. Cependant, nous avons vu que nous reportions le problème sur l’ajustement d’un des paramètres.

Les modèles étudiés n’éliminent pas le fine tuning. Si l’on trouvait un modèle qui permet d’éliminer ce fine tuning, il faudrait sûrement expliquer la forme spécifique du potentiel.

En soi, cela n’est pas un problème puisque le questionnement est à l’origine de la science. Et si en logique, les justifications à l’infini sont à éviter ; en science, le questionnement infini est plus que toléré. La méthode scientifique ne nous prescrit pas où et quand doit s’arrêter le questionnement. Les seules limites auxquelles sont confrontés les scientifiques sont d’ordre méthodologique.

Néanmoins, on attendait du modèle de quintessence qu’il résolve le problème des conditions initiales pour qu’il ne reste plus qu’un problème de forme spécifique du modèle. En effet, les partisans de la

quintessence se targuaient de pouvoir arriver à la valeur précise de la constante cosmologique à partir d'un large panel de conditions initiales. Nous avons montré que cela n'était pas encore le cas. Par ailleurs, la forme du modèle reste sujet à question. Le potentiel que nous avons étudié,  $V = M^{n-4}\phi^{-n}$ , paraît très simpliste.

## 8.2 Retour sur les multivers

Les différentes versions de l'hypothèse des multivers peuvent être critiquées sous des angles divers et variés. Analysons les multivers du point de vue philosophique, probabiliste et physique.

### Point de vue philosophique

Tout d'abord, l'hypothèse des multivers ne fait qu'aggraver la question dite de Leibniz. La question de Leibniz est « *Pourquoi quelque chose plutôt que rien ?* ». Face à un multivers, la problématique devient plus grande. On pourrait en arriver à « *Pourquoi tant de choses plutôt que rien ?* ». Le défi philosophique n'en est que plus grand.

Par ailleurs, le premier niveau des multivers envisagé par Tegmark (Tegmark 2009) va à l'encontre du principe d'individualité. Le principe d'individualité est une thématique philosophique qui s'interroge sur ce qui fait notre unicité. Or, je perds l'unicité de mon identité dans un univers où j'existe une infinité de fois, identiques à moi-même mais aussi sous toutes mes déclinaisons, où tous mes possibles se réalisent.

Pourtant, les mathématiciens travaillent avec l'infini sans entrer en conflit avec le principe d'individualité. En effet, la droite des nombres réels est infinie et continue, pourtant aucun nombre n'y est répété. Dans l'infinité des réels, il n'y a qu'un seul et unique 42.

Ainsi, l'infini n'est pas nécessairement synonyme de répétition.

### Point de vue probabiliste

Les partisans des multivers aiment à utiliser les probabilités dans leur argumentaire. Cependant, il y a des hypothèses de la théorie des probabilités que la théorie des multivers ne satisfait pas.

Tout d'abord, il faut se méfier du recours à l'*Inverse gambler's fallacy* (Crossman consultation mars 2013). En effet, si l'on revient à l'exemple du double six aux dés, que l'on lance les dés une fois ou un million de fois, cet événement aura toujours une probabilité de  $1/36$ . De plus, il est difficile d'appliquer cela en cosmologie puisque nous ne sommes pas externes à la situation, nous appartenons à l'univers que nous observons (Leslie 1988).

Ensuite, le théorème du singe savant repose sur une hypothèse très forte : la probabilité de notre existence est non nulle bien que très faible. Or, la théorie des probabilités est un modèle axiomatique n'appartenant pas à la réalité. Et l'on ne sait pas si la réalité est décrite par une théorie des probabilités discrètes ou continues. En effet, dans le cadre des probabilités continues, on acceptera l'apparition d'événement de probabilité nulle. Savoir qu'un événement a une probabilité nulle n'est pas en contradiction avec son observation. Par exemple, si une variable aléatoire,  $X$ , suit une loi Normale de moyenne nulle et de variance 1,  $X \sim N(0, 1)$ , la variable prendra à chaque réalisation dans la réalité une valeur  $\alpha$ , alors que cet événement est de probabilité nulle,  $P(X = \alpha) = 0$ . Il s'agit de la mesure d'un singleton face à la taille infinie de l'ensemble des réels. Alors, si la théorie des probabilités permettant d'appréhender la réalité était continue, il adviendrait que notre probabilité d'exister puisse être nulle. Et ainsi, l'argument du singe savant est caduque puisque l'on se retrouve face à l'indétermination " $0 \times \infty$ ".

Enfin, une interprétation fréquentiste des probabilités repose sur l'hypothèse de la répliquabilité de l'expérience aléatoire. Dans le cadre de la cosmologie, la répliquabilité de l'expérience n'est pas envisa-

geable. La probabilité devient alors une mesure de notre ignorance. La théorie de la probabilité ainsi envisagée ne permet que l'utilisation des maximums de vraisemblance. Le maximum de vraisemblance est un modèle empiriquement intéressant. Cependant il n'est pas fiable lorsqu'on n'a qu'une seule expérience.

L'argument anthropique du biais de Bayes ne tient plus car celui-ci repose sur la propriété d'additivité des probabilités fréquentistes. Et les probabilités ne semblent pas être une approche appropriée puisque l'univers n'est pas une expérience répliquable.

## Point de vue physique

Tout d'abord, la théorie des multivers pose la question très ardue de l'expérimentabilité. Par définition, les autres univers ou les autres parties de notre univers ne nous sont pas accessibles. Comment alors confronter ces théories au critère de falsifiabilité. Si une théorie apporte des multivers comme explication de la nature, elle devient une explication *ad hoc* et on ne peut lui accorder un crédit scientifique. Une théorie des multivers pourrait être scientifique si les multivers ne sont qu'une de ses prédictions et que les autres tombent dans le champ de l'expérimentation. Ainsi, une théorie qui ne parle que de multivers ne sera pas scientifique.

Par ailleurs, on est en droit de se demander si la théorie de Linde, l'inflation éternelle, peut être cosmologique. En effet, elle va à l'encontre du principe cosmologique : l'homogénéité de l'univers. Si l'hypothèse de départ est l'inhomogénéité d'un champ scalaire, on ne peut pas appliquer la dynamique cosmologique comme on l'a étudiée. De plus, les dynamiques des différents patchs ne sauraient être indépendantes.

Enfin, revenons sur l'organisation des multivers imaginée par Tegmark (Tegmark 2009). Tegmark attribue à ces modèles la qualité d'être les plus simples et il loue leur efficacité. Il est bon de se demander comment il définit la simplicité et l'efficacité.

Nous pouvons donc reprendre les différents arguments contre les multivers comme suit :

- Critiques philosophiques
  - Question de Leibniz élargie
  - Principe d'individualité face à l'infini
- Critiques probabilistes
  - Probabilité discrète ou continue
  - Réplicabilité
- Critiques physiques
  - Falsification
  - Principe Cosmomologique
  - Critères d'élégance

## 8.3 Retour sur l'intelligent design

A présent, analysons l'intelligent design avec un regard critique. Nous parlerons du créationnisme avant de développer un point de vue théorique et un point de vue épistémologique.

### Point de vue créationniste

Nous avons essayé de faire comprendre au lecteur que l'intelligent design n'est pas du créationnisme. Le créationnisme est une lecture littérale de la Bible. Dès lors que l'on exige qu'une théorie scientifique soit cohérente, on exclut le créationnisme du champ scientifique. En effet, la Genèse reprend deux récits de la création qui se contredisent. Une lecture littérale de la Bible n'est donc pas cohérente puisqu'elle

propose deux chronologies de création différentes.

L'intelligent design est à tort assimilé au créationnisme puisqu'il prend position contre l'évolution darwinienne. Mais ce n'est pas le principe de cohérence qui permet de critiquer cette position.

### **Point de vue théorique**

Les défenseurs de l'intelligent design utilisent un vocabulaire scientifique sans en suivre la définition. Il faut faire très attention à ce qu'un terme peut impliquer et ce qu'on lui fait dire.

D'une part, la complexité irréductible n'est pas la complexité étudiée par les analystes de systèmes complexes. Un système complexe est une collection d'objets simples en interaction. On étudie alors l'émergence de certains phénomènes. Cette émergence n'est pas triviale et découle de l'interaction entre les parties. L'intelligent design l'attribue à un agent intelligent. Mais, dans l'étude des systèmes complexes, l'émergence de phénomène est naturelle et auto-organisée.

D'autre part, la définition de la complexité spécifiée est arbitraire. Dembski pose la complexité comme étant d'une probabilité inférieure à  $10^{150}$ . On peut se demander pourquoi une telle valeur. Mais cela soulève le problème de mesure de probabilité d'un événement. Dembski n'explique pas comment il calcule la probabilité d'apparition d'un phénomène complexe.

### **Point de vue épistémologique**

Une des hypothèses de la science, qui vient bien avant la définition de la théorie scientifique, est celle de la rationalité de la Nature (Copernicus 2011). Cette hypothèse est philosophique mais c'est elle qui a rendu la science possible. C'est cette mathématicité de la Nature qui permet à l'homme de se mettre en quête des lois qui régissent celle-ci.

Cependant, cet argument de rationalité est poussé à l'extrême par l'intelligent design. Ce n'est pas parce que la science actuelle ne peut expliquer certains phénomènes qu'il faut faire appel à un designer. La créativité et l'ingéniosité des scientifiques vont peut-être permettre d'envisager d'autres scénarios explicatifs. Faire appel à un designer sort du champ scientifique à moins que l'on ne théorise ce designer. Recourir à un designer renie le principe premier de la physique qui est d'expliquer la Nature par la Nature. De plus, cela coupe court à la réflexion scientifique et met un terme à la démarche de questionnement.

Néanmoins, il est bon de noter que cet excès existe aussi dans l'autre sens. Certains scientifiques cherchent à prouver l'inexistence d'un créateur ou d'une puissance supérieure. La science peut suggérer une autre sorte d'explication mais en aucun cas aller plus loin dans cette démarche.

# Conclusion

Après avoir posé les bases de la cosmologie, nous nous sommes intéressés aux principes anthropiques et nous avons mis en avant le problème de la constante cosmologique. Ensuite, nous avons étudié deux modèles de quintessence, deux approches multivers et l'intelligent design. Enfin, nous avons critiqué ces réponses au problème de la constante cosmologique.

Suite à ces analyses, il nous semble que le problème de la constante cosmologique reste entier. D'une part, les modèles de quintessence étudiés ne rendent pas compte de la réalité et d'autre part, les multivers ne sont pas une théorie scientifique. Il faut que ces derniers fassent partie d'un ensemble de prédictions d'une théorie. Ils ne sont pas, en soi, une explication. Enfin, nous avons été heureux de montrer que l'intelligent design défendu par le *Discovery Institute* n'est pas de l'ordre du discours scientifique.

Par ailleurs, il semble que ces raisonnements dépassent le cadre de la constante cosmologique. Ces trois approches peuvent être appliquées à différents problèmes. Pour chaque question, on peut mettre en place un mécanisme, envisager une sélection dans un multivers ou faire appel à un agent intelligent.

En ce qui concerne ce mémoire, je suis heureuse d'avoir pu contrer les argumentations de l'intelligent design. J'ai apprécié développer les différents modèles de multivers ayant une certaine sympathie pour cette position. De plus, j'ai été surprise que la quintessence n'atteigne pas son objectif d'arriver à la constante cosmologique à partir d'un large panel de conditions initiales. Il semblait évident qu'il fallait étudier la variation des deux paramètres.

Une fois l'intelligent design écarté, il reste des pistes à explorer. En effet, il faudrait trouver un potentiel de quintessence permettant de rendre compte de la réalité. Il faudrait aussi développer les autres prédictions de ce modèle dans la structuration de l'énergie sombre ou en physique des particules. On éviterait ainsi de mettre sur pied une explication *ad hoc*. Ensuite, l'argument des multivers prend de plus en plus d'importance dans le milieu des physiciens. Il faudrait donc savoir s'il est possible de construire une théorie scientifique qui prédit, entre autres, l'existence de multivers.

Nous pouvons donc dire que la problématique n'est pas tranchée. Les scientifiques peuvent chercher à améliorer les modèles étudiés ou explorer d'autres pistes. De leur côté, les penseurs peuvent se laisser dériver vers quantité d'explications d'ordre métaphysique. La frontière entre science et métaphysique a toujours été floue et pour le moment nous ne savons pas où situer la question de la valeur de la constante cosmologique.

## **Annexes : Codes Matlab**

# Potentiel exponentiel

## Fonction cosmo

```
%Eve-Aline Dubois
%Fonction des solutions d'échelle
function [res]=Cosmo(t,var);

%paramètres
l=3;
g=1;
x=var(1);
y=var(2);

%équations différentielles
X=-3*x+l*sqrt(1.5)*y^2+1.5*x*(2*x^2+g*(1-x^2-y^2));
Y=-1*sqrt(1.5)*x*y+1.5*y*(2*x^2+g*(1-x^2-y^2));
res=[X;Y];
```

## Solutions d'échelle

```
%Eve-Aline Dubois
%Ce programme permet le calcul des solutions d'échelle
%appel de la fonction Cosmo

clc
clear all
close all
format long

%CONDITIONS INITIALES
N=[0 10]; %intervalle d'intégration

%CODES
for x=[-1:0.25:1]; %Boucle sur les x
    for y=[0.001 0.05 0.1 0.5 1]; %Boucle sur les y
        if ((y^2+x^2)<1)
            var=[x,y]; %Point de départ
            [n,b]=ode45(@Cosmo,N,var); %Résolution
            %PLOT
            plot(b(:,1),b(:,2)); %Plan de phase
            axis square
            hold on;
        end
    end
end

%AJOUT AU PLOT
%Ajout du demi-cercle
x=[-1:0.01:1];
plot(x,sqrt(1-x.^2),'g');
axis square
%Ajout de la droite identité
hold on
x=[0:0.1:1];
plot(x,x,'m');
axis square
title('Plan de phase \gamma=1 et \lambda=3','fontsize',20);
xlabel('x','fontsize',20);
ylabel('y','fontsize',20);
```

# Potentiel en loi de puissance

## Fonction track

```
% Fonction Tracker solutions
function [res]=track(t,var);

%paramètre du potentiel  $M^{(4+n)}\phi^{-n}$ 
n=1;

x=var(1);
y=var(2);
z=var(3);
l=var(4);

%équations différentielles
X=-3*x+l*sqrt(1.5)*y^2+0.5*x*(3+3*x^2-3*y^2+z^2);
Y=-l*sqrt(1.5)*x*y+0.5*y*(3+3*x^2-3*y^2+z^2);
Z=-2*z+0.5*z*(3+3*x^2-3*y^2+z^2);
L=-sqrt(6)*l^2*x/n;

res=[X;Y;Z;L];
```

## Tracker solutions

```
%Eve-Aline Dubois
%Tracker Solutions
%Ce code permet d'illustrer l'évolution des paramètres de densité
%dans le cas d'un potentiel tracker
%Appel de la fonction track

clc
clear all
close all
format long

%conditions initiales
x=5*10^(-5);
y=1*10^(-8);
z=0.9999;
l=10^9;

%intervalle d'intégration
N=[-log(10^(7.21)) 0];
%point de départ CI
var=[x,y,z,l];
%résolution Ode
[n,b]=ode45(@track,N,var);

%récupération des paramètres de densité
Omphib=b(:,1).^2+b(:,2).^2;
Omr=b(:,3).^2;
Omm=1-b(:,1).^2-b(:,2).^2-b(:,3).^2;
redshift=log10(exp(-n));

%plot Evolution des paramètres de densité
semilogy(redshift,Omphib,'b',redshift,Omr,'g',redshift,Omm,'m');
legend('\Omega_{\phi}','\Omega_{r}','\Omega_{m}','fontsize',20);
title('Evolution pour  $V=M^5\phi^{-1}$ ','fontsize',20);
xlabel('log(z+1)','fontsize',20);
```

## $\Omega_\phi$ et $q_0$

```

%Eve-Aline Dubois
%Omega phi et q0
%Evolution du paramètre de densité de la quintessence
%selon les conditions initiales sur x et y
%Appel à la fonction track

clc
clear all
close all
format long

%CONDITIONS INITIALES
%Variables
z=0.9999;          % rho_r
l=10^-9;           % lambda
tempx=-6; %[-10:0.1:-2]; % echelle log
x=10.^tempx;       % phi point
tempy=[-12:0.1:-5]; % echelle log
y=10.^tempy;       % sqrt V
omr=1/3;
omm=0;
%Intervalle d'integration
N=[-log(10^(7.21)) 3];
%Nombre d'integrations
i=0;

%CALCULS
for v=1:length(x) %Boucle sur x
    for w=1:length(y) %Boucle sur y
        if (x(v)^2+y(w)^2+z^2)>1 %Condition d'existence
            continue
        else
            %Integration
            i=i+1;
            var=[x(v),y(w),z,1];
            options = odeset('Events',@today);
            [n,b]=ode45(@track,N,var,options); %V^M^(4+n)*phi^-n

            %Parametres de densite
            Omphi=b(:,1).^2+b(:,2).^2;
            omphi=(b(:,1).^2-b(:,2).^2)./(b(:,1).^2+b(:,2).^2);
            Omr=b(:,3).^2;
            Omm=1-b(:,1).^2-b(:,2).^2-b(:,3).^2;

            %Sauvegarde
            M(i,1)=x(v);
            M(i,2)=y(w);
            M(i,3)=Omphi(end);
            M(i,4)=Omr(end);
            M(i,5)=Omm(end);
            G(v,w)=Omphi(end);
            q=(-0.5*(M(i,3)*(1+3*omphi(end))+M(i,5)*(1+3*omm)+M(i,4)*(1+3*omr)));
            M(i,6)=q;
            Q(v,w)=q;

            %Conditions sur Omphi
            if M(i,3)<0.7461
                if M(i,3)>0.6953
                    CQ(i,1)=M(i,2);
                    CQ(i,2)=M(i,3);
                end
            end

            %Conditions sur q0
            if M(i,6)<0.6999
                if M(i,6)>0.4899
                    CQ(i,1)=M(i,2);
                    CQ(i,2)=M(i,6);
                end
            end
        end
    end
end
end
end

```

```

%Nombre d'integrations
i

%PLOT
%Surface Omega phi
surf(log10(x),log10(y),G');
title('\Omega_{\phi} Aujourd'hui selon les CI','fontsize',20);
xlabel('log_{10}(x^{\phi})','fontsize',20);
ylabel('log_{10}(y^V)','fontsize',20);

%Pour x fixé
semilogx(M(:,2),M(:,3));
axis square
title('Résultats sur 7 ordres de grandeur','fontsize',20);
xlabel('y^V','fontsize',20);
ylabel('\Omega^0_{\phi}','fontsize',20)

%Pour comparer Omegaphi et q0
semilogx(M(:,2),M(:,3),M(:,2),M(:,6),CQ(:,1),CQ(:,2),'r*',CQ(:,1),CQ(:,2),'m*');
hold on
for j=1:length(CQ(:,1))
    if CQ(j,1)~=0
        plot(min(y),CQ(j,2),'r*',CQ(j,1),min(M(:,6)),'r*');
        hold on
    end
end
for j=1:length(CQ(:,1))
    if CQ(j,1)~=0
        plot(min(y),CQ(j,2),'m*',CQ(j,1),min(M(:,6)),'m*');
        hold on
    end
end
legend('\Omega_{\phi}','q_0','conditions \Omega_{\phi}','conditions q_0');
title('Résultats sur 7 ordres de grandeur','fontsize',20);
xlabel('y^V','fontsize',20);
axis square;

```

## Conditions sur $q_0$

```

%Eve-Aline Dubois
%exploitation des résultats de A. Fuzfa
%Ce code permet de mettre des conditions sur la fourchette de q0
clc
clear all
close all
format long

%Chargement des donnees
load('trust_flrw1D.mat'); %contient les résultats de A. Fuzfa

%Intervalle centre autour du q0 le plus probable
[val,coord]=max(P);
n=70; %moitié de l'intervalle
m=coord-n;
M=coord+n;
qbis=q(m:M); %nouveaux vecteurs
Pbis=P(m:M);

%Calcul des aires et de leur proportion
A=polyarea(q,P);
Abis=polyarea(qbis,Pbis);
prop=Abis/A %Probabilité que q0 appartienne à cet intervalle
q(m) %Limites de l'intervalle
q(M)

%Illustration
plot(q,P);
axis square
hold on
area(qbis, Pbis);
title('Zone contenant q_0 à 99% de chance','fontsize',20);
xlabel('q_0','fontsize',20);
ylabel('Probabilite','fontsize',20);

```

# Inflation éternelle

## Illustration du principe d'inflation éternelle

```
%Eve-Aline Dubois
%Ce code permet d'illustrer l'inflation éternelle
clc
clear all
close all

x=0:0.1:12;
V=x.^2;
l=log(V);
g=-5:0.1:max(l)
%PLOT
plot(x,l,3,g,'k',10,g,'k',1,g,'r');
ylabel('lnV','fontsize',20);
xlabel('\phi','fontsize',20);
```

# Bibliographie

- Amendola, L. & Tsujikawa, S. (2010), *Dark energy, theory and observations*, University press, Cambridge.
- Andrillat, H. (1970), *Introduction à l'étude des cosmologies*, Collection intersciences, Armand Colin.
- Barrau, A., Gyger, P., Kistler, M. & Uzan, J. (2010), *Multivers, mondes possibles de l'astrophysique, de la philosophie et de l'imaginaire*, La ville brûle.
- Barrow, J. (1983), *The Quarterly journal of the astronomical society*.
- Barrow, J. & Tippler, F. (1986), *The Anthropic cosmological principle*, Clarendon press, Oxford.
- Behe, M. (1996), *Darwin's blackbox*.
- Bruneton, J.-P. (2011-2012), *Gravitation relativiste et cosmologie, notes de cours*, FUNDP.
- Carter, B. (1974), Large number coincidences and the anthropic principle in cosmology, in 'Confrontation of cosmological theories with observational data, symposium IAU n°63'.
- Chalmers, A. (1982), *Qu'est-ce que la science ?*, University of Queensland Press, St Lucia.
- Copeland, E. J., Liddle, A. R. & Wands, D. (1997), 'Exponential potentials and cosmological scaling solutions', *Phys.Rev.D57* :4686-4690,1998.
- Copernicus, C. (2011), *Philosophy in Science Methods and applications*, Copernicus Center Press.
- Copernicus, C. (2013), *Between philosophy and science*, Copernicus Center Press.
- Crossman, A. (consultation mars 2013), 'The inverse gambler's fallacy explained'.  
**URL:** <http://www.allanrossman.com/ap/gambler.html>
- Demaret, J. (1991), *Univers, les théories de la cosmologie contemporaine*, Le Mail, Aix-en-Provence.
- Demaret, J. & Lambert, D. (1994), *Le principe anthropique*, Armand Colin, collection S.
- Dembski, W. (2007), *No free lunch*, Rowman and Littlefield Publishers.
- Dickerson, R. (1992, consultation avril 2013), 'The game of science : Reflections after arguing with some rather overwrought people'.  
**URL:** <http://www.asa3.org/ASA/PSCF/1992/PSCF6-92Dickerson.html>
- Discovery Institute* (consultation avril 2013).  
**URL:** <http://www.discovery.org>
- Gerard, J.-M. (2011-2012), *Relativité générale et cosmologie, notes de cours*, UCL.
- GéoSavoir (2012), *Le Big Bang comment notre monde a commencé*.
- Gunzig, E. (2011), *Que faisiez-vous avant le Big Bang ?*, Odile Jacob.
- Hawking, S. (2011), *Y a-t-il un grand architecte dans l'Univers ?*, Odile Jacob.
- Heller, M. (2009), *Ultimate explanations of the universe*, Springer.
- Heller, M. (2013), *Philosophy of chance*, Copernicus Center Press.
- Hobson, M., Efstathiou, G. & Lasenby, A. (4th printing, 2011), *General relativity, an introduction to physicists*, Cambridge press, 2011.
- Hurter, T. & Rauner, M. (2012), *Les Univers parallèles, du géocentrisme au multivers*, CNRS Editions.
- Intelligent design selon le Center for Science and Culture* branche du *Discovery Institute* (consultation avril 2013).  
**URL:** <http://www.intelligentdesing.org>

- Irreducible complexity and Michael Behe* (consultation mars 2013).  
**URL:** [talkorigins.org/faqs/behe.html](http://talkorigins.org/faqs/behe.html)
- Lachieze-Rey, M. & Arnould, J. (2010), *Une fenêtre sur le ciel : dialogues d'un astrophysicien et d'un théologien*, Bayard Culture.
- Leslie, J. (1988), 'No inverse gambler's fallacy in cosmology', *Mind*.
- Nasa (consultation mai 2013), 'Legacy archive for microwave background data analysis'.  
**URL:** <http://lambda.gsfc.nasa.gov/>
- Rakhi, R. & Indulekha, K. (2009), 'Dark energy and tracker solution- a review'.
- Recherche (2012), *Les dossiers de La Recherche Dieu et la science*.
- Rekier, J. (2011), *Mémoire pour un Master en Physique : Un modèle effectif de la déformation du réseau galactique pour l'interprétation de l'énergie noire*.
- Tegmark, M. (2009), 'The multiverse hierarchy', In "Universe or Multiverse?", B. Carr ed., Cambridge University Press (2007).
- Thuan, T. (2009), *Dictionnaire amoureux du ciel et des étoiles*, Plon Fayard.
- Thuan, T., Prigorine, I., Jacquard, A., de Rosnay, J., Pelt, J. & Altan, H. (2008), *Le monde s'est-il créé tout seul ? entretiens avec Patrice Van Eerster*, Albin Michel.
- Tipler, F. (1989), The anthropic principle : a primer for philosophers, in 'proceedings of the 1988 biennial meeting of the philosophy of science association, Fine et Leplin, volume 2, Philosophy of science association, East Lansing'.
- Weinberg, S. (1989), 'The cosmological constant problem', *Reviews of Modern Physics*.
- Wheeler, J. (1977), Genesis and observership, in 'Foundational problems in the special sciences'.
- wikipedia (consultation mars 2013a), 'Dessein intelligent'.  
**URL:** [http://fr.wikipedia.org/wiki/Intelligent\\_design](http://fr.wikipedia.org/wiki/Intelligent_design)
- wikipedia (consultation mars 2013b), 'Intelligent design'.  
**URL:** [http://en.wikipedia.org/wiki/Intelligent\\_design](http://en.wikipedia.org/wiki/Intelligent_design)