

THESIS / THÈSE

MASTER EN SCIENCES PHYSIQUES À FINALITÉ APPROFONDIE

Caractérisation de dispositifs photoniques en cavité résonante en vue d'applications en lumière lente

Soumoy, Mathias

Award date:
2024

Awarding institution:
Université de Namur

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal ?

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

CARACTERISATION DE DISPOSITIFS PHOTONIQUES EN CAVITE RESONANTE EN VUE D'APPLICATIONS EN LUMIERE LENTE

Mémoire présenté pour l'obtention
du grade académique de Master en Sciences Physiques - Finalité approfondie

SOUMOY MATHIAS
Juin 2024

Promoteur : Prof. Michaël Lobet

UNIVERSITE DE NAMUR
Faculté des sciences
Secrétariat du Département de Physique
Rue de Bruxelles 61 – 5000 NAMUR
Téléphone : +32(0)81 72.44.90
E-mail : secretariat.physique@unamur.be - www.unamur.be/sciences

Caractérisation de dispositifs photoniques en cavité résonante en vue d'applications en lumière lente

SOUMOY Mathias

Résumé

Le confinement de la lumière au sein de cavités optiques permet d'augmenter fortement les interactions lumière-matière et les propriétés d'émission spontanée d'un émetteur. Ces cavités optiques sont d'un grand intérêt pour la réalisation de circuits photoniques intégrés, employés notamment pour le calcul et la cryptographie quantiques. Parmi les différents types de cavités optiques réalisables à partir de cristaux photoniques, les principaux sont l'introduction de défaut au sein du cristal et l'utilisation d'états liés dans le continuum. Des recherches récentes indiquent qu'un nouveau type de cavité optique, basé sur des cristaux photoniques formant un réseau de Moiré, exhibe des propriétés remarquables. Ces réseaux de Moiré sont inspirés de ceux réalisés en électronique et possédant des propriétés remarquables telles que la supraconductivité. L'objectif de ce travail de recherche est de caractériser numériquement le confinement de la lumière par différentes structures photoniques dont certaines possèdent un réseau de Moiré. Une de ces structures peut servir de plateforme pour étudier des phénomènes quantiques fondamentaux. Ce travail de recherche met en évidence une méthodologie rigoureuse pour mesurer avec COMSOL certaines grandeurs liées au confinement de la lumière par des structures photoniques. Les structures de bandes de différents dispositifs photoniques sont obtenues et caractérisées à l'aide de cartes de champs. Par ailleurs, les modes propres remarquables des structures photoniques sont caractérisés afin de permettre une comparaison des performances des différentes structures.

Mémoire de Master en Sciences Physiques

Juin 2024

Promoteur : Prof. Michaël Lobet

Membres du jury :

Dr. Alexandre Felten (Président)

Prof. Benoît Hackens

Prof. Michaël Lobet

UNIVERSITE DE NAMUR
Faculté des sciences
Secrétariat du Département de Physique
Rue de Bruxelles 61 – 5000 NAMUR
Téléphone : +32(0)81 72.44.90
E-mail : secretariat.physique@unamur.be - www.unamur.be/sciences

Characterization of resonant cavity photonic devices for slow-light applications

SOUMOY Mathias

Abstract

The confinement of light within optical cavities greatly enhances light-matter interactions and the spontaneous emission properties of an emitter. These optical cavities are of great interest for the realization of integrated photonic circuits, with applications in quantum computing and cryptography. Among the different types of optical cavities that can be realized from photonic crystals, the main ones are the introduction of defects within the crystal and the use of Bound states In the Continuum (BIC). Recent findings indicate that a new type of optical cavity based on Moiré lattice photonic crystals exhibits remarkable properties. These Moiré gratings are inspired by those used in electronics that possess remarkable properties such as superconductivity. The aim of this research project is to characterize numerically the confinement of light by different photonic structures, some of which feature Moiré gratings. One of these structures can serve as a platform for studying fundamental quantum phenomena. This research work highlights a rigorous methodology for measuring with COMSOL quantities linked to the confinement of light by photonic structures. The band structures of various photonic devices are also obtained and characterized with field maps. In addition, the remarkable eigenmodes of photonic structures are characterized to enable a comparison of their properties.

Master thesis for MSc in Physics

June 2024

Supervisor : Prof. Michaël Lobet

Members of the jury :

Dr. Alexandre Felten (Chairman)

Prof. Benoît Hackens

Prof. Michaël Lobet

Remerciements

J'aimerais commencer ces quelques lignes en te remerciant Michaël. Ton accompagnement constant durant ces deux années m'a permis de grandir en tant que physicien, mais également en tant que personne. Tes conseils avisés, ta confiance sans faille et ta transparence ont été déterminants dans la bonne conduite cette aventure que nous avons menée ensemble. Je retiendrai ta curiosité contagieuse, ta bonne humeur perpétuelle et ta volonté de saisir ce qu'il y a de meilleur en chacun.

Ce travail n'aurait jamais été de même qualité sans ta présence, Adrien. Tu m'as poussé à être rigoureux en toute circonstance et as été le principal artisan de la mise au point de ma méthode de recherche scientifique. Je t'en remercie profondément, en tant qu'étudiant et en tant qu'ami. Je te suis également reconnaissant, Nicolas, pour tes conseils et ton accompagnement scientifique tout au long de ce travail de recherche.

Je remercie également l'ensemble des membres du LPS et du LISE pour les discussions, échanges et moments passés ensemble. Votre présence et votre bienveillance m'ont permis d'évoluer dans un environnement au sein duquel j'ai pu m'épanouir au quotidien.

Ces années d'études auraient été bien différentes sans vous deux, Hugo et Judith. Nos discussions, nos fous rires, nos soirées passées ensemble, tous ces moments resteront gravés en moi. J'ai la chance et l'honneur d'avoir pu passer toute une partie de ma vie avec vous, et j'espère que nous pourrions partager beaucoup d'autres moments à l'avenir. Je pense également à Léo, Marie, Jo et Eliano, vous qui avez rendu ces années inoubliables.

Je termine ces remerciements par ma famille. Tout ce que j'ai pu accomplir jusqu'à présent, je le dois à votre investissement sans faille dans mon épanouissement. Vous m'avez donné toutes les clés pour m'aider à définir mes rêves et à les réaliser, et ce mémoire en est une preuve. Votre dévouement pour ceux qui vous entourent restera toujours pour moi un modèle que je m'efforce de suivre.

Table des matières

1	Introduction	1
2	État de l'art	3
2.1	Cavités optiques	3
2.1.1	Modes de résonances	4
2.1.2	États liés dans le continuum (BIC)	8
2.2	Cristaux photoniques	9
2.2.1	Structure de bandes	11
2.2.2	Cristaux photoniques ouverts	12
2.3	Cavités optiques à modes de défaut	14
2.3.1	Modes de défaut	14
2.3.2	Modes de défaut au sein de cristaux photoniques ouverts	14
2.3.3	Etat de l'art	15
2.4	Cavités optiques à états liés dans le continuum	17
2.4.1	État de l'art	18
2.5	Cavités optiques à réseau de Moiré	18
2.5.1	Réseau de Moiré photonique	20
2.6	Matériaux à indice de réfraction proche de zéro	21
2.6.1	Métamatériaux et NZRI	22
2.6.2	Controverse Abraham-Minkowski	24
2.6.3	Quantité de mouvement de la lumière dans les NZRI	25
3	Question de recherche	26
3.1	Structures à étudier	26
3.2	Grandeurs caractéristiques	28
3.3	Motivations	29
4	Méthodes	33
4.1	Méthode des éléments finis	33
4.2	COMSOL	34
4.2.1	Module et interface utilisés	34
4.2.2	Concepts importants	35
4.3	Tests de convergences	37
4.3.1	Tests de convergence sur le maillage	38
4.3.2	Tests de convergence sur la couche d'air	38
4.3.3	Conclusion	42
5	Résultats et discussion	44
5.1	Structure de bandes	44
5.1.1	Benchmark de la cinquième structure	44
5.1.2	Structure de bandes des dispositifs photoniques d'intérêt	45
5.2	Caractéristiques des modes remarquables	48
5.2.1	Modes en bord de zone de Brillouin	50

5.2.2	Cristaux photoniques à réseau de Moiré	53
5.2.3	Bound states In the Continuum	56
5.3	Analyse de la momentum structure	56
6	Conclusion et perspectives	59
	Bibliographie	61

Chapitre 1

Introduction

En 1946, E.M. Purcell mit en évidence l'influence de l'environnement sur les propriétés d'émission spontanée d'un émetteur [1]. Cet effet, appelé l'*effet Purcell*, implique que les propriétés d'émission d'un émetteur peuvent être fortement modifiées en le plaçant au sein d'un milieu artificiel conçu à cet effet. Un tel milieu, appelé une cavité optique, augmente ou diminue le taux d'émission spontanée en concentrant un grand nombre de modes optiques au même endroit grâce au confinement d'ondes électromagnétiques [2, 3]. Les cristaux photoniques, consistant en un arrangement périodique de milieux d'indice de réfraction différents, constituent un exemple de tels milieux artificiels permettant de réaliser des cavités optiques [2, 4].

Trois principaux types de cavités optiques peuvent être réalisées à partir de cristaux photoniques. Le premier type consiste à introduire un défaut au sein d'un cristal photonique fini dans au moins une de ses dimensions [2, 4]. Un mode propre est alors localisé au sein du défaut, et il peut être associé à un mode de résonance dont l'énergie se dissipe lentement dans l'air [2, 4, 5]. Des cavités optiques peuvent également être réalisées en utilisant des états liés dans le continuum (BIC, pour *Bound state In the Continuum* en anglais) [3, 5]. De tels états ne sont pas couplés avec l'air et permettent donc de confiner les ondes électromagnétiques au sein du cristal.

Le dernier type de cavité optique basée sur les cristaux photoniques en combine deux pour former un réseau de Moiré [5, 6]. Cette technique, baptisée *twistoptics*, est basée sur les développements de la *twistronics* en électronique [5, 7]. Des cristaux électroniques planaires, tels que du graphène, sont placés l'un au-dessus de l'autre et légèrement désorientés de manière à produire un réseau de Moiré. Ce type de dispositif exhibe des propriétés remarquables, telles que la supraconductivité [7, 8]. En réalisant le même type de dispositif avec des cristaux photoniques en lieu et place des cristaux électroniques, il est possible de localiser la lumière en des points particuliers du réseau de Moiré et de créer ainsi des cavités optiques correspondant à des bandes plates dans la structure de bandes [5, 6]. Ce type de cavité possède de nombreux avantages par rapport aux deux autres, tels qu'une augmentation importante du taux d'émission spontanée et des propriétés omnidirectionnelles [5].

Ces cavités optiques sont un dispositif particulièrement important pour les circuits photoniques intégrés [9, 10]. Ces circuits sont semblables aux circuits électroniques mais font circuler des photons au lieu d'électrons. Les circuits photoniques intégrés regroupent donc sur une seule puce ou substrat plusieurs composants optiques permettant de contrôler l'émission, la propagation et la détection de la lumière, tels que des lasers, des détecteurs ou des guides d'ondes, le tout dans un système compact et interconnecté [9]. Parmi ces différents composants figurent les cavités optiques permettant d'obtenir de fortes interactions lumière-matière en augmentant fortement le taux d'émission spontané d'un émetteur quantique unique placé en son sein [4, 5, 9].

Ces circuits photoniques intégrés sont utilisés et envisagés pour de nombreuses applications, comme le calcul et la cryptographie quantiques [9]. Ces circuits sont par exemple une des plateformes étudiées pour la réalisation d'ordinateurs quantiques car ils permettent de contrôler les états quantiques de photons, comme requis pour les opérations de calcul quantique [9]. De tels ordinateurs présentent une puissance de calcul

nettement supérieure à celle des ordinateurs classiques les plus puissants. Ils pourraient être utilisés en pharmacologie pour mettre au point de nouvelles molécules thérapeutiques, en physique pour résoudre des problèmes jusqu'ici hors de portée des ordinateurs ou encore en intelligence artificielle pour le traitement de l'information. La cryptographie quantique, quant à elle, permet une communication totalement sûre et sécurisée [9].

Ce mémoire a pour objectif de simuler numériquement différentes structures basées sur des cristaux photoniques et d'en étudier les propriétés liées à l'effet Purcell. Parmi ces différentes structures, certaines sont basées sur des cristaux photoniques à réseau de Moiré. L'objectif est de pouvoir caractériser et comparer ces différentes structures sur base de leur structure de bandes ainsi que de la vitesse de groupe v_g , du facteur de qualité Q , du volume de mode V et du facteur de Purcell F_P de certains modes propres. Le facteur de Purcell décrit l'augmentation ou la diminution du taux d'émission spontanée en fonction de l'environnement. Il permet de quantifier l'effet Purcell [1, 11]. Il peut être calculé à partir du facteur de qualité Q , décrivant le temps d'un vie du mode propre, et du volume de mode V , décrivant la distribution du champ électromagnétique.

Les simulations numériques sont effectuées à l'aide du logiciel COMSOL, qui utilise la méthode des éléments finis [12, 13]. Les premières structures simulées présentent un intérêt en tant que dispositif photonique à caractériser et à comparer entre-elles, mais elles servent également à développer une méthodologie rigoureuse pour mesurer de manière fiable les différentes grandeurs d'intérêt. La dernière structure, quant à elle, possède un intérêt supplémentaire lié à la physique fondamentale. Elle pourrait en effet servir de plateforme permettant l'observation de phénomènes quantiques extrêmes, liés à la quantité de mouvement de la lumière. En fonction de la configuration des cristaux, cette plateforme permettrait d'annuler une des deux formulations de la quantité de mouvement de la lumière et ainsi étudier de plus près les propriétés des photons.

La première partie de ce manuscrit propose une introduction aux concepts nécessaires à la compréhension du travail de recherche. Le concept de cavité optique et les grandeurs caractéristiques associées sont décrites, suivies par une introduction au concept de cristal photonique. Les différents types de cavités optiques basés sur les cristaux photoniques, à savoir les modes de défaut, les états liés dans le continuum et les réseaux de Moiré, sont décrits successivement et accompagnés d'un état de l'art de la recherche. Enfin, les matériaux à indice de réfraction proche de zéro sont décrits pour permettre la compréhension de l'intérêt généré par la dernière structure à simuler. La seconde section décrit les différentes structures à étudier et donne les motivations derrière leur choix. Cette section est suivie par une description des méthodes numériques appliquées pour étudier ces dispositifs photoniques. Une attention particulière est portée sur les problèmes rencontrés lors de tests de convergence. Enfin, les résultats obtenus pour les différentes structures photoniques sont présentés et discutés à la dernière section.

Chapitre 2

État de l'art

Le travail de recherche effectué dans le cadre de ce mémoire porte sur la caractérisation de dispositifs photoniques. Cette section démarre par une introduction générale au problème du confinement d'une onde au sein d'une cavité. Les caractéristiques de différents modes permis pour ces ondes sont notamment expliquées. Afin de particulariser cette discussion au domaine de la photonique et d'introduire les dispositifs à étudier, une description générale des cristaux photoniques est ensuite fournie. Celle-ci mène vers la présentation de trois types de cavités optiques, toutes réalisées à base de cristaux photoniques. Enfin, les matériaux à indice de réfraction négatif ou proche de zéro (NZRI) sont présentés et certaines de leurs propriétés remarquables sont discutées. Ces propriétés permettront d'expliquer à la section 3.3 l'intérêt de certaines des structures photoniques étudiées.

2.1 Cavités optiques

Le confinement partiel ou total des ondes est un problème général en physique omniprésent dans la nature et dans les technologies. Il se retrouve dans les liaisons des électrons aux atomes en mécanique quantique ou encore dans le confinement du son dans certains instruments de musique. En photonique, cette problématique se manifeste par exemple dans le confinement de la lumière au sein de guides d'ondes [2, 3].

Les cavités optiques étudiées dans ce travail de recherche sont des systèmes ouverts, caractérisés par leur interaction avec leur environnement, permettant ainsi des échanges d'énergie ou de photons avec celui-ci. Par ailleurs, les ondes considérées sont supposées harmoniques, elles oscillent dans le temps suivant un facteur $e^{-i\omega t}$, où ω est la fréquence angulaire d'oscillation. L'ensemble des fréquences d'oscillation permises, appelé le *spectre* de l'onde, est schématisé à la figure 2.1.

Afin de déterminer si une onde peut être confinée, partiellement ou totalement, il faut s'intéresser à la fréquence d'oscillation de cette onde [3]. En fonction de celle-ci, on distingue quatre types de modes représentés par des ondes planes. Ceux-ci sont représentés à la figure 2.1. Le premier d'entre-eux sont les *modes étendus*, représentés en bleu sur la figure. Ceux-ci sont permis sur une plage continue de fréquences du spectre, également en bleu sur la figure 2.1. Ces modes ne sont pas du tout confinés, ils sont délocalisés et s'étendent dans l'espace.

Le second type de mode concerne les modes dont la fréquence est située en dehors du continuum. Ces modes, appelés *modes liés*, sont représentés en vert sur la figure. Ils forment un ensemble discret de modes confinés au sein de la cavité. Ces modes n'ont aucun moyen de rayonner afin de perdre de l'énergie. Ces modes liés correspondent par exemple aux électrons liés aux atomes en mécanique quantique ou aux modes guidés au sein de fibres optiques.

Les *modes de résonance* constituent le troisième type de mode, représentés en orange sur la figure 2.1. Ces modes, dont la fréquence est située au sein du continuum, ressemblent localement à un mode lié. Cependant,

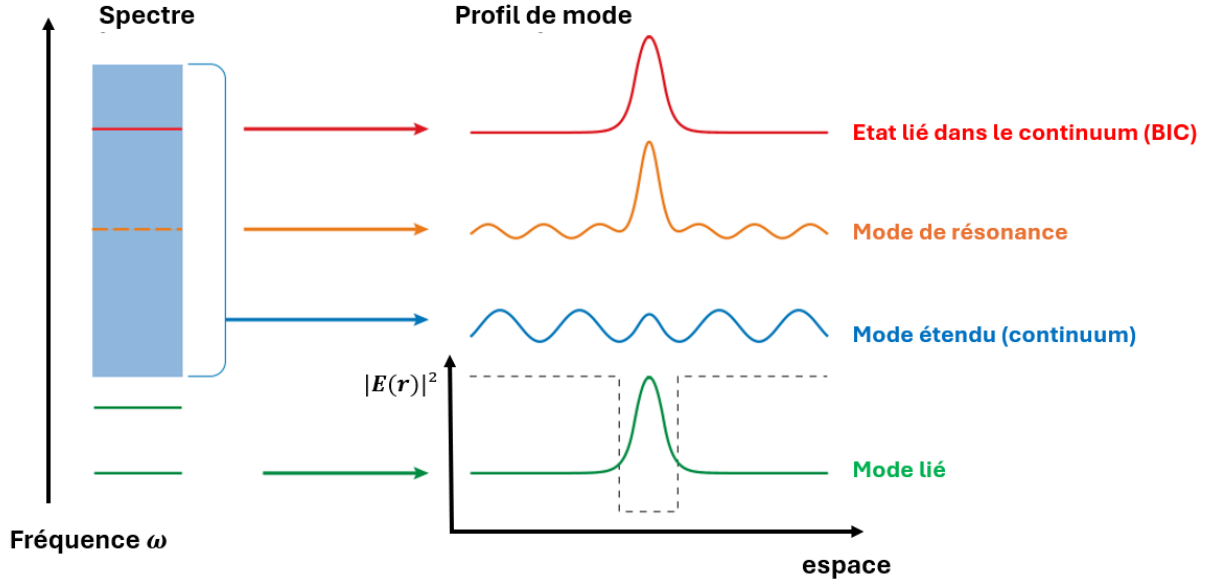


FIGURE 2.1 – Ensemble des types de mode possibles pour une onde au sein d’une cavité optique formant un système ouvert. A gauche, le spectre reprend l’ensemble des fréquences d’oscillation possibles. On distingue un ensemble discret de fréquences qui correspondent à des modes liés (vert). Ces modes sont totalement confinés au sein de la cavité. On distingue également un ensemble continu de fréquences permises au sein du spectre, appelé le continuum. Ces fréquences correspondent aux modes étendus (bleu). Au sein du continuum se trouvent également les modes de résonances (orange), partiellement confinés, ainsi que les états liés dans le continuum (rouge), complètement confinés. Le profil de ces différents modes est représenté à droite de la figure. Figure adaptée de [3].

ils sont couplés à des modes étendus et perdent leur énergie au cours du temps. Les caractéristiques de ces modes sont abordées à la section suivante.

Enfin, la dernière catégorie concerne les *états liés dans le continuum*, également appelés *Bound states In the Continuum*, ou BIC en anglais. Ceux-ci sont représentés en rouge sur la figure. Ces modes ont une fréquence comprise dans le continuum mais restent parfaitement localisés, sans subir de pertes d’énergie. Ils sont complètement découplés des modes étendus qu’ils côtoient. Les BIC sont étudiés plus en détails à la section 2.1.2.

2.1.1 Modes de résonances

Les modes de résonance au sein d’une cavité optique, également appelés modes de fuite, sont des modes ayant une fréquence unique, tout comme les modes liés. Leur profil de mode est d’ailleurs localement similaire et indique un confinement de l’onde [3]. Cependant, les modes de résonance ont une fréquence située dans le continuum. Par conséquent, ils sont couplés aux modes étendus du continuum et perdent leur énergie par rayonnement à travers ce couplage. Le confinement de l’onde est donc partiel et non total comme pour un mode lié.

Ces pertes d’énergie du mode de résonance au sein de la cavité peuvent être visualisées et caractérisées à l’aide du profil fréquentiel du mode [14]. Celui-ci est représenté à la figure 2.2. Dans le cas idéal d’un mode lié, présentant un confinement total de l’onde, le mode possède une fréquence d’oscillation unique. Celle-ci est représentée par un delta de Dirac, en rouge sur la figure 2.2. Par contre, pour un mode de résonance, le couplage du mode avec les modes étendus du continuum implique un étalement en fréquence du pic de

résonance [2, 14]. Le profil fréquentiel du mode devient par conséquent une Lorentzienne, correspondant à une bande étroite de fréquences. Celle-ci est représentée en bleu sur la figure 2.2.

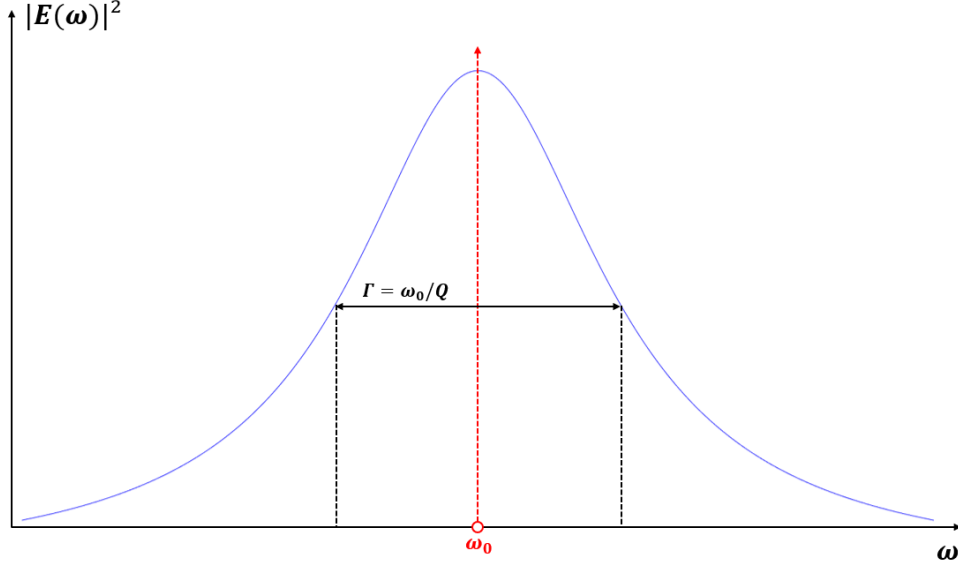


FIGURE 2.2 – Profil fréquentiel d’un mode de résonance. On observe le pic de résonance d’un mode propre de la cavité. Le cas idéal (rouge) correspond à un pic de Dirac à la fréquence propre ω_0 . Dans le cas réel (bleu), le pic a la forme d’une Lorentzienne de largeur à mi-hauteur $\Gamma = \omega_0/Q$, où $Q = \omega_0 \frac{\bar{U}}{\bar{P}} = -\frac{1}{2} \frac{\text{Re}(\omega)}{\text{Im}(\omega)}$.

Les modes de résonances peuvent également être caractérisés par deux grandeurs, le facteur de qualité Q et le volume de mode V [2, 4, 14]. Le facteur de qualité Q caractérise les pertes d’énergie du mode. Il peut être relié à l’allure de la Lorentzienne du profil fréquentiel du mode par $\Gamma = \frac{\omega_0}{Q}$. Le volume de mode V , lui, décrit le volume occupé par les champs électromagnétiques. Ces deux grandeurs sont décrites plus en détails ci-dessous.

Facteur de qualité

Les pertes d’énergie du mode de résonance peuvent être caractérisées par une grandeur sans dimension appelée le *facteur de qualité* Q [2, 14]. Celui-ci peut être défini comme le rapport entre la moyenne temporelle de l’énergie U contenue au sein de la cavité et la moyenne temporelle de la puissance sortante P de celle-ci, multipliée par la fréquence propre du mode ω_0 :

$$Q = \omega_0 \frac{\bar{U}}{\bar{P}}. \quad (2.1)$$

Par la conservation de l’énergie, la puissance sortante de la cavité est directement égale à la variation temporelle de l’énergie au sein de la cavité :

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{\omega_0}{Q} U. \quad (2.2)$$

L’énergie présente au sein de la cavité décroît donc exponentiellement avec une constante de décroissance proportionnelle à $1/Q$:

$$U(t) = U_0 e^{-\omega_0 t/Q}. \quad (2.3)$$

L'énergie au sein de la cavité décroissant selon $e^{-\omega_0 t/Q}$, l'intensité du champ électrique décroît elle selon $e^{-\omega_0 t/2Q}$:

$$E(t) \propto e^{-\omega_0 t/2Q}. \quad (2.4)$$

L'intensité du mode propre décroît donc exponentiellement dans le temps. Pour représenter cela mathématiquement, une partie imaginaire $-\gamma/2$ est associée à la fréquence réelle du mode pour tenir compte de ces pertes d'énergie [2]. La fréquence complexe s'écrit donc $\omega = \omega_0 - i\gamma/2$. Par conséquent, le facteur de qualité peut se réécrire à partir des parties réelle et imaginaire de la fréquence propre :

$$Q = \frac{\omega_0}{\gamma} = -\frac{1}{2} \frac{\text{Re}(\omega)}{\text{Im}(\omega)}. \quad (2.5)$$

Le facteur de qualité donne donc une indication de la durée de stockage du photon au sein de la cavité [2]. Une dernière interprétation du facteur de qualité Q est de le relier à la forme de la Lorentzienne, c'est-à-dire à l'allure de la transformée de Fourier des champs au sein de la cavité [2, 14]. La largeur à mi-hauteur Γ du pic Lorentzien est ainsi reliée au facteur de qualité par la relation :

$$\Gamma = \frac{\omega_0}{Q}. \quad (2.6)$$

Volume de mode

Les cavités résonantes peuvent également être caractérisées par le volume de mode V . Cette grandeur décrit le volume de l'espace dans lequel le champ électromagnétique est concentré pour un mode propre de la cavité. De manière générale, ce volume est défini comme [15] :

$$V = \frac{\int P(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}}{\max[P(\mathbf{r})]} = \frac{\int \left(\frac{\varepsilon(\mathbf{r})|\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2 + \mu(\mathbf{r})|\mathbf{H}(\mathbf{r})|^2}{2} \right) d^3\mathbf{r}}{\max \left(\frac{\varepsilon(\mathbf{r})|\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2 + \mu(\mathbf{r})|\mathbf{H}(\mathbf{r})|^2}{2} \right)}. \quad (2.7)$$

où $P(\mathbf{r})$ est la densité d'énergie électromagnétique totale du mode. Dans le cas de cristaux photoniques (voir section 2.2), l'intégration se fait sur une cellule unité du cristal. Cependant, ceci peut varier en fonction de la structure étudiée. L'expression 2.7 se simplifie dans le cas où les modes étudiés sont purement transverse électrique (TE) ou magnétique (TM). Pour des modes purement TM, le volume de mode est donné par [4, 16, 17, 18] :

$$V = \frac{\int \varepsilon(\mathbf{r})|\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2 d^3\mathbf{r}}{\max[\varepsilon(\mathbf{r})|\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2]}. \quad (2.8)$$

Pour des modes purement TE, celui-ci vaut :

$$V = \frac{\int \mu(\mathbf{r})|\mathbf{H}(\mathbf{r})|^2 d^3\mathbf{r}}{\max[\mu(\mathbf{r})|\mathbf{H}(\mathbf{r})|^2]}. \quad (2.9)$$

Enfin, le plus souvent, le volume de mode est normalisé par rapport à la longueur d'onde du milieu :

$$V_{eff} = \begin{cases} V \left(\frac{\lambda}{n} \right)^{-2} & \text{en 2D} \\ V \left(\frac{\lambda}{n} \right)^{-3} & \text{en 3D.} \end{cases} \quad (2.10)$$

Le volume de mode permet de mieux comprendre le degré de concentration des champs au sein de la cavité optique. Un petit volume de mode indique que les champs sont concentrés sur une faible portion de l'espace, ce qui implique une plus grande densité d'états optiques au sein de ce volume [2]. Cette grande densité d'états optiques est très importante pour augmenter les interactions lumière-matière et modifier les propriétés d'un émetteur [1]. Ces notions sont abordées dans la section qui suit.

Effet Purcell

En 1917, Einstein formalisa les interactions lumière-matière en les décrivant à l'aide de trois processus fondamentaux [19]. En prenant un système quantique simple à deux niveaux d'énergie, dont la différence vaut $\hbar\omega_{21}$, tel qu'illustré à la figure 2.3, Einstein mit en évidence les phénomènes d'absorption, d'émission spontanée et d'émission stimulée. Le phénomène d'absorption correspond à l'excitation d'un atome, c'est-à-dire au passage d'un électron du niveau d'énergie inférieur $|1\rangle$ vers le niveau d'énergie supérieur $|2\rangle$, suite à l'interaction du système avec un photon d'une énergie égale à $\hbar\omega_{21}$ et à sa disparition. L'émission spontanée, elle, correspond à la désexcitation d'un atome, c'est-à-dire au passage d'un électron du niveau d'énergie supérieur $|2\rangle$ vers le niveau d'énergie inférieur $|1\rangle$, et à l'émission simultanée d'un photon d'une énergie égale à $\hbar\omega_{21}$. Enfin, l'émission stimulée correspond à l'émission de deux photons identiques, d'énergie égale à $\hbar\omega_{21}$, suite à l'interaction de l'atome excité avec un photon d'une énergie égale à $\hbar\omega_{21}$.

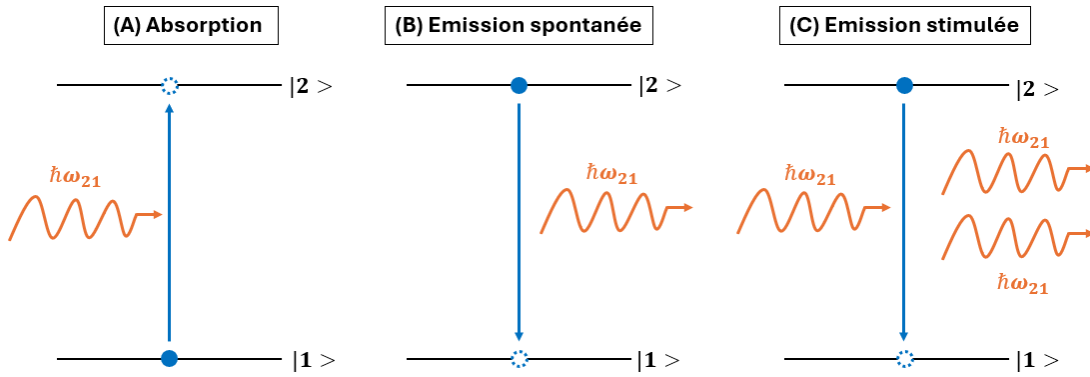


FIGURE 2.3 – Représentation des trois processus fondamentaux d'interaction lumière-matière dans le cas d'un système à deux niveaux d'énergie ($|1\rangle$ et $|2\rangle$). A gauche, le processus d'absorption (A), qui correspond à l'excitation de l'atome suite à l'interaction avec un photon d'une énergie égale à $\hbar\omega_{21}$. Au centre, le processus d'émission spontanée (B), qui correspond à la désexcitation de l'atome et à l'émission d'un photon d'une énergie égale à $\hbar\omega_{21}$. A droite, le processus d'émission stimulée (C), qui correspond à l'émission de deux photons identiques, d'énergie égale à $\hbar\omega_{21}$, suite à l'absorption d'un photon et à la désexcitation de l'atome.

Einstein alla plus loin et décrivit également le taux auquel ces trois processus ont lieu [19]. Le taux d'absorption par unité de volume $\frac{\partial N}{\partial t}$ de photons d'énergie égale à $\hbar\omega_{21}$ vaut $N_1 B_{12} \rho(\omega_{21})$, où N_1 est la densité de population du niveau d'énergie inférieur $|1\rangle$ et $\rho(\omega_{21})$ est la densité d'énergie de radiation électromagnétique de fréquence ω_{21} . B_{12} est appelé le *coefficient d'Einstein* pour l'absorption. De la même manière, le taux d'émission spontanée par unité de volume est égal à $N_2 A_{21}$, où N_2 est la densité de population du niveau d'énergie supérieur $|2\rangle$. A_{21} est appelé le coefficient d'Einstein pour l'émission spontanée. Enfin, le taux d'émission stimulée par unité de volume est égal à $N_2 B_{21} \rho(\omega_{21})$. B_{21} est appelé le coefficient d'Einstein pour l'émission stimulée.

En 1946, E.M. Purcell mit en évidence l'effet qui porte son nom, à savoir l'*effet Purcell* [1]. Celui-ci décrit l'influence que possède l'environnement d'un émetteur sur son taux d'émission spontanée, à travers la variation du coefficient d'Einstein A_{21} . En fonction de l'environnement dans lequel il est placé, un émetteur peut donc voir ses propriétés d'émission être complètement inhibées ou être fortement augmentées.

Cet effet est quantitativement caractérisé par le *facteur de Purcell* F_P . Celui-ci décrit la variation du coefficient d'Einstein pour l'émission spontanée en fonction de l'environnement en rapportant la valeur de celui-ci dans l'environnement considéré A'_{21} par rapport à sa valeur dans le vide A_{21} [1] :

$$F_P = \frac{A'_{21}}{A_{21}}. \quad (2.11)$$

En repartant de la règle d'or de Fermi, il est possible d'exprimer le facteur de Purcell pour un émetteur placé au sein d'une cavité résonante à partir des caractéristiques de celle-ci, à savoir le facteur de qualité Q et le volume de mode V [11]. Pour un émetteur parfait placé au centre d'une cavité résonante, le facteur de Purcell est donné par [1, 11] :

$$F_P = \frac{3}{4\pi^2} \left(\frac{\lambda_0}{n} \right)^3 \frac{Q}{V} = \frac{3}{4\pi^2} \frac{Q}{V_{eff}} \quad (2.12)$$

où λ_0 est la longueur d'onde dans le vide, $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$ l'indice de réfraction de la cavité, Q le facteur de qualité et V le volume de mode. Par émetteur parfait, on suppose que l'émetteur, un dipôle radiatif, est parfaitement adapté spectralement au mode de la cavité, qu'il est situé à un maximum du champ électrique, et enfin avec son dipôle aligné avec le champ électrique local [11]. Par ailleurs, il est important de noter que l'indice de réfraction n est supposé positif et différent de zéro. Pour des matériaux à indice de réfraction proche de zéro, tels que décrits à la section 2.6.1, le facteur de Purcell prend d'autres formes [20].

2.1.2 États liés dans le continuum (BIC)

Pour rappel, les états liés dans le continuum sont des modes dont la fréquence d'oscillation est comprise dans le continuum mais qui restent parfaitement localisés spectralement et spatialement. Ils ne subissent aucune perte d'énergie car ils sont complètement découplés des modes étendus qu'ils côtoient. Ces modes n'ont donc aucun canal pour faire fuir leur énergie. Les propriétés des BIC ont donné naissance à de nombreuses applications, notamment des lasers, des capteurs, des filtres et des fibres à faibles pertes [3].

L'absence de couplage des BIC avec les modes étendus du continuum implique que les BIC ne peuvent être excités par de tels modes [3]. Autrement dit, dans une expérience de diffusion, des ondes venant de l'infini ne peuvent pas exciter les BIC car ces derniers sont complètement découplés des ondes rayonnantes et sont invisibles dans ce sens. C'est pour cette raison que les BIC sont parfois appelés modes piégés intégrés (*embedded trapped modes* en anglais).

La grande majorité des BIC proposés théoriquement et la totalité de ceux observés expérimentalement ont été réalisés dans des structures étendues, c'est-à-dire des structures dont au moins une dimension s'étend à l'infini [3]. Les BIC sont en effet interdits dans des systèmes compacts à une seule particule.

Prenons une structure optique compacte à trois dimensions dans l'air, caractérisée par sa permittivité $\varepsilon(\mathbf{r})$ et sa perméabilité $\mu(\mathbf{r})$, et considérons une sphère de rayon R entourant la structure. À l'extérieur de la sphère, $\varepsilon(\mathbf{r}) = \mu(\mathbf{r}) = 1$. Par conséquent, les champs électrique $\mathbf{E}$ et magnétique $\mathbf{H}$ suivant l'équation de Helmholtz, il est possible de les développer en harmoniques sphériques et en fonctions de Hankel sphériques avec pour nombre d'onde $k = \frac{\omega}{c}$ [3]. Par définition, un BIC ne doit pas avoir de champ lointain rayonnant. Or, chaque terme de l'expansion des champs porte un flux de Poynting sortant et, par conséquent, tous les termes doivent être nuls. Ceci signifie que $\mathbf{E}$ et $\mathbf{H}$ doivent tous deux disparaître en dehors de la sphère, c'est-à-dire pour $|\mathbf{r}| > R$. En prenant pour hypothèses que $\varepsilon(\mathbf{r})$ et $\mu(\mathbf{r})$ sont finis et non-nuls, la continuité des champs exige que $\mathbf{E}$ et $\mathbf{H}$ soient nuls partout dans l'espace. Par conséquent, un tel BIC ne peut pas exister.

Cette démonstration n'étant valable que pour $\varepsilon(\mathbf{r})$ et $\mu(\mathbf{r})$ finis et non-nuls, il est possible de réaliser des BIC dans des ENZ (*Epsilon Near-Zero*), MNZ (*Mu Near-Zero*) ou EMNZ (*Epsilon and Mu Near-Zero*) (voir section 2.6.1). Les matériaux à indice de réfraction proche de zéro jouent le rôle de murs qui séparent spatialement le BIC des modes étendus. Ce type de structure a déjà été proposé pour des métaux autour de la fréquence plasma, où $\varepsilon \simeq 0$ [21, 22, 23]. Cependant, ces structures sont difficiles à réaliser en pratique car les pertes, liées à la partie imaginaire de ε , sont généralement très importantes à la fréquence plasma du métal.

Les BIC n'étant pas couplés aux modes étendus, ils ne perdent pas leur énergie. Ces modes sont donc caractérisés par un facteur de qualité Q théoriquement infini et une largeur de résonance nulle. En pratique cependant, le facteur de qualité est limité. Les BIC ne pouvant être réalisés que dans des structures étendues, leur observation expérimentale est limitée par les procédés de fabrication qui empêchent la réalisation pratique de BIC à facteur de qualité infini.

Il existe quatre grandes catégories de BIC [3]. La première sont les BIC dus à la symétrie. Le principe fondamental de ce type de BIC est que le couplage de certaines résonances avec les modes de rayonnement est interdit par la symétrie de la structure. Un exemple de ce type de BIC pour la photonique est donné à la section 2.4.

La seconde catégorie reprend les BIC dus à la séparabilité [3]. Ceux-ci sont similaires à ceux dus à la symétrie, à ceci près que le couplage entre les modes étendus et les modes résonants du continuum est désormais rendu impossible par la séparabilité et non la symétrie. Les BIC résultant d'un choix particulier des paramètres forment la troisième catégorie. Enfin, la dernière catégorie sont les BIC réalisés par construction inverse.

2.2 Cristaux photoniques

Un cristal photonique est un dispositif optique présentant un arrangement périodique de matériaux diélectriques [2]. Cet arrangement périodique donne lieu à une symétrie de translation discrète. Différents types de cristaux photoniques sont représentés à la figure 2.4. Ces dispositifs sont dits à une dimension (1D) si cet arrangement périodique est présent dans une seule direction de l'espace et qu'une symétrie de translation continue est présente dans les deux autres directions. Les cristaux photoniques à deux dimensions (2D) présentent eux un arrangement périodique dans deux directions de l'espace et une symétrie de translation continue dans la dernière direction. Enfin, les cristaux photoniques à trois dimensions (3D) présentent un arrangement périodique dans les trois directions de l'espace. L'objectif de tels cristaux est de contrôler complètement la propagation de la lumière grâce aux propriétés uniques qu'ils présentent. Certaines de ces propriétés sont décrites plus loin.

Ce type de dispositif optique présente de nombreuses similitudes avec les cristaux électroniques en physique du solide [2]. Un cristal électronique présente un arrangement périodique d'atomes formant un réseau cristallin. Ces atomes sont la source d'un potentiel périodique dans lequel les électrons se déplacent. Le comportement de ces électrons peut être compris en prenant en compte leur nature ondulatoire et en s'intéressant aux phénomènes de diffusion cohérente de l'onde électronique. Ceci permet d'expliquer les propriétés de conduction des matériaux ou encore la présence de bandes interdites [24].

De la même manière, les cristaux photoniques présentent un arrangement périodique de milieux diélectriques. Le rôle du potentiel électronique est ici joué par la fonction diélectrique, elle-aussi périodique spatialement. Les électrons, quant à eux, sont ici remplacés par les photons, présentant également la dualité onde-corpuscule. Les diffusions cohérentes des ondes électromagnétiques permettent de comprendre le comportement de la lumière dans les cristaux photoniques et d'en contrôler la propagation.

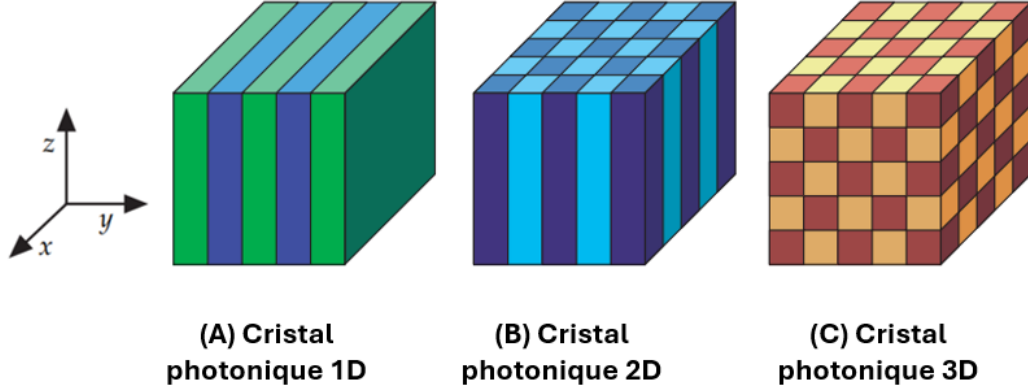


FIGURE 2.4 – Représentation des trois types de cristaux photoniques. (A) Cristal photonique 1D. Ces cristaux présentent une périodicité de leur fonction diélectrique dans une seule direction de l'espace. Cette périodicité donne lieu à une symétrie de translation discrète dans cette direction et à une symétrie de translation continue dans les deux autres. (B) Cristal photonique 2D. Ces cristaux présentent une périodicité de leur fonction diélectrique dans deux directions de l'espace qui donne lieu à une symétrie de translation discrète dans ces directions et à une symétrie de translation continue dans la direction restante. (C) Cristal photonique 3D. Ces cristaux présentent une périodicité de leur fonction diélectrique dans toutes les directions de l'espace qui donne lieu à une symétrie de translation discrète dans toutes les directions. Adapté de [2].

Dans un cristal électronique, le comportement des électrons est décrit par sa fonction d'onde scalaire $\Psi(\mathbf{r}, t)$. L'évolution de cette dernière est régie par une équation aux valeurs propres, appelée équation de Schrödinger $\hat{H}\Psi(\mathbf{r}, t) = E\Psi(\mathbf{r}, t)$, dont l'opérateur $\hat{H}$ est appelé *Hamiltonien* et ses valeurs propres sont les énergies du système [25].

Le même raisonnement s'applique aux cristaux photoniques et aux ondes électromagnétiques [2]. Le comportement de celles-ci est, en toute généralité, régi par les quatre équations de Maxwell. Celles-ci sont, en l'absence de source, c'est-à-dire pour une densité de charges $\rho(\mathbf{r}, t) = 0$ et une densité de courant $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{0}$:

$$\nabla \cdot (\varepsilon(\mathbf{r}, t)\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)) = 0 \quad (2.13)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (2.14)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (2.15)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \varepsilon(\mathbf{r}, t) \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (2.16)$$

avec $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ le champ électrique au point $\mathbf{r}$ et au temps t , $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ le champ magnétique, $\varepsilon(\mathbf{r}, t)$ la permittivité électrique, ε_0 la permittivité électrique du vide et μ_0 la perméabilité magnétique du vide.

En prenant certaines hypothèses, il est possible de ramener ces équations à une équation aux valeurs propres. On considère des milieux non-magnétiques ($\mu = 1$), non-dispersifs ($\varepsilon(\mathbf{r})$ indépendant de la fréquence) et non-absorbants ($\varepsilon(\mathbf{r}, t)$ réel et positif). Le milieu considéré est inhomogène et formé d'un ensemble de couches homogènes, de telle sorte que la permittivité $\varepsilon(\mathbf{r})$ ne dépend que de la position dans le milieu. De plus, le milieu est également supposé linéaire, isotrope et macroscopique, de sorte que $\varepsilon(\mathbf{r})$ soit un champ scalaire. Enfin, on suppose une dépendance harmonique des champs de la forme $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r})e^{-i\omega t}$, avec ω la fréquence angulaire d'oscillation de l'onde électromagnétique. Cette hypothèse permet de séparer les dépendances temporelles et spatiales des champs grâce à la linéarité des équations de Maxwell.

Sous ces hypothèses, les équations de Maxwell se ramènent à la forme suivante [2] :

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\epsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) \right) = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}). \quad (2.17)$$

On reconnaît une équation aux valeurs propres de la forme :

$$\Theta \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}). \quad (2.18)$$

avec $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ la vitesse de la lumière dans le vide. L'opérateur :

$$\Theta \equiv \nabla \times \left(\frac{1}{\epsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \right) \quad (2.19)$$

est appelé *Maxwellien*. Celui-ci est l'équivalent en photonique de l'Hamiltonien en électronique, ses valeurs propres étant ici proportionnelles au carré des fréquences propres du système. Par ailleurs, les états propres du système ne sont désormais plus les fonctions d'onde des électrons, mais plutôt les profils spatiaux des modes harmoniques du champ magnétique $\mathbf{H}(\mathbf{r})$.

L'opérateur Θ étant linéaire, toute combinaison linéaire de solutions $\alpha \mathbf{H}_1 + \beta \mathbf{H}_2$ est aussi une solution du problème. Par ailleurs, cet opérateur est hermitien et semi-défini positif, ses valeurs propres sont donc toutes réelles et positives. De plus, les différents modes $\mathbf{H}_i$ sont orthogonaux entre eux s'ils ne sont pas dégénérés. Enfin, le champ électrique $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ peut être déduit directement du champ magnétique grâce aux équations de Maxwell :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{i}{\omega \epsilon_0 \epsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}). \quad (2.20)$$

2.2.1 Structure de bandes

Au sein d'un cristal électronique, la périodicité du potentiel permet de décrire la fonction d'onde à l'aide du théorème de Bloch. De la même manière, pour un cristal photonique, la symétrie de translation discrète engendrée par l'arrangement périodique de matériaux diélectriques permet de décrire les modes propres du cristal à l'aide du *théorème de Bloch* également [2]. Par conséquent, la partie spatiale du champ électromagnétique peut être décrite comme le produit d'une onde plane $e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}$ et d'une fonction périodique $\mathbf{u}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ et est appelée mode de Bloch :

$$\mathbf{H}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \mathbf{u}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \quad (2.21)$$

où $\mathbf{k}$ est le vecteur d'onde de Bloch qui s'écrit comme une combinaison linéaire des vecteurs de base du réseau réciproque associé au cristal. Les modes de Bloch satisfont la même relation de périodicité $\mathbf{u}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \mathbf{u}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r} + \mathbf{a})$ que la permittivité électrique.

Grâce à la périodicité, les modes de Bloch séparés par une combinaison linéaire des vecteurs de base du réseau réciproque sont indiscernables physiquement et forment un ensemble dégénéré de modes de même fréquence [2]. Pour cette raison, on ne s'intéresse qu'aux valeurs non-redondantes de $\mathbf{k}$. Ces valeurs forment une région de l'espace réciproque dénommée *zone de Brillouin* (ZB).

Il est donc suffisant de résoudre l'équation 2.18 pour les modes de Bloch pour des vecteurs d'onde restreints à la première ZBI. On obtient un ensemble discret de modes de Bloch permis pour chaque vecteur d'onde $\mathbf{k}$ de la ZBI. Afin de classer les modes par fréquence croissante, chaque mode propre d'un même vecteur d'onde est étiqueté par un indice n . Les modes d'un même indice n au sein de la ZBI forment une *bande photonique*. L'ensemble des modes propres $\omega_n(\mathbf{k})$ forme ce qui est appelé la *structure de bandes* du cristal.

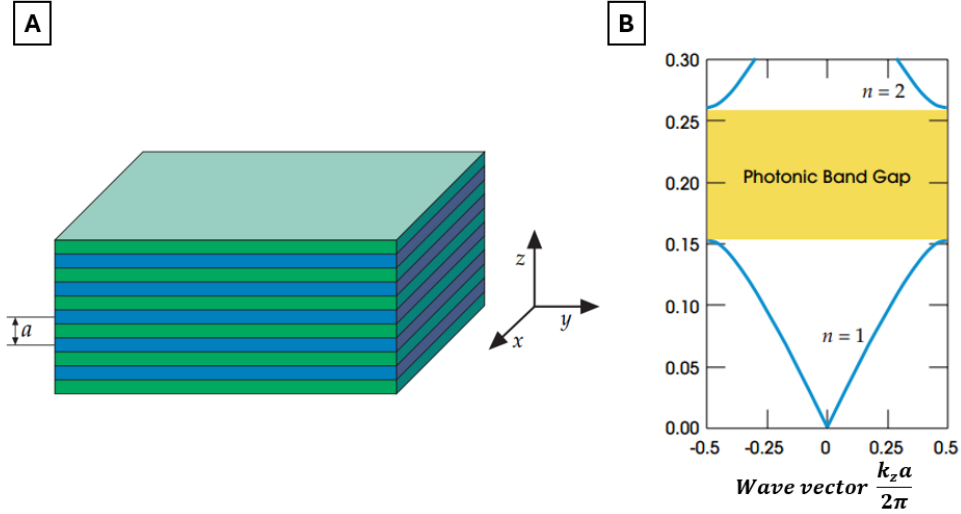


FIGURE 2.5 – (A) Cristal photonique 1D formé par un empilement de couches de matériaux diélectriques de permittivité diélectrique différente. (B) Structure de bandes de ce cristal photonique. On observe une gamme de fréquences pour laquelle aucun mode électromagnétique n'existe, quel que soit le vecteur d'onde. Cette gamme de fréquences est appelée *bande interdite photonique*, ou *photonic band gap* en anglais. Adapté de [2].

Il est important de noter que le vecteur d'onde $\mathbf{k}$ ne présente une symétrie de translation discrète que dans les directions pour lesquelles la permittivité électrique $\varepsilon(\mathbf{r})$ est périodique. Par exemple, pour un cristal infini périodique dans la direction z , comme le cristal de la figure 2.5, le vecteur d'onde $\mathbf{k}$ présente une symétrie de translation discrète dans cette direction (k_z) ainsi qu'une symétrie de translation continue dans le plan (x, y) . Tandis que la symétrie de translation discrète restreint les valeurs prises par k_z à la ZBI, aucune restriction ne s'opère sur les valeurs prises par $\mathbf{k}_{\parallel} = (k_x, k_y)$. Le diagramme de bandes donne donc les modes propres pour chaque valeur de k_z dans la ZBI et ce, pour une valeur fixée de $\mathbf{k}_{\parallel}$.

En fonction des matériaux utilisés et de leur structure, certains cristaux photoniques présentent des bandes interdites au sein de leur structure de bandes [2]. A nouveau, cette propriété peut être comparée aux bandes interdites des cristaux électroniques. Le cristal photonique de la figure 2.5 possède une telle bande interdite. Celle-ci consiste en une gamme de fréquences au sein de laquelle aucun mode propagatif n'existe, quel que soit le vecteur d'onde considéré. Une onde électromagnétique ayant une fréquence comprise dans la bande interdite d'un cristal photonique 1D, telle que celui de la figure 2.5, est confinée dans le plan orthogonal à la direction de périodicité. Pour un cristal à périodicité 2D, une telle onde est confinée dans la direction orthogonale au plan de périodicité. Enfin, dans un cristal photonique 3D, aucune onde ne peut se propager en son sein.

2.2.2 Cristaux photoniques ouverts

Les cristaux photoniques décrits plus haut peuvent devenir des systèmes ouverts en les terminant dans au moins une direction de l'espace. Ces cristaux possèdent donc désormais une taille finie pour au moins une dimension. Prenons par exemple le cristal représenté sur la figure 2.6. Celui-ci consiste en une bande de diélectrique, de largeur et d'épaisseur finies, dans laquelle sont périodiquement perforés des trous d'air.

Un tel cristal photonique possède une seule direction de périodicité, selon x . Il est fini dans les deux autres directions y et z . Au sein d'un tel cristal, un mode électromagnétique est confiné par la bande interdite du cristal dans la direction de périodicité (ici x) et par réflexion interne totale dans les autres directions (ici y et z) [2, 4].

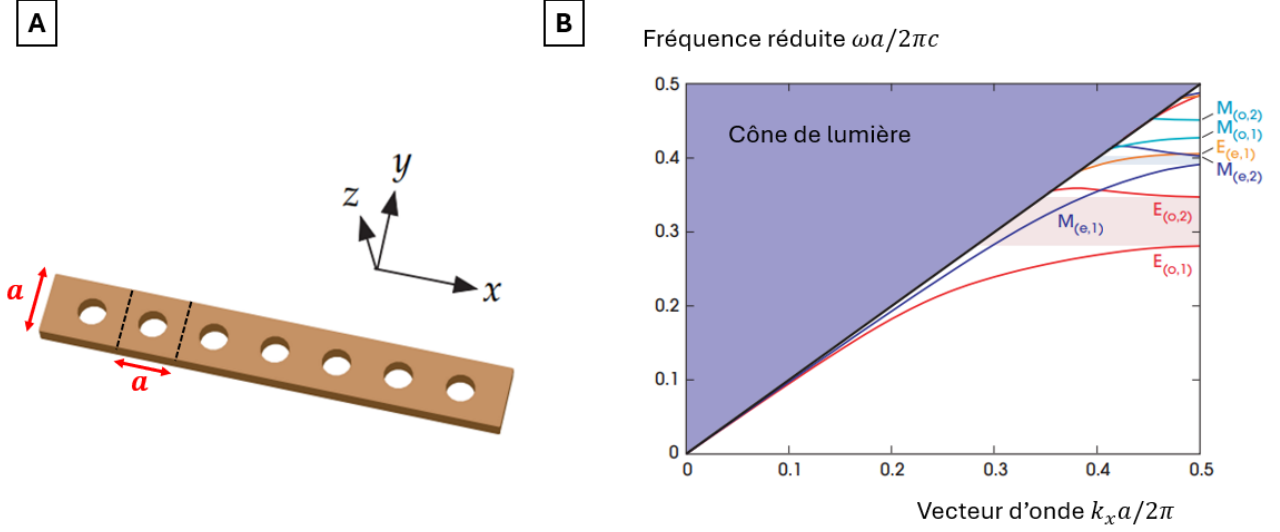


FIGURE 2.6 – Cristal photonique 1D (A) dont la largeur (selon y) et l'épaisseur (selon z) sont finies. La direction de périodicité est selon x . Le cristal consiste en une bande de diélectrique dans laquelle sont perforés des trous circulaires avec une période a . La structure de bandes de ce cristal est également représentée (B). Deux types de modes sont présents. Les modes propagatifs dans l'air sont situés au-dessus de la droite de lumière, dans ce qui est appelé le cône de lumière. Les modes guidés au sein du cristal sont représentés en couleur, sous la droite de lumière, qui est elle en noir sur la figure. Reproduit et adapté de [2].

Un tel cristal photonique ayant au moins une dimension finie est désormais considéré comme un système ouvert puisqu'il peut désormais échanger de l'énergie et des photons avec son environnement, ici l'air. Ceci implique que les modes propagatifs au sein du cristal peuvent désormais se coupler aux modes étendus dans l'air. Ce couplage introduit par conséquent des pertes d'énergie par radiation au sein du cristal [2, 4].

Reprenons la figure 2.6 et regardons cette fois la structure de bandes du cristal. La relation de dispersion de la lumière dans le vide, appelée *droite de lumière*, est représentée en noir sur la structure de bande. Elle a pour équation $\omega = k_{\parallel}c$, où ici $k_{\parallel} = k_x$ et $k_{\perp}^2 = k_y^2 + k_z^2$. Cette droite permet de classer les modes en deux catégories.

Au-dessus de la droite de lumière s'étend le continuum de modes étendus dans et autour du cristal. Ces modes propagatifs dans les directions y et z ont des composantes k_y et k_z réelles, leur dépendance en y et z pouvant être exprimée sous la forme d'une onde plane $e^{i(k_z z + k_y y)}$. Ces modes propagatifs sont qualifiés de *modes étendus*. De tels modes se situent au-dessus de la droite de lumière (d'équation $k_x^2 = (\frac{\omega_{\parallel}}{c})^2$) car $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = (\frac{\omega}{c})^2 > (\frac{\omega_{\parallel}}{c})^2$ où $\omega_{\parallel} = ck_{\parallel}$ correspond à une onde sans composantes k_y et k_z . Ces modes étendus sont dans la zone bleutée du diagramme de bandes.

En-dessous de la droite de lumière s'étendent les modes guidés au sein du cristal. Ces modes confinés dans les directions y et z par réflexion interne totale décroissent exponentiellement dans ces directions. Ils possèdent ainsi des composantes k_y et k_z imaginaires. De tels modes se situent en-dessous de la droite de lumière car $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = (\frac{\omega}{c})^2 < (\frac{\omega_{\parallel}}{c})^2$. Ces modes guidés forment des bandes tracées en couleurs.

2.3 Cavités optiques à modes de défaut

Des cavités optiques peuvent être réalisées à l'aide de cristaux photoniques. Pour ce faire, il suffit d'introduire un défaut au sein de tels cristaux. Ceci a pour effet de permettre l'existence d'un mode localisé au sein du défaut.

2.3.1 Modes de défaut

Il existe différentes façon d'introduire un défaut au sein d'un cristal photonique. Pour un cristal photonique 1D tel que celui de la figure 2.5, il est possible d'augmenter l'épaisseur d'une couche ou d'en modifier la permittivité électrique [2]. La figure 2.7 reprend un cristal photonique 1D similaire à celui de la figure 2.5 mais pour lequel un défaut a été introduit en augmentant l'épaisseur d'une couche de d_2 à d'_2 .

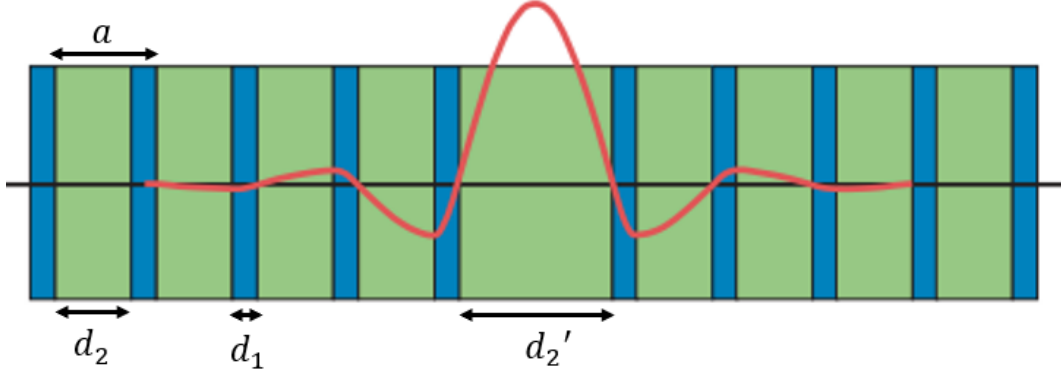


FIGURE 2.7 – Vue en coupe d'un cristal photonique 1D au sein duquel un défaut a été introduit. Le défaut correspond à une modification de l'épaisseur d'une couche, celle-ci passant de d_2 à d'_2 . L'intensité du champ électrique est représentée en rouge. On observe bien que le champ est localisé au sein du défaut et qu'il décroît exponentiellement dès qu'il pénètre dans le cristal. Repris de [2].

L'introduction d'un défaut a pour effet de briser la symétrie de translation discrète du cristal et permettre l'existence d'un mode localisé dont la fréquence est située dans la bande interdite du cristal [2]. En effet, aucun mode étendu ne pouvant exister au sein de la bande interdite, un mode de défaut est nécessairement localisé. Un tel mode décroît donc exponentiellement lorsqu'il pénètre dans le cristal. L'intensité du champ électrique du mode de défaut est représentée en rouge sur la figure 2.7. On observe bien que l'intensité du mode est plus importante au sein du défaut et décroît rapidement dès que l'on pénètre dans le cristal.

Un point de vue intéressant est de regarder le défaut comme l'interface entre deux cristaux photoniques semi-infinis parfaitement périodiques situés à droite et à gauche du défaut. Le mode ayant une fréquence située dans la bande interdite des deux cristaux semi-infinis, ceux-ci agissent comme des miroirs qui piègent la lumière au sein du défaut. Les modes étant localisés au sein du défaut, ils sont quantifiés et leur spectre de fréquences est discret.

La figure 2.8 reprend la densité de modes optiques d'un cristal suite à l'introduction d'un défaut. Cette grandeur est définie comme le nombre de modes optiques par unité de fréquence et par unité de volume et représente la distribution des états disponibles pour les photons. Cette densité de modes optiques est bien nulle partout dans la bande interdite, excepté pour la fréquence du mode localisé ω_d . Pour cette fréquence, la densité de modes est une delta de Dirac $\delta(\omega - \omega_d)$.

2.3.2 Modes de défaut au sein de cristaux photoniques ouverts

Bien qu'un mode de défaut au sein d'un cristal photonique ayant une périodicité 3D pourrait permettre de confiner la lumière dans les trois directions de l'espace, la grande difficulté de fabrication des cristaux 3D les

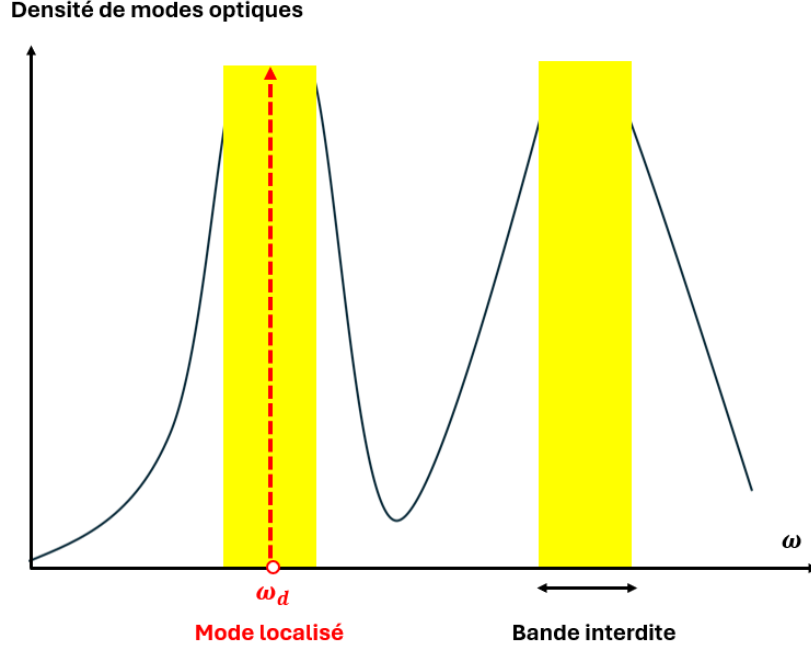


FIGURE 2.8 – Densité de modes optiques d’un cristal photonique générique au sein duquel un défaut a été introduit. La densité de modes optiques est nulle au sein des bandes interdites du cristal (jaune). L’introduction d’un défaut a pour effet de permettre l’existence d’un mode localisé dont la fréquence est située au sein d’une bande interdite. Ce mode localisé apporte une contribution à la densité de modes optiques du cristal sous la forme d’un delta de Dirac (rouge). Reproduit et adapté de [2].

rend peu utilisés [2]. Pour cette raison, la recherche s’est plutôt concentrée sur le développement de cristaux planaires ayant une périodicité dans une ou deux directions de l’espace et ayant une épaisseur finie. L’avantage de ce type de dispositif est d’être aisé à fabriquer grâce à des méthodes issues de la microélectronique, ce qui permet de les intégrer au sein d’une puce photonique en conservant l’industrie développée pour l’électronique.

Des cavités optiques peuvent être réalisées en introduisant un défaut au sein de ce type de cristal ouvert. Ceci peut être réalisé en augmentant la distance entre deux trous, par exemple. De la même manière que pour les cristaux photoniques infinis, un mode confiné au sein du défaut est créé. Cependant, le cristal étant désormais de taille finie selon y et z , ce mode de défaut peut se coupler aux modes étendus autour du cristal [2, 4]. En effet, la bande interdite est désormais incomplète. Il existe des modes à l’intérieur du cône de lumière quelle que soit la fréquence. Le mode de défaut peut ainsi se coupler avec des modes de même fréquence à l’intérieur du cône de lumière.

La figure 2.9 représente un tel cristal photonique ouvert avec un mode de défaut. La composante selon z du champ magnétique y est superposée. On observe bien que le champ est partiellement confiné au sein du défaut mais qu’il ne l’est cependant pas totalement, celui-ci fuyant vers l’environnement du cristal.

Un cristal photonique ouvert avec un mode de défaut est donc une cavité optique telle que décrite à la section 2.1. Le mode de défaut agit comme un mode de résonance perdant son énergie au cours du temps à cause de son couplage avec les modes étendus.

2.3.3 Etat de l’art

Le tableau 2.1 présente les performances d’une sélection de cavités résonantes à modes de défaut au sein de cristaux photoniques provenant de la littérature. On observe que, de façon générale, ce type de cavité résonante présente un faible volume de mode normalisé, la plupart du temps inférieur à 1. Cependant, le

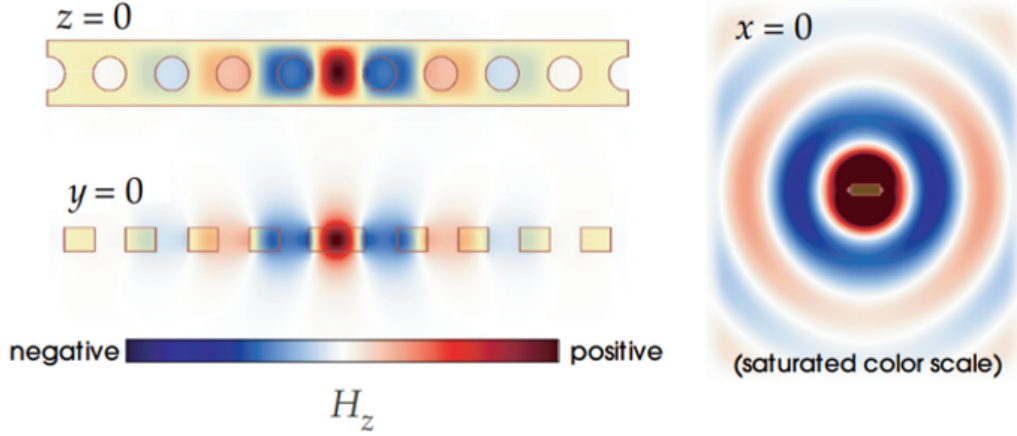


FIGURE 2.9 – Distribution de la composante selon z du champ magnétique pour un cristal photonique ouvert présentant un défaut. Le cristal correspond à celui de la figure 2.6, pour lequel un défaut a été introduit en augmentant l'espace entre deux perforations. On observe que le champ est concentré au sein du défaut, comme attendu. Cependant, le cristal ayant une largeur et une épaisseur finies, le mode de défaut peut se coupler aux modes étendus de l'air et perdre son énergie à travers ce couplage. Le panneau de droite, pour $x = 0$, met en évidence ce couplage. Repris de [2].

facteur de qualité de ces structures est rarement élevé, la plupart des cavités présentées ayant un facteur de qualité inférieur à 10^5 . Enfin, on peut constater qu'un compromis semble exister entre un grand facteur de qualité et un petit volume de mode pour ce type de cavité. En effet, la cavité possédant le plus petit volume de mode ($V = 0.017$) présente un petit facteur de qualité ($Q = 1.2 \cdot 10^4$) tandis que la cavité présentant le second plus grand facteur de qualité ($Q = 4.33 \cdot 10^7$) possède le plus grand volume de mode ($V = 1.75$).

Ce compromis constitue un problème pour obtenir un facteur de Purcell important. En effet, au vu de l'équation 2.12, la cavité optique idéale présenterait le plus grand facteur de qualité et le plus petit volume de mode possible. Le facteur de Purcell des cavités résonantes présentées varie entre 60.8 et $5.07 \cdot 10^7$. Par ailleurs, les facteurs de Purcell les plus élevés sont atteints par des structures théoriques.

Longueur d'onde [nm]	Q	$V \left(\frac{\lambda}{n}\right)^{-3}$	F_P	Réalisation expérimentale ?	Référence
937	$1.2 \cdot 10^3$	0.55	166	Oui	[26]
900	$4.5 \cdot 10^4$	0.5	6840	Non	[27]
1520	$1.2 \cdot 10^4$	0.017	$5.36 \cdot 10^4$	Oui	[28]
1600	10^5	0.2	$3.8 \cdot 10^4$	Non	[29]
1550	$2.5 \cdot 10^2$	0.3125	60.8	Oui	[30]
1040	$5.97 \cdot 10^4$	0.67	6770	Non	[31]
1315	$2.47 \cdot 10^4$	0.88	2130	Non	[32]
1567	$7.5 \cdot 10^6$	1.4	$4.07 \cdot 10^5$	Non	[33]
1630	10^8	0.15	$5.07 \cdot 10^7$	Non	[34]
1568	$4.33 \cdot 10^7$	1.75	$1.88 \cdot 10^6$	Non	[35]

TABLE 2.1 – Performances d'une sélection de cavités résonantes à modes de défaut au sein de cristaux photoniques provenant de la littérature. Compilé à l'aide de [5].

2.4 Cavités optiques à états liés dans le continuum

Pour rappel, les états liés dans le continuum (BIC) sont des modes dont la fréquence d'oscillation est comprise dans le continuum mais qui restent parfaitement localisés. Ils ne subissent aucune perte d'énergie car ils sont complètement découplés des modes étendus qu'ils côtoient. Ces modes n'ont donc aucun canal pour dissiper leur énergie.

Parmi les structures étendues capables de supporter des BIC, les structures photoniques présentent un intérêt particulier en raison de la flexibilité exceptionnelle des matériaux et de leur configuration [2, 3]. Cette adaptabilité permet de faciliter l'obtention de BIC par rapport aux systèmes quantiques. Au sein des structures photoniques supportant des BIC, la majorité sont des cristaux photoniques, caractérisés par une périodicité dans au moins une direction spatiale. Pour ces cristaux, les BIC ne sont localisés que dans les directions non-périodiques. Par exemple, pour un cristal périodique selon x et y , un BIC n'est confiné que selon z . Pour un tel cristal, comme la symétrie de translation conserve le vecteur d'onde $k_{\parallel} = (k_x, k_y)$, un mode est considéré comme un BIC lorsqu'il existe dans le spectre continu des modes au même $k_{\parallel}$ mais reste localisé et ne rayonne pas dans la direction z . Ces BIC sont typiquement trouvés pour des vecteurs d'onde isolés.

Parmi les différents types de BIC, ceux dus à la symétrie sont les plus courant en photonique et permettent de réaliser des cavités optiques. Le principe fondamental des BIC dus à la symétrie est que le couplage de certaines résonances avec les modes de rayonnement est interdit par la symétrie de la structure [3]. Ce type de BIC se retrouve régulièrement dans des structures périodiques telles que des cristaux photoniques. La figure 2.10 reprend un cristal photonique formé par une plaque de diélectrique d'épaisseur finie selon z et présentant un réseau périodique de trous d'air dans le plan (x, y) .

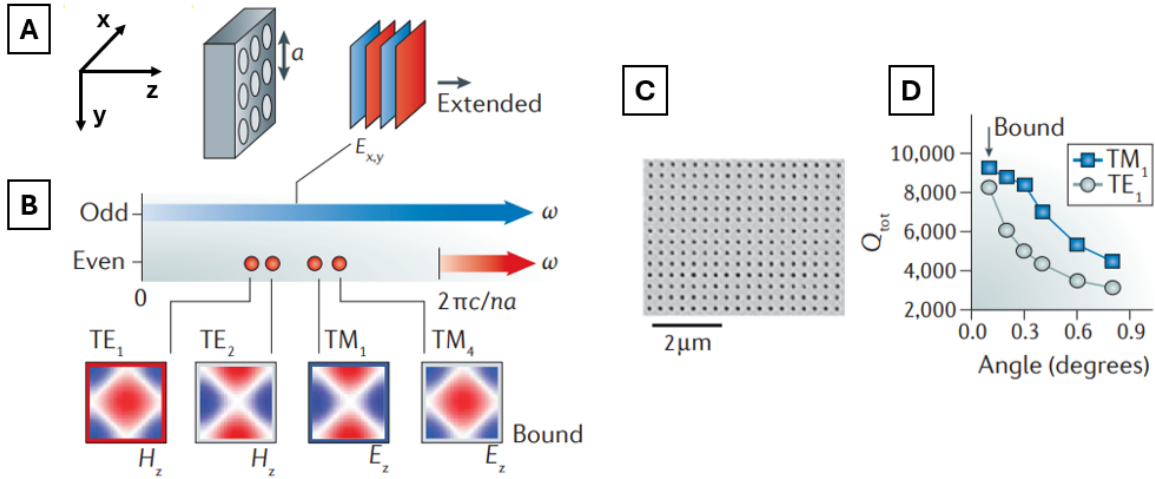


FIGURE 2.10 – (A) Cristal photonique 2D formé par une plaque de diélectrique d'épaisseur finie selon z et présentant un réseau périodique de trous d'air dans le plan (x, y) . Le cristal possède une symétrie de rotation de 180 degrés autour de l'axe z (symétrie C_2). (B) Au point Γ et pour des fréquences inférieures à la limite de diffraction $\omega_c = \frac{2\pi c}{na}$, les modes qui sont pairs sous C_2 ne peuvent pas rayonner parce que les ondes planes dans la direction normale sont impaires sous C_2 . (C) Cristal photonique de très grande surface réalisé expérimentalement pour l'observation de BIC. (D) Mesures du facteur de qualité en fonction de l'angle d'incidence de la lumière [36]. On constate que, loin de la direction normale, correspondant à des valeurs de θ croissantes, c'est-à-dire loin du point Γ , les états liés deviennent fuyants, comme la diminution du facteur de qualité le montre. Repris de [3].

En raison de la périodicité dans les directions x et y , les modes du cristal peuvent être désignés par $k_{\parallel} = (k_x, k_y)$. Lorsque la symétrie de rotation de 180 degrés autour de l'axe z (C_2) est préservée (par exemple, à $k_{\parallel} = (0, 0)$, communément appelé le point Γ), les modes pairs et impairs par rapport à C_2 sont découplés.

À des fréquences inférieures à la limite de diffraction $\omega_c = \frac{2\pi c}{na}$ (où a est la périodicité du cristal, n est l'indice de réfraction du milieu environnant et c est la vitesse de la lumière dans le vide), les seuls modes rayonnants sont des ondes planes dans la direction normale z , les vecteurs de champs électrique et magnétique étant impairs sous C_2 . Par conséquent, tout mode pair au point Γ est un BIC car il n'existe pas de mode rayonnant à parité pair. Loin du point Γ , ces BIC commencent à se coupler au rayonnement, car ils ne sont plus protégés par la symétrie C_2 .

Ce type de BIC a pu être observé expérimentalement sur des cristaux photoniques de très grandes surfaces, tels que représentés à la figure 2.10. Ils ont également pu être caractérisés quantitativement à partir du facteur de qualité des résonances [36]. Ces résultats sont indiqués à la figure 2.10. On y observe des facteurs de qualité Q proche de 10^4 pour une lumière à incidence normale, c'est-à-dire autour du point Γ .

2.4.1 État de l'art

Le tableau 2.2 présente les performances d'une sélection de cavités résonantes par Bound states In the Continuum (BIC) provenant de la littérature. De façon générale, ce type de cavité présente un très grand volume de mode, largement supérieur au volume de mode présenté par les cristaux photoniques à modes de défaut (voir table 2.1). Ce très grand volume de mode limite fortement le facteur de Purcell de ces cavités résonantes. Seule une de ces cavités se distingue par un grand facteur de Purcell ($F_P = 4.63 \cdot 10^6$) grâce à un très grand facteur de qualité ($Q = 10^{10}$). Cependant, celle-ci est la seule à ne pas avoir été réalisée expérimentalement. Ceci est dû à une des principales limitations des BIC. En effet, le facteur de qualité de ce type de structures est très sensible aux défauts de fabrication qui surviennent lors du passage des simulations numériques à la réalisation expérimentale. le facteur de qualité diminuant de plusieurs ordres de grandeur [5].

Longueur d'onde [nm]	Q	$V \left(\frac{\lambda}{n} \right)^{-3}$	F_P	Réalisation expérimentale ?	Référence
1580	10^6	17.74	$4.28 \cdot 10^3$	oui	[37]
550	10^{10}	164	$4.63 \cdot 10^6$	non	[38]
1600	$7.3 \cdot 10^3$	14.47	38.34	oui	[39]
615	10^6	$4.29 \cdot 10^6$	0.02	oui	[40]
1588	$1.85 \cdot 10^4$	2043	0.69	oui	[41]

TABLE 2.2 – Performances d'une sélection de cavités résonantes par Bound states In the Continuum (BIC) provenant de la littérature. Compilé à l'aide de [5].

2.5 Cavités optiques à réseau de Moiré

Un réseau de Moiré est un réseau formé par un phénomène d'interférences spatiales entre deux réseaux de période proche. Ce phénomène peut être vu comme l'équivalent spatial du phénomène temporel de battement entre deux signaux périodiques de période temporelle proche. Lorsque deux ondes sonores de fréquences proches interfèrent, elles créent une variation périodique de l'intensité du signal, tel que représenté à la figure 2.11.

En photonique ou en électronique, un réseau de Moiré peut être formé par l'assemblage de deux cristaux de constante de réseau proche et placés à proximité [5, 6]. Cette situation est représentée à la figure 2.12. Les deux cristaux de départ ont respectivement une période spatiale a_1 et a_2 proches.

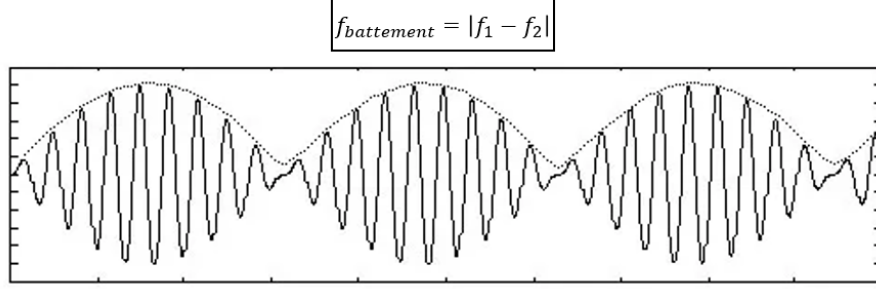


FIGURE 2.11 – Phénomène de battement temporel entre deux signaux de période proche. On observe la variation lente de l’enveloppe du signal avec une période $f_{\text{battement}} = |f_1 - f_2|$. Repris et modifié de [42]

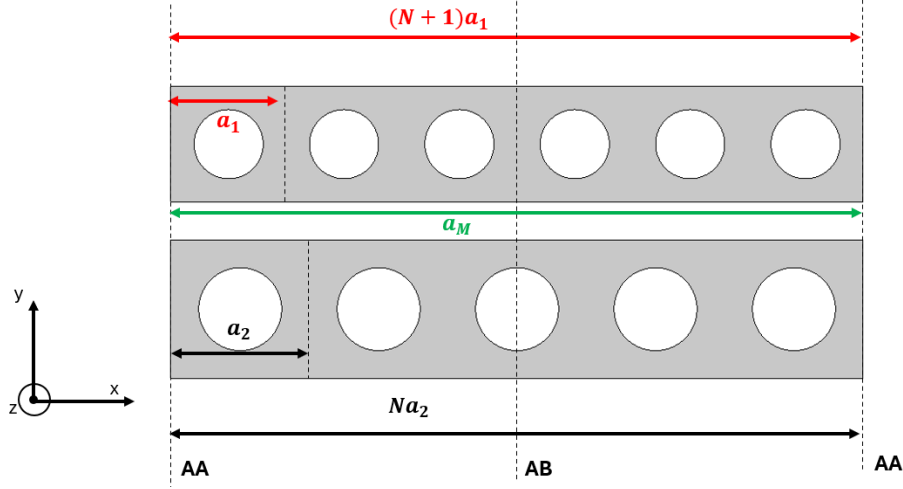


FIGURE 2.12 – Réseau de Moiré créé par deux cristaux à deux dimensions de constante de réseau a_1 et a_2 proches. Ces cristaux possèdent une cellule unité carrée présentant un trou en son centre. Les deux cristaux donnent naissance à un super-réseau de Moiré de période $a_M = Na_1 = (N + 1)a_2$. Les situations d’interférences constructives AA et destructives AB entre les deux réseaux sont indiquées en pointillés.

Dans un phénomène de battement temporel, l’enveloppe de l’intensité du signal varie au cours du temps avec une fréquence de battement $f_{\text{battement}} = |f_1 - f_2|$, où f_1 et f_2 sont les fréquences des signaux de départ. Ceci signifie que l’enveloppe du signal varie au cours du temps à une fréquence beaucoup plus faible que les deux signaux de départ. Cette variation lente de l’enveloppe est visible à la figure 2.11.

De la même manière, pour un réseau de Moiré, l’enveloppe du signal varie dans l’espace avec une fréquence spatiale, c’est-à-dire un vecteur d’onde $k_M = |k_1 - k_2|$, où $k_1 = \frac{2\pi}{a_1}$ et $k_2 = \frac{2\pi}{a_2}$ sont les vecteurs d’onde des réseaux de départ. Ceci signifie que l’enveloppe du signal varie spatialement à une fréquence spatiale beaucoup plus faible que les deux signaux de départ, c’est-à-dire avec une période $a_m = \frac{2\pi}{k_M}$ beaucoup plus grande. Cette période a_M est représentée pour l’exemple de la figure 2.12.

Le phénomène d’interférences entre les deux réseaux de période proche donne ainsi naissance à un troisième réseau de période appelé *super-réseau de Moiré*. Celui-ci est représenté à la figure 2.12. Ce super-réseau possède donc une période $a_M = Na_2 = (N + 1)a_1$ plus grande que celle des réseaux de départ. Afin de former un tel super-réseau, les périodes des deux réseaux générateurs doivent être liées par la relation de commensurabilité [5, 6] :

$$a_1 N = a_2 (N + 1) \quad (2.22)$$

où a_1 est la période du premier cristal et a_2 celle du second. N est appelé le *nombre de commensurabilité*. Ce paramètre entier fait le lien entre les périodes des deux réseaux. Par ailleurs, il est possible de définir les périodes a_1 et a_2 des réseaux formant le Moiré à partir d'un réseau de référence a_0 et du nombre de commensurabilité grâce aux formules suivantes :

$$a_1 = \frac{2N}{2N+1} a_0 < a_0 \quad (2.23)$$

$$a_2 = \frac{2N+2}{2N+1} a_0 > a_0. \quad (2.24)$$

Dans l'espace réciproque, la taille de la zone de Brillouin des réseaux de départ est donnée par $k_1 = \frac{2\pi}{a_1}$ et $k_2 = \frac{2\pi}{a_2}$. Le phénomène de Moiré donnant naissance à un réseau de période plus grande que les deux réseaux de départ, la zone de Brillouin qui lui est associée dans l'espace réciproque est ainsi plus petite que pour ces deux réseaux :

$$k_M = |k_1 - k_2| = \left| \frac{2\pi}{a_1} - \frac{2\pi}{a_2} \right| = \frac{2\pi}{a_0} \left(\frac{2N+1}{2N^2+2N} \right) = \frac{2\pi}{a_M}. \quad (2.25)$$

Le réseau de Moiré correspond donc à un phénomène d'interférences spatiales. En effet, pour chaque multiple entier de a_M , les deux réseaux d'origine a_1 et a_2 sont en phase, ils interfèrent constructivement. Cette situation, dénotée AA, est visible à la figure 2.12. A l'opposé, pour tout $(n + \frac{1}{2})a_M$ où n est un entier, les deux réseaux de départ sont en opposition de phase, ils interfèrent destructivement. Cette situation, dénotée AB, est également visible à la figure 2.12.

Le réseau de Moiré représenté à la figure 2.12 est un réseau de Moiré à une dimension. Il existe également des réseaux de Moiré à deux dimensions. Ceux-ci sont formés par la superposition de deux cristaux à deux dimensions dont l'un d'entre-eux subit une rotation d'un léger angle par rapport à l'autre autour d'un axe de rotation perpendiculaire au plan des cristaux. Ces cristaux sont alors dits désorientés (*twisted* en anglais). Cependant, ce type de réseau de Moiré, bien que fortement étudié, n'est pas abordé dans ce travail.

Les cristaux à réseau de Moiré suscitent un intérêt important en physique du solide et en électronique depuis plusieurs années [7]. Ce type de structure peut être réalisé en superposant deux couches de graphène et en twistant une d'entre-elles. Des propriétés spécifiques ont pu être mises en évidence pour ce type de structure, comme un phénomène de supraconduction [8, 7].

2.5.1 Réseau de Moiré photonique

Les propriétés remarquables des cristaux à réseau de Moiré en électronique ont également inspiré la création d'un champ de recherche similaire en photonique basé sur les cristaux photoniques. Ce type de lien est basé sur l'analogie entre cristaux électroniques et cristaux photoniques développée à la section 2.2.

Pour rappel, le rapprochement de deux cristaux photoniques de période proche engendre la création d'un super-réseau de Moiré. Les cristaux photoniques présentent dès lors une périodicité à deux échelles différentes, celle des cristaux et celle du super-réseau. La situation est dès lors comparable au battement temporel entre deux signaux, à ceci près que le signal est désormais le champ électromagnétique au sein des cristaux. L'oscillation sous-jacente du champ électromagnétique est contrôlée par la périodicité des cristaux photoniques, cependant, le profil global est lui modulé par la périodicité du super-réseau de moiré. Par conséquent, la lumière peut être confinée en certains points du super-réseau, ces points étant les zones d'interférences

constructives AA entre les réseaux des cristaux. En ces points AA, la densité locale d'états d'optiques, *Local Density of Optical States* (LDOS) en anglais, est très élevée. Cette densité locale très élevée correspond ainsi à une cavité résonante pour les ondes électromagnétiques.

Les propriétés de systèmes photoniques à réseau de Moiré peuvent être appréhendées par une approche perturbative [6]. Les relations de dispersion $\omega(\mathbf{k})$ des modes du système photonique sont le résultat du couplage entre les modes guidés fondamentaux des deux cristaux de départ. Ces modes sont séparés en modes guidés vers l'avant ϕ_{1+} et ϕ_{2+} et modes guidés vers l'arrière ϕ_{1-} et ϕ_{2-} . Ces quatre modes fondamentaux forment une base dans laquelle les modes propres du système photonique à Moiré peuvent être décrits. Ceux-ci sont dès lors obtenus en résolvant l'Hamiltonien suivant :

$$H = \begin{pmatrix} \omega_1 - iv_g \partial_x & U_1 & V & 0 \\ U_1 & \omega_1 + iv_g \partial_x & 0 & V \\ V & 0 & \omega_2 - iv_g \partial_x & U_2 e^{-ik_M x} \\ 0 & V & U_2 e^{ik_M x} & \omega_2 + iv_g \partial_x \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

où v_g est la vitesse de groupe des modes guidés et ω_i leur énergie de décalage. U_i représente ici le taux de couplage intra-cristal, c'est-à-dire le couplage entre modes guidés vers l'avant et vers l'arrière au sein d'un même cristal. Ce couplage est lié aux processus de diffraction entre ces ondes. Enfin, V représente le taux de couplage inter-cristal, c'est-à-dire le couplage entre ondes évanescences provenant des différents cristaux. La légère différence entre les périodes a_1 et a_2 des deux cristaux engendre une légère différence dans les valeurs de ω_1 , ω_2 , U_1 et U_2 .

Ce système peut être résolu numériquement à l'aide de la méthode d'analyse rigoureuse des ondes couplées, *Rigorous Coupled-Wave Analysis* (RCWA) en anglais, ou à l'aide de la méthode des éléments finis, *Finite Element Method* (FEM) en anglais. En optimisant les paramètres du système, à savoir le nombre de commensurabilité N et la distance entre les cristaux d , il est possible de mettre en évidence des *distances magiques* pour lesquelles des bandes plates apparaissent sur l'ensemble de la zone de Brillouin du super-réseau de Moiré [6, 5]. Ces bandes plates sont associées aux modes localisés aux points AA du super-réseau décrits plus haut.

Ces bandes plates possèdent des propriétés remarquables qui les rendent particulièrement performantes en tant que cavités optiques. Tout d'abord, elles permettent de combiner un très grand facteur de qualité et un petit volume de mode. Les analyses numériques indiquent un facteur de qualité Q autour de $10^8 - 10^9$ et un volume de mode normalisé V_{norm} entre 0.1 et 10. Cette propriété permet de prédire un facteur de Purcell allant de 10^6 à 10^9 . Le tableau 2.3 compare ces performances avec celles des deux autres types de cavité optique décrites aux sections 2.3.2 et 2.4. Par ailleurs, les cristaux photoniques à réseau de Moiré permettent de localiser la lumière dans toutes les directions de l'espace, contrairement aux états liés dans le continuum (BIC). Les cristaux photoniques à réseau de Moiré sont également peu sujets aux problèmes de fabrication, contrairement aux BIC, dont le facteur de qualité diminue fortement lors de la réalisation expérimentale. Enfin, les bandes plates présentent dans les cristaux photoniques à réseau de Moiré impliquent que les propriétés de localisation de la lumière sont indépendantes du vecteur d'onde. Les propriétés de localisation de la lumière sont donc omnidirectionnelles.

2.6 Matériaux à indice de réfraction proche de zéro

La seconde moitié du XXème siècle vit le lancement des recherches théoriques et expérimentales sur les métamatériaux, parmi lesquels figurent les matériaux à indice de réfraction négatif [43]. Bien plus tard, ces recherches susciterent au passage un intérêt pour les matériaux à indice de réfraction proche de zéro, ces matériaux aux propriétés extrêmes permettant d'étudier une multitude de phénomènes physiques fondamentaux [44]. Parmi ces sujets d'intérêts figure la controverse Abraham-Minkowski sur la formulation de la quantité de mouvement de la lumière en mécanique quantique, controverse qui suscite encore aujourd'hui de nombreuses tentatives de réponses de la part des chercheurs [45, 46].

Type de cavité optique	Q	$V \left(\frac{\lambda}{n} \right)^{-3}$	F_P	Réalisation expérimentale ?
Cristaux photoniques à mode de défaut	$< 10^8$	0.01 - 1	$< 10^8$	Oui
États liés dans le continuum (BIC)	10^{10} (théorique); $< 10^6$ (exp.)	> 10	Exp : $< 10^6$	Oui
Cristaux photoniques à réseau de Moiré	$10^8 - 10^9$	0.1 - 10	$10^6 - 10^9$	Non

TABLE 2.3 – Comparaison des performances des trois principaux types de cavités optiques basées sur des cristaux photoniques. Ces cavités sont comparées sur base de leur facteur de qualité Q , leur volume de mode normalisé $V \left(\frac{\lambda}{n} \right)^{-3}$ et leur facteur de Purcell F_P . Les cristaux photoniques à réseau de Moiré possèdent le facteur de Purcell le plus élevé. Cependant, ces grandeurs n'ont pas encore été mesurées expérimentalement pour ce type de structure. Inspiré de [5].

2.6.1 Métamatériaux et NZRI

Les métamatériaux sont définis comme des matériaux structurés dont les propriétés ne sont observées ni dans leurs constituants ni dans la nature [47]. Les premiers types de métamatériaux étudiés furent les matériaux à indice de réfraction négatifs. La publication en 1968 de l'article "*The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ε and μ* " par V.G. Veselago marque le début de la recherche sur ces matériaux [43]. Ils peuvent être compris en repartant des fondements de l'électromagnétisme.

La propagation des ondes électromagnétiques dans la matière est régie par l'équation d'onde, qui est paramétrée par la permittivité électrique ε et la perméabilité magnétique μ :

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) - \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (2.27)$$

avec $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ le champ électrique au point $\mathbf{r}$ et au temps t et c la vitesse de la lumière dans le vide. La solution de l'équation d'onde pour une onde plane est donnée par la relation de dispersion :

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} n^2 \quad (2.28)$$

avec k le vecteur d'onde de l'onde plane, ω la pulsation et $n^2 = \varepsilon \mu$. n est appelé l'*indice de réfraction* de la matière. Pour les matériaux conventionnels, dits diélectriques, ε et μ sont tous deux positifs. Certaines substances naturelles possèdent $\varepsilon < 0$, tels que les métaux en-dessous de la fréquence plasma, ou bien $\mu < 0$ pour les matériaux diamagnétiques sous certaines conditions [46]. Cependant, seules des ondes évanescentes peuvent exister en leur sein. Ces différents matériaux sont repris à la figure 2.13.

Des substances pour lesquelles ε et μ sont tous deux négatifs n'ont jamais été rencontrées dans la nature. V.G. Veselago postula que de telles substances pourraient exister, que des ondes pourraient se propager en leur sein et qu'elles posséderaient des propriétés différentes des matériaux diélectriques [43]. La réfraction du même côté de la normale est un exemple de telles propriétés, illustré à la figure 2.14. Pour cette raison, les matériaux à indice de réfraction négatif sont également appelés matériaux main gauche. En 2001, Shelby et al. réalisèrent pour la première fois un matériau présentant simultanément $\varepsilon < 0$ et $\mu < 0$ à la même fréquence, en combinant des fils métalliques et des résonateurs à anneau brisé [48].

L'arrivée des matériaux à indice de réfraction négatif suscita par la suite un intérêt pour les matériaux à indice de réfraction proche de zéro (*Near-Zero Refractive Index*, ou NZRI) [47]. Ces matériaux ont pour propriété de voir leur indice de réfraction passer par zéro à une fréquence particulière. Ils sont également représentés à la figure 2.13.

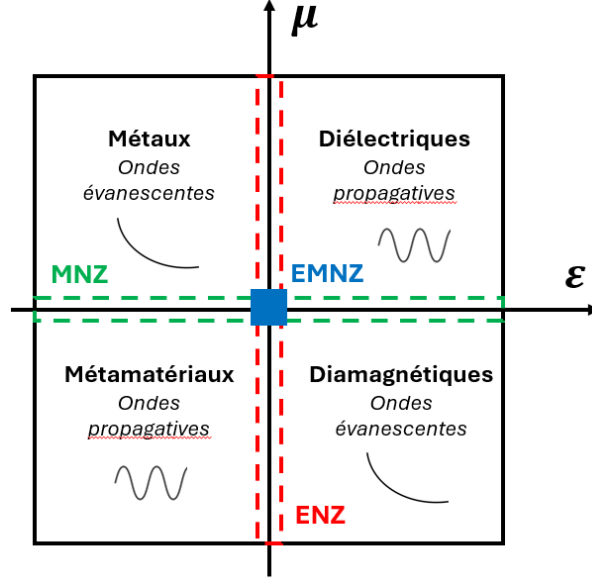


FIGURE 2.13 – Schéma représentant les quatre grandes catégories de matériaux en fonction de leur permittivité électrique ε et leur perméabilité magnétique μ . Les diélectriques ($\varepsilon > 0$ et $\mu > 0$) permettent la propagation d'ondes électromagnétiques en leur sein. Les métaux en-dessous de la fréquence plasma ($\varepsilon < 0$ et $\mu > 0$) et les diamagnétiques ($\varepsilon > 0$ et $\mu < 0$) ne permettent pas la propagation d'ondes électromagnétiques. Enfin, les métamatériaux ($\varepsilon < 0$ et $\mu < 0$) permettent la propagation de telles ondes. Les ENZ ($\varepsilon \simeq 0$ et $\mu \neq 0$), MNZ ($\varepsilon \neq 0$ et $\mu \simeq 0$) et EMNZ ($\varepsilon \simeq 0$ et $\mu \simeq 0$) sont présents autour des deux axes et au centre du tableau. Inspiré de [44].

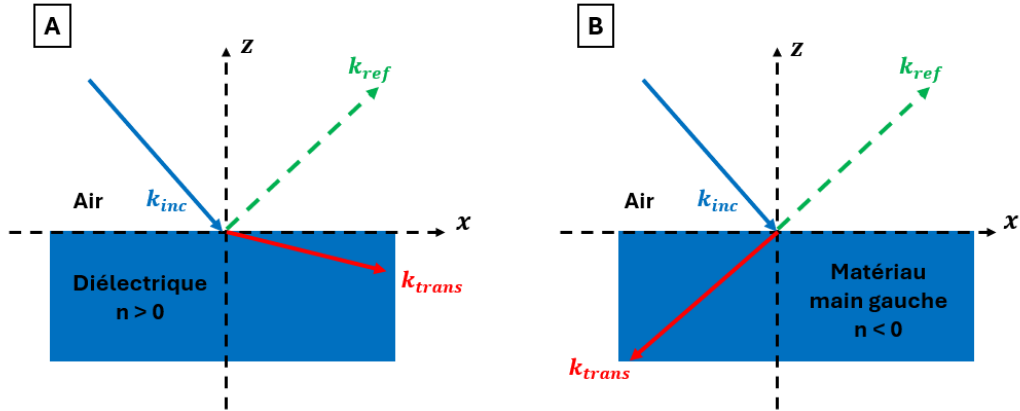


FIGURE 2.14 – Représentation du phénomène de réfraction du même côté de la normale pour les matériaux main gauche. Pour un diélectrique classique ($\varepsilon > 0$ et $\mu > 0$), la réfraction à l'interface avec l'air (ou tout autre diélectrique) se fait de l'autre côté de la normale (correspondant ici à l'axe z) (figure de gauche). Pour un matériau main gauche, la réfraction se fait du même côté de la normale (figure de droite). Inspiré de [44].

A partir de la définition de l'indice de réfraction via l'équation $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$, on découvre trois manières d'obtenir des NZRI, représentés à la figure 2.13. Les ENZ (*Epsilon Near-Zero*), pour lesquels la permittivité ε passe par zéro ($\varepsilon \simeq 0$) et la perméabilité μ est quelconque ($\mu \neq 0$) ; les MNZ (*Mu Near-Zero*), pour lesquels la perméabilité μ passe par zéro ($\mu \simeq 0$) et la permittivité ε est quelconque ($\varepsilon \neq 0$) ; et enfin les EMNZ (*Epsilon and Mu Near-Zero*), pour lesquels à la fois la permittivité ε et la perméabilité μ passent par zéro ($\varepsilon \simeq \mu \simeq 0$).

La lumière au sein des NZRI possède des propriétés remarquables. En reprenant l'équation d'onde 2.27, celle-ci devient :

$$\nabla^2 \mathbf{E} = 0 \quad (2.29)$$

ce qui n'est rien d'autre que l'équation de Laplace. Le champ électrique est donc spatialement statique ; en d'autres termes, il n'oscille plus dans l'espace mais seulement dans le temps, la dépendance en $e^{-i\omega t}$ étant conservée. Cette propriété se retrouve au sein de différentes grandeurs. La longueur d'onde λ de la lumière au sein d'un NZRI tend vers l'infini ($\lambda = \frac{\lambda_0}{n} \rightarrow \infty$) ; le vecteur d'onde k tend vers zéro ($k = \frac{\omega n}{c} \rightarrow 0$) ; la vitesse de phase v_ϕ tend vers l'infini ($v_\phi = f\lambda \rightarrow \infty$) ; et enfin la lumière ne subit aucun changement de phase ϕ au sein du matériau ($\phi = ikx \rightarrow 0$).

L'indice de réfraction n discuté jusqu'à présent est en réalité l'indice de phase $n_\phi = \sqrt{\varepsilon(\omega)\mu(\omega)}$. Seul cet indice de phase passe par zéro à la fréquence d'indice zéro $\omega = \omega_Z$. L'indice de groupe $n_g = c(\frac{d\omega}{dk})^{-1} = \frac{c}{v_g}$, quant à lui, prend différentes valeurs à cette fréquence, en fonction du type de NZRI [46]. En effet,

$$n_g(\omega = \omega_Z) = \begin{cases} \infty & \text{pour les ENZ et MNZ} \\ \omega_Z \partial_\omega n_\phi(\omega_Z) & \text{pour un EMNZ.} \end{cases} \quad (2.30)$$

L'indice de groupe d'un mode peut facilement être retrouvé à partir de la structure de bandes. Il est en effet inversement proportionnel à la pente de la structure de bandes. Un indice de groupe infini dans un ENZ ou MNZ correspond donc sur la structure de bandes à une pente nulle pour le mode en question.

Enfin, il est possible d'établir un autre lien entre NZRI et structure de bandes. En effet, un mode propre possédant un indice de réfraction effectif proche de zéro présente une structure de bandes caractéristique consistant en deux bandes linéaires et une bande plate se croisant en un point appelé la fréquence de Dirac. Une telle structure linéaire est appelée un *cône de Dirac*.

2.6.2 Controverse Abraham-Minkowski

Lors de l'étude des interactions lumière-matière, l'accent est le plus souvent mis sur les échanges d'énergie entre atomes et ondes électromagnétiques. Cependant, les échanges de quantité de mouvement sont également importants et doivent être considérés sur un pied d'égalité avec les échanges d'énergie [19]. La quantité de mouvement d'une onde électromagnétique est donc une grandeur fondamentale pour l'étude des interactions lumière-matière.

Or, deux formulations concurrentes de la quantité de mouvement d'une onde électromagnétique dans un milieu diélectrique coexistent depuis plus d'un siècle, celle d'Abraham et celle de Minkowski. La densité lagrangienne de la quantité de mouvement électromagnétique d'Abraham, représentée par $\mathbf{g}_A$, est donnée par la formule suivante [49, 50] :

$$\mathbf{g}_A = \frac{1}{c^2} \mathbf{E} \times \mathbf{H} \quad (2.31)$$

tandis que la densité lagrangienne de la quantité de mouvement électromagnétique de Minkowski, représentée par $\mathbf{g}_M$, est donnée par la formule suivante [51] :

$$\mathbf{g}_M = \mathbf{D} \times \mathbf{B}. \quad (2.32)$$

Une résolution récente de cette controverse centenaire attribue la différence entre ces formulations à la dualité onde-corpuscule [52]. La quantité de mouvement d'Abraham serait la quantité de mouvement cinétique de la lumière, associée à l'aspect corpusculaire de celle-ci, tandis que la quantité de mouvement de Minkowski serait la quantité de mouvement canonique de la lumière, associée à l'aspect ondulatoire de celle-ci [45]. Selon que l'on considère donc la nature corpusculaire ou ondulatoire de la lumière, il convient de considérer respectivement la quantité de mouvement d'Abraham ou celle de Minkowski.

Cette interprétation permet de réécrire les quantités de mouvement d'Abraham et de Minkowski à l'aide des indices de phase n_ϕ et de groupe n_g . Au sein d'un milieu dispersif, la norme de la quantité de mouvement d'Abraham p_A et celle de la quantité de mouvement de Minkowski p_M sont respectivement :

$$p_A = \frac{\hbar\omega}{n_g(\omega)c} \quad (2.33)$$

$$p_M = n_\phi(\omega) \frac{\hbar\omega}{c}. \quad (2.34)$$

Ces deux formules sont donc fondamentalement incompatibles, ce qui explique l'origine de la controverse [46]. On peut noter que, dans le cas d'un milieu non-dispersif ($n_\phi = n_g = n$), ces formules deviennent respectivement $p_A = \frac{\hbar\omega}{nc}$ et $p_M = n \frac{\hbar\omega}{c}$.

Dans le cadre d'une interaction lumière-matière, la quantité de mouvement totale p est conservée. Elle est égale à la somme de la quantité de mouvement cinétique de la particule p_{kin}^{medium} et de la quantité de mouvement d'Abraham de la lumière p_A ainsi qu'à la somme de la quantité de mouvement canonique de la particule p_C^{medium} et de la quantité de mouvement de Minkowski de la lumière p_M :

$$p = p_{kin}^{medium} + p_A = p_C^{medium} + p_M. \quad (2.35)$$

2.6.3 Quantité de mouvement de la lumière dans les NZRI

Quel que soit le type de NZRI, l'indice de phase n_ϕ vaut zéro. En examinant l'équation 2.34 et en l'appliquant au cas des NZRI, on déduit directement que la quantité de mouvement de Minkowski de la lumière au sein d'un NZRI vaut zéro [46] :

$$p_M(\omega = \omega_Z) = n_\phi(\omega_Z) \frac{\hbar\omega}{c} = 0. \quad (2.36)$$

La quantité de mouvement d'Abraham, quant à elle, dépend directement de l'indice de groupe n_g . Celui-ci varie selon le type de NZRI, comme expliqué à la section 2.6.1. Pour un ENZ ou un MNZ, l'indice de groupe est infini tandis qu'il vaut $\omega_Z \partial_\omega n_\phi(\omega_Z)$ pour un EMNZ. Dès lors, la quantité de mouvement d'Abraham de la lumière au sein d'un NZRI vaut [46] :

$$p_A(\omega = \omega_Z) = \begin{cases} 0 & \text{pour ENZ et MNZ} \\ \frac{\hbar\omega_Z}{n_g(\omega_Z)c} = \frac{\partial_\omega n_\phi(\omega_Z)\hbar}{c} & \text{pour EMNZ.} \end{cases} \quad (2.37)$$

Ces dernières équations donnent des indications sur le comportement de la lumière au sein des NZRI. Pour les ENZ et MNZ, la quantité de mouvement d'Abraham égale à zéro indique qu'aucune énergie lumineuse ne puisse être propagée au sein de tels matériaux. Les ondes lumineuses sont donc réfléchies à l'interface d'un ENZ ou MNZ non-structuré et parfaitement étendu. Ceci est cohérent avec le fait que l'impédance $Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ est respectivement infinie et nulle pour ces matériaux [20].

A l'inverse, pour les EMNZ, la quantité de mouvement d'Abraham et l'impédance sont tous deux finies et non-nulles. Les ondes lumineuses peuvent donc se propager au sein des EMNZ, l'énergie pouvant être transmise au sein du matériau.

Chapitre 3

Question de recherche

L'objectif du travail de recherche réalisé pour ce mémoire est d'étudier et caractériser différentes structures photoniques. Dans cette section seront d'abord décrites les différentes structures étudiées. Par la suite, les différentes grandeurs d'intérêt seront abordées.

Ces différents cristaux photoniques sont étudiés numériquement à l'aide du logiciel COMSOL, basé sur la méthode des éléments finis (FEM, pour *Finite Element Method* en anglais). Ces deux éléments sont abordés plus en détails dans la section suivante.

3.1 Structures à étudier

L'étude de différentes structures photoniques revêt un double intérêt. Le premier est de permettre la mise au point d'une méthode d'analyse fiable et rigoureuse des propriétés de confinement de la lumière des cristaux photoniques (facteur de qualité Q , volume de mode V , facteur de Purcell F_P). En effet, la dernière structure étudiée peut servir de plateforme afin d'étudier des phénomènes quantiques fondamentaux (voir section 3.3). Cependant, la caractérisation des structures photoniques à l'aide de méthodes numériques pose certains problèmes (voir section 4.3). Pour cette raison, la mise en place d'un protocole numérique pour réaliser ces mesures est nécessaire et est réalisée à l'aide des premières structures étudiées.

Le second intérêt de ces différentes structures est de caractériser leur capacité à exalter les propriétés d'émission spontanée d'un émetteur. Ceci est réalisé grâce à la mesure des différentes grandeurs énoncées ci-dessus. Ces structures peuvent dès lors être comparées entre-elles sur base de ces caractéristiques. On retrouve entre-autres des cristaux photoniques à réseau de Moiré parmi ces structures, ceux-ci pouvant exhiber des capacités remarquables pour confiner la lumière (voir section 2.5).

La **première structure**, représentée à la figure 3.1.A, est un cristal photonique 1D. Il consiste en une bande de silicium ($n = 3.48$) de largeur finie selon y dans laquelle sont périodiquement perforés des trous circulaires de rayon R . Ces trous sont situés au centre de la cellule unité du cristal, celle-ci formant un carré de côté a . Le cristal est périodique selon x et s'étend à l'infini dans la direction z .

La **seconde structure**, représentée à la figure 3.1.B, est également un cristal photonique 1D. Comme la première structure, celle-ci consiste en une bande de silicium de largeur finie selon y dans laquelle sont périodiquement perforés des trous de forme semi-circulaires de rayon R . La cellule unité du cristal forme un carré de côté a et les trous semi-circulaires sont placés au milieu de la cellule selon x et au bord de la cellule selon y . Le cristal est également périodique selon x et s'étend à l'infini dans la direction z .

La **troisième structure**, représentée à la figure 3.2.A, est cette fois formée par deux cristaux photoniques afin de générer un réseau de Moiré (voir section 2.5). Les deux cristaux sont semblables à la structure 1. Ils possèdent une constante de réseau appelée respectivement a_1 et a_2 et liées par la relation de commensurabilité

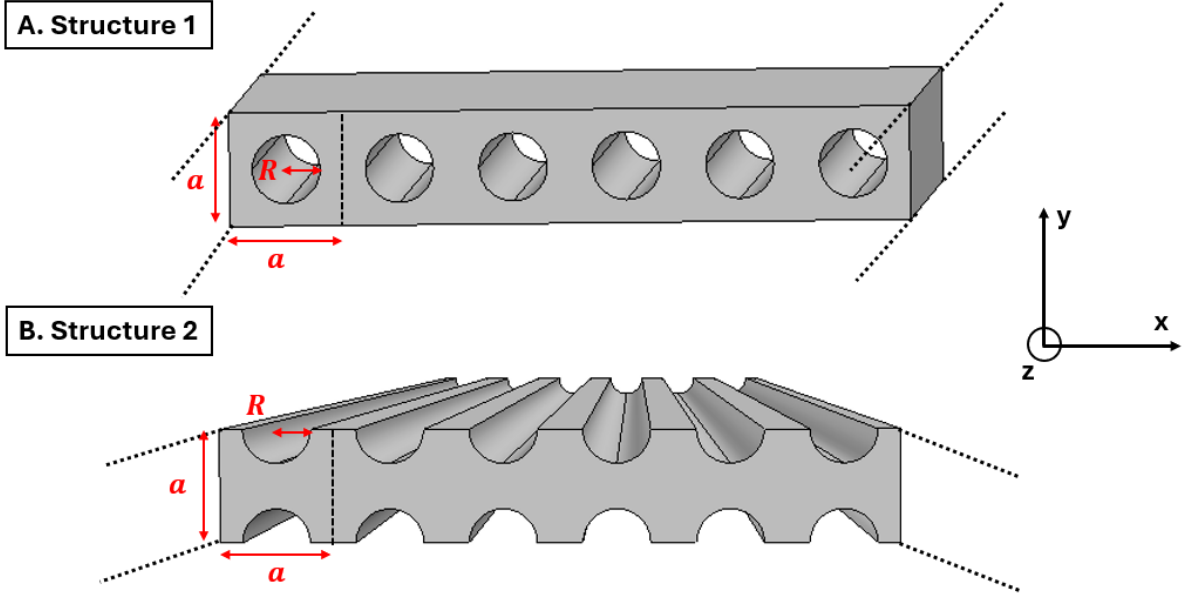


FIGURE 3.1 – (A) Cristal photonique 1D formé par une bande de silicium ($n = 3.48$) de largeur finie selon y dans laquelle sont périodiquement perforés des trous circulaires de rayon R . Le cristal est périodique selon x et s'étend à l'infini dans la direction z . (B) Cristal photonique 1D formé par une bande de silicium de largeur finie selon y dans laquelle sont périodiquement perforés des trous de forme semi-circulaires de rayon R placés au milieu de la cellule selon x et au bord de la cellule selon y . Le cristal est périodique selon x et s'étend à l'infini dans la direction z .

(2.22). Ces deux cristaux sont infinis dans la direction z et placés l'un à côté de l'autre à une distance d . Les paramètres de cette structure sont la valeur du nombre de commensurabilité N liant les périodes spatiales des deux réseaux et celle de d .

De la même manière, la **quatrième structure**, représentée à la figure 3.2.B, génère un réseau de Moiré en plaçant côte-à-côte deux cristaux photoniques. Ces deux cristaux sont semblables à la structure 2. Ils possèdent une constante de réseau appelée respectivement a_1 et a_2 et liées par la relation de commensurabilité (2.22). Ces deux cristaux sont infinis dans la direction z et placés l'un à côté de l'autre à une distance d . Comme pour la structure 3, les paramètres de cette structure sont la valeur de N et celle de d .

Les quatre premières structures possèdent une dimension pour laquelle les cristaux sont infinis, dans la direction z . Pour cette raison, ces structures peuvent être simulées numériquement au sein d'un modèle 2D, la dimension manquante étant la dimension infinie. Ceci permet de simplifier considérablement les simulations sur COMSOL. En effet, ces modèles 2D requièrent moins d'éléments finis pour être discrétisés, ce qui permet de réduire nettement le temps de simulation et la mémoire nécessaire. Les trois structures qui suivent sont désormais finies dans cette direction, ce qui implique qu'elles doivent être simulées par un modèle 3D. Ainsi, la **cinquième structure**, représentée à la figure 3.3, est semblable à la première mais est désormais d'une épaisseur finie h dans la direction z .

De la même manière, la **sixième structure**, représentée à la figure 3.4, est semblable à la seconde mais est désormais d'une épaisseur finie h dans la direction z .

Enfin, la **septième et dernière structure**, représentée à la figure 3.5, consiste en deux cristaux photoniques empilés selon la direction z afin de générer un réseau de Moiré. Les deux cristaux photoniques correspondent à la sixième structure et ils sont séparés d'une distance d selon z . Comme pour les structures

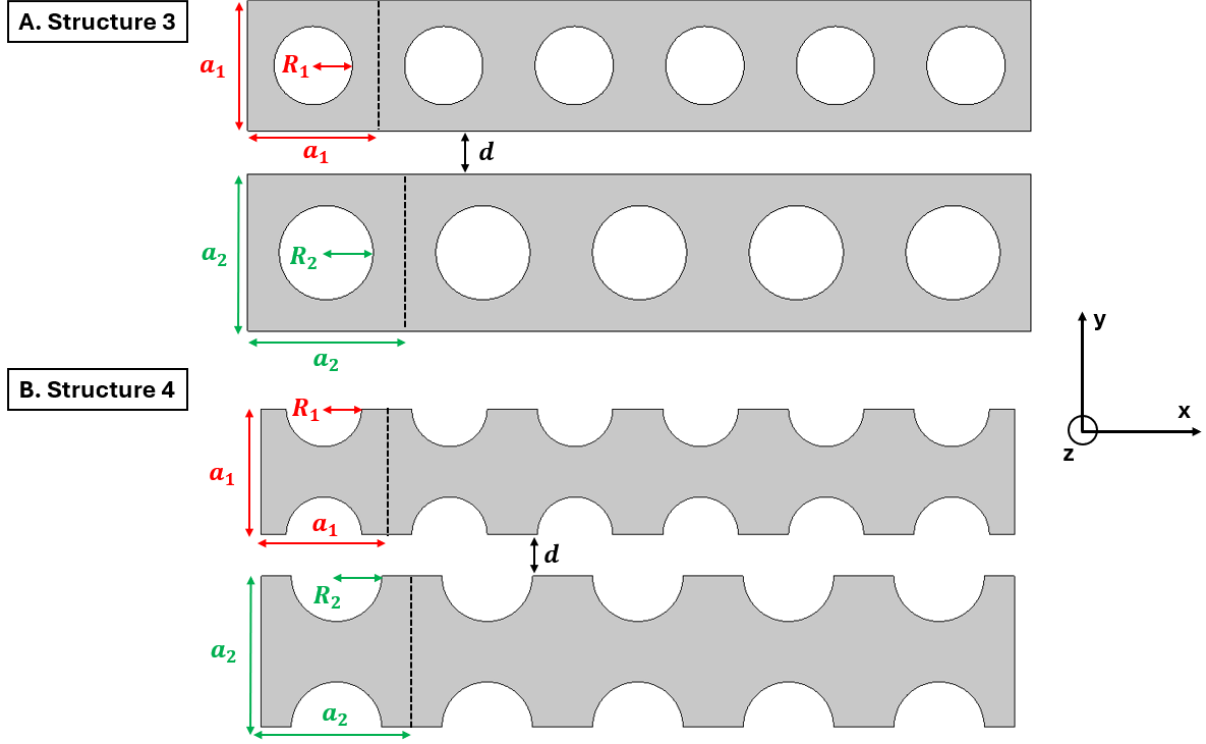


FIGURE 3.2 – (A) Structure photonique formée par deux cristaux photoniques semblables à la première structure et placés côte-à-côte afin de générer un réseau de Moiré. Les cristaux sont séparés par une distance d . (B) Structure photonique formée par deux cristaux photoniques semblables à la seconde structure et placés côte-à-côte afin de générer un réseau de Moiré. Les cristaux sont séparés par une distance d .

3 et 4, ses paramètres sont la valeur du nombre de commensurabilité N liant les périodes spatiales des deux réseaux et celle de d .

3.2 Grandeurs caractéristiques

L'objectif du travail de recherche est de calculer numériquement différentes grandeurs associées aux différentes structures photoniques présentées ci-dessus et à leurs modes propres. Les différentes structures peuvent dès lors être comparées sur base des valeurs simulées pour ces grandeurs.

La première de ces grandeurs est le **facteur de qualité** Q (section 2.1.1). L'objectif est de mesurer le facteur de qualité pour certains modes propres d'intérêt de la structure afin de pouvoir les comparer entre-elles. Pour rappel, le facteur de qualité est relié aux pertes d'énergie du mode et donne une indication sur son temps de vie au sein de la structure photonique.

La seconde grandeur est le **volume de mode** V (section 2.1.1) pour certains modes propres d'intérêt de la structure. Celui-ci permet de comprendre le degré de concentration des champs au sein de la structure.

Le volume de mode et le facteur de qualité permettent également de calculer le **facteur de Purcell** F_P , la troisième grandeur d'intérêt (équation 2.12). Pour rappel, le facteur de Purcell indique comment les propriétés d'émission spontanée d'un émetteur sont modifiées au sein de la structure photonique pour un mode propre de celle-ci.

Structure 5

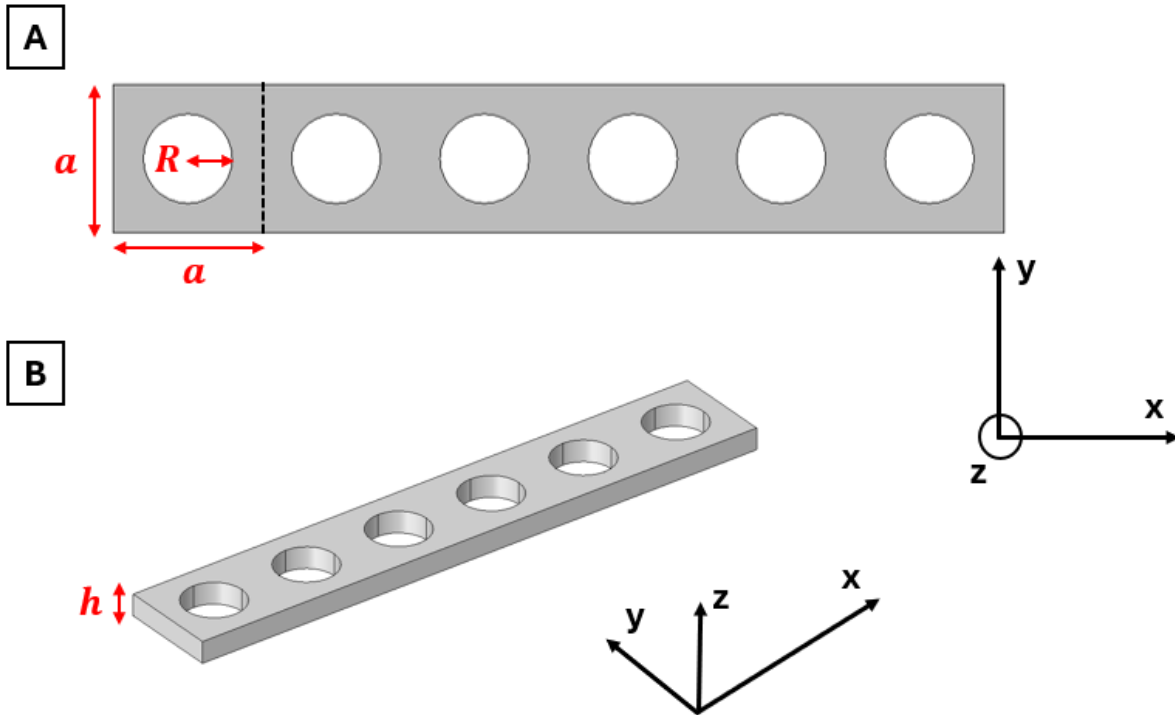


FIGURE 3.3 – Cristal photonique de largeur et hauteur h finies selon y et z et formé par une bande de silicium ($n = 3.48$) dans laquelle sont périodiquement perforés des trous circulaires de rayon R . Le cristal est périodique selon x .

La quatrième donnée d'intérêt est le **diagramme de bandes** de la structure photonique. Le diagramme de bandes indique l'ensemble des modes propres de la structure pour chaque vecteur d'onde de la zone de Brillouin.

Enfin, la dernière grandeur d'intérêt est la **vitesse de groupe** v_g . Celle-ci peut être directement calculée à partir de la pente des bandes de la structure de bandes de la structure photonique. Pour rappel, en l'absence d'absorption, la vitesse de groupe indique à quelle vitesse se déplace l'énergie lumineuse au sein de la structure. Elle permet de rendre compte de l'intensité des interactions lumière-matière, une petite vitesse de groupe étant associée à de fortes interactions.

Le tableau 3.1 permet de visualiser l'ensemble des données à récolter. L'objectif du travail de recherche est donc de remplir chacune des cases du tableau.

3.3 Motivations

En 2017, Reshef et al. observèrent la propagation d'un mode d'indice de réfraction effectif proche de zéro au sein d'un guide d'ondes photonique dit "zero index" [53]. Ce guide d'onde correspond en réalité à la sixième structure décrite ci-dessus (voir figure 3.4). Le mode en question a une longueur d'onde $\lambda_Z = \frac{2\pi c}{\omega_Z} = 1625nm$, ce qui le situe dans l'infrarouge proche. Grâce à l'indice de réfraction effectif proche de zéro, un tel mode propagatif ne subit aucun déphasage lors de sa propagation au sein du guide d'ondes.

Structure 6

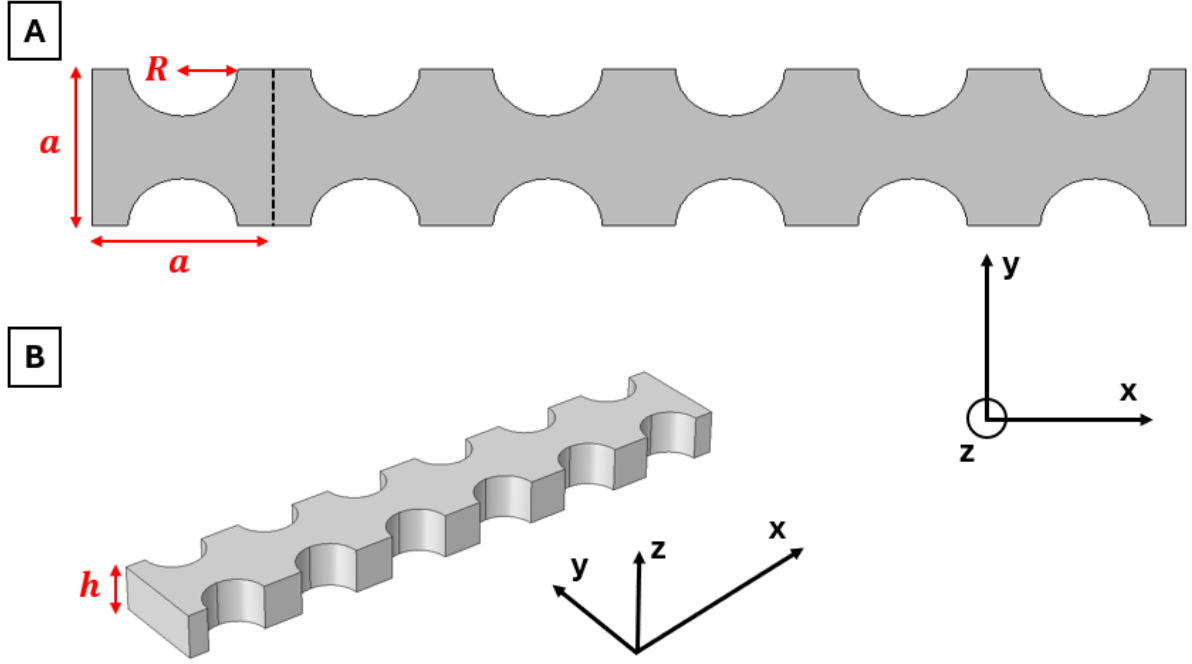


FIGURE 3.4 – Cristal photonique de largeur et hauteur h finies selon y et z et formé par une bande de silicium ($n = 3.48$) dans laquelle sont périodiquement perforés des trous de forme semi-circulaires de rayon R placés au milieu de la cellule selon x et au bord de la cellule selon y . Le cristal est périodique selon x .

	Type	Facteur de qualité Q	Volume de mode V	Facteur de Purcell F_P	Structure de bandes	Vitesse de groupe v_g
Structure 1	2D	?	?	?	?	?
Structure 2	2D	?	?	?	?	?
Structure 3	2D	?	?	?	?	?
Structure 4	2D	?	?	?	?	?
Structure 5	3D	?	?	?	?	?
Structure 6	3D	?	?	?	?	?
Structure 7	3D	?	?	?	?	?

TABLE 3.1 – Tableau représentant les résultats à collecter dans le cadre de ce travail de recherche. Les lignes correspondent aux sept structures photoniques étudiées. Les colonnes correspondent aux différentes grandeurs à analyser pour caractériser les structures.

Un mode à indice de réfraction effectif proche de zéro possède des propriétés remarquables. L'une d'entre-elles, vue à la section 2.6.3, est d'annuler la quantité de mouvement de Minkowski de la lumière :

$$p_M(\omega = \omega_Z) = n_\phi(\omega_Z) \frac{\hbar\omega}{c} = 0. \quad (3.1)$$

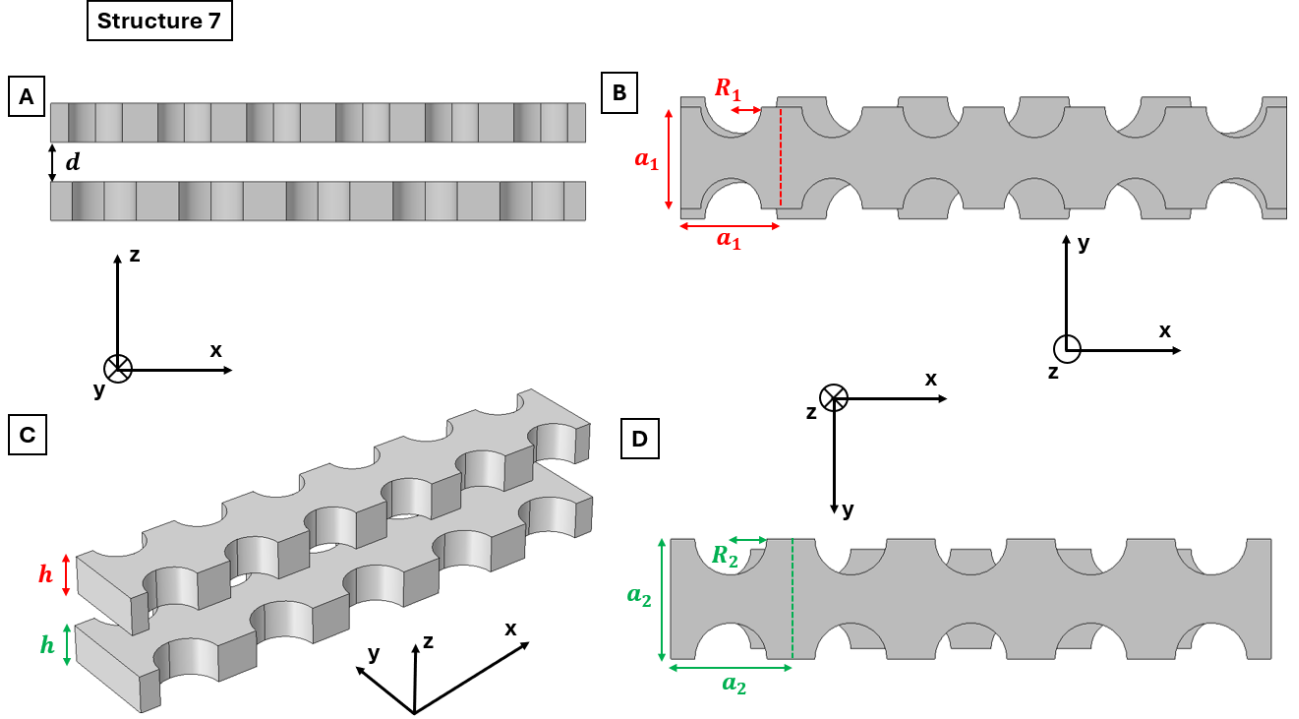


FIGURE 3.5 – Structure photonique formée par deux cristaux photoniques semblables à la sixième structure et empilés verticalement afin de générer un réseau de Moiré. Les deux cristaux sont séparés par une distance d .

Par ailleurs, certains assemblages de cristaux photoniques, par réseau de Moiré ou autre (voir sections 2.3, 2.4 et 2.5), ont pour propriété d'exhiber des bandes plates au sein de leur structure de bandes [5, 54]. La vitesse de groupe v_g de la lumière pour un mode étant proportionnelle à la dérivée de la structure de bandes en ce mode, les bandes plates de ces structures sont associées à une vitesse de groupe de la lumière v_g proche de zéro. L'indice de groupe peut quant à lui être obtenu à l'aide de la relation $n_g = c(\frac{d\omega}{dk})^{-1}$. Il est donc inversement proportionnel à la vitesse de groupe v_g . Pour un mode situé sur une bande plate, l'indice de groupe de la lumière est donc infini ($n_g = \infty$).

Avec de tels modes, il est donc possible d'annuler la quantité de mouvement d'Abraham de la lumière p_A . En effet, lorsque $n_g(\omega_Z) = \infty$:

$$p_A(\omega = \omega_Z) = \frac{\hbar\omega_Z}{n_g(\omega_Z)c} = 0. \quad (3.2)$$

Dès lors, il existe un intérêt certain à étudier un dispositif photonique formé par deux guides d'ondes "zero index" et assemblés de manière à former un Moiré. En effet, dans le cas où ce dispositif présente des bandes plates comme les dispositifs homologues cités plus haut, on obtient une plateforme adaptée à l'étude de phénomènes physiques fondamentaux.

La figure 3.6 reprend le principe de fonctionnement d'une telle plateforme. Lorsque les deux cristaux sont séparés par une grande distance d_1 (A), le couplage entre les deux cristaux est faible et on peut les considérer comme deux guides d'ondes "zero index". Ces deux guides d'ondes possèdent donc un mode pour lequel la quantité de mouvement de Minkowski de la lumière p_M est nulle.

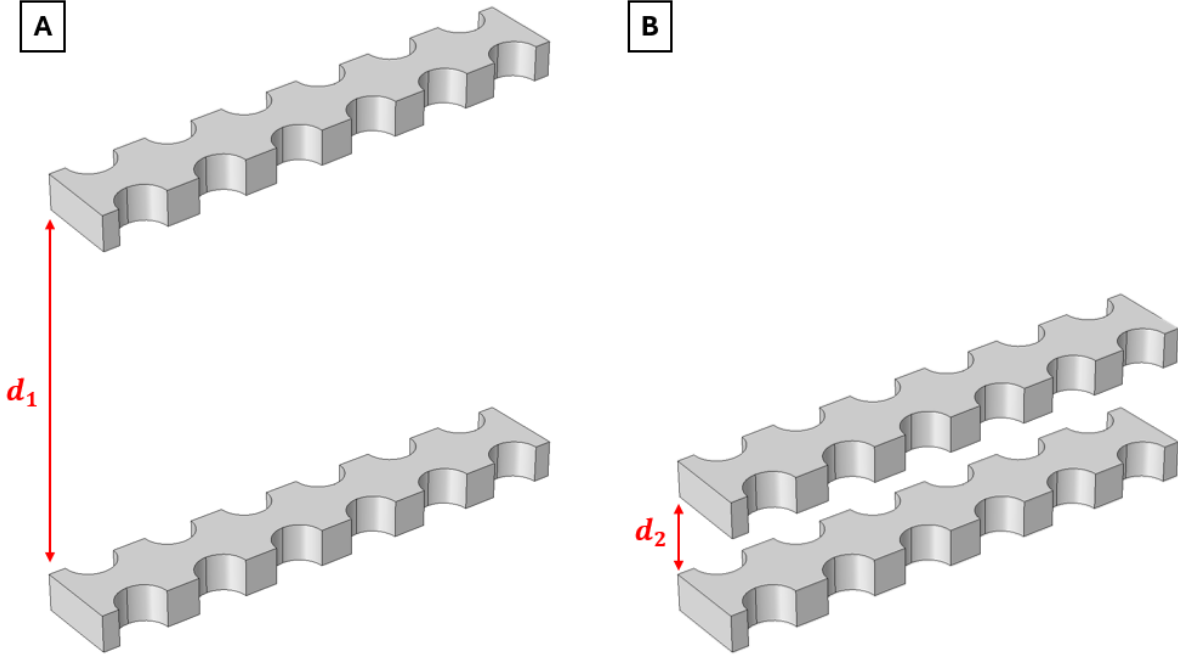


FIGURE 3.6 – Plateforme photonique formée par deux cristaux photoniques générant un réseau de Moiré, tels que décrits à la figure 3.5. Lorsque les cristaux sont séparés par une grande distance d_1 (A), le couplage entre les guides est faible et ceux-ci peuvent être considérés comme deux guides d'ondes "zero index" au sein desquels la quantité de mouvement de Minkowski de la lumière est nulle. Par contre, lorsqu'ils sont séparés par une courte distance d_2 (B), le couplage entre les cristaux devient important et on obtient deux cristaux photoniques présentant un réseau de Moiré et dont la structure de bandes contient des bandes plates. Dans cette configuration, la quantité de mouvement d'Abraham de la lumière est nulle.

Par contre, lorsque l'on rapproche les deux cristaux à une distance d_2 beaucoup plus petite que d_1 , le couplage entre les cristaux devient important et on obtient deux cristaux photoniques présentant un réseau de Moiré et dont la structure de bandes contient des bandes plates. Dans ce cas-ci, c'est la quantité de mouvement d'Abraham p_A qui est nulle.

Un tel dispositif constitue donc une plateforme grâce à laquelle il est possible de jouer sur les différentes quantités de mouvement de la lumière et les pousser dans des valeurs extrêmes, à savoir les annuler alternativement. De nombreux phénomènes quantiques d'intérêt pourraient donc être investigués grâce à cette plateforme.

Le dispositif photonique décrit ci-dessus est formé par l'assemblage de deux cristaux photoniques correspondant à la sixième structure et formant un Moiré. Il correspond donc directement à la septième structure d'intérêt de ce mémoire (voir figure 3.5), ce qui explique pourquoi celle-ci est étudiée dans le cadre de ce travail de recherche et l'intérêt scientifique qu'elle contient. De par cet intérêt qu'elle génère pour les questions de quantité de mouvement de la lumière, cette structure est baptisée *momentum structure*. Par ailleurs, les autres structures étudiées permettent non seulement de les comparer entre-elles sur base de leurs caractéristiques photoniques (structure de bandes, facteur de Purcell), mais également de tester les codes de simulation afin de s'assurer de leur exactitude et de leur fiabilité. Ces questions numériques sont abordées à la section suivante.

Chapitre 4

Méthodes

Pour rappel, l'objectif du travail de recherche réalisé dans le cadre de ce mémoire est de caractériser différentes structures photoniques à l'aide de leur structure de bandes ainsi que le facteur de qualité, volume de mode, facteur de Purcell et la vitesse de groupe de certains modes. Afin de mener à bien cette caractérisation, ces dispositifs sont simulés numériquement à l'aide du logiciel COMSOL. Ce dernier est basé sur la méthode des éléments finis, également appelée *Finite Element Method* (FEM) en anglais.

Cette section propose une brève introduction à la FEM suivie d'une présentation de COMSOL et des principaux concepts associés revêtant un intérêt pour l'analyse des simulations. Les tests de convergences réalisés sur les structures photoniques sont ensuite présentés et discutés avant de conclure sur une marche à suivre pour la réalisation des simulations des structures.

4.1 Méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est une technique numérique utilisée pour résoudre des problèmes complexes en ingénierie et en physique, notamment ceux impliquant des équations différentielles partielles (EDP) [12, 13]. Parmi ses applications, on peut citer la modélisation de structures mécaniques (ponts, bâtiments, avions), l'analyse thermique (distribution de température dans un objet), la simulation des écoulements de fluides ou encore l'étude de champs électromagnétiques.

Afin d'étudier les propriétés des structures photoniques présentées à la section précédente, il est nécessaire de résoudre les équations de Maxwell (voir section 2.2). Ces équations étant des équations différentielles partielles linéaires, la méthode des éléments finis est particulièrement adaptée pour les résoudre.

Cette méthode consiste à diviser un domaine continu complexe en un ensemble de sous-domaines plus simples, pouvant être de formes variées (triangles, quadrilatères, tétraèdres, etc.) [13, 55]. Ces sous-domaines, appelés *éléments finis*, sont dessinés de manière à approximer la géométrie du problème global. L'ensemble de ces éléments finis forme ce qui est appelé le *maillage*. Le problème global est ainsi transformé en une série de problèmes plus simples résolus localement sur chaque élément.

Les équations aux dérivées partielles sont ensuite linéarisées sur chaque élément fini afin de former un système d'équations linéaires pouvant être représentées sous forme matricielle [13, 55]. Ces systèmes d'équations doivent ensuite être regroupés au sein d'une matrice globale. En effet, les conditions aux frontières, représentant les contraintes du système physique, sont définies sur le système global et non sur chaque élément fini. La matrice globale est ensuite résolue par l'ordinateur. La FEM étant une méthode discrète, les solutions du problème sont uniquement calculées en un nombre discret de points à savoir aux noeuds du maillage. Ceux-ci correspondent aux points où les éléments finis se rencontrent. A partir de ce calcul de la solution aux noeuds, une interpolation est ensuite nécessaire afin de calculer les solutions en les autres points du domaine. Des

fonctions polynomiales, appelées fonctions de base, sont généralement utilisées pour effectuer cette interpolation. La méthode des éléments finis étant une méthode approchée, des solutions sont calculées et améliorées jusqu'à ce que le résultat soit jugé suffisamment fiable via une étude de convergence. Le seuil de tolérance définit l'écart maximum autorisé entre deux solutions successives pour que la solution soit acceptée.

La méthode des éléments finis possède de nombreux avantages. Elle permet une grande flexibilité géométrique puisqu'elle peut traiter des domaines de forme complexe [13]. Elle offre également une grande adaptabilité grâce à la possibilité d'utiliser un maillage plus fin, c'est-à-dire plus discrétisé, dans les zones où une plus grande précision est requise. Enfin, elle peut être utilisée dans des domaines variés, tels que la mécanique des solides, l'analyse thermique, l'acoustique, l'électromagnétisme ou encore la dynamique des fluides. Cependant, cette méthode présente une grande complexité computationnelle. Elle peut en effet être gourmande en ressources de calcul, aussi bien en temps de simulation qu'en mémoire requise, surtout pour des problèmes tridimensionnels complexes. Enfin, elle nécessite une compréhension approfondie des bases théoriques et des techniques numériques associées.

4.2 COMSOL

COMSOL Multiphysics est un logiciel de simulation basé sur la méthode des éléments finis et développé par COMSOL Inc [12]. Il est couramment utilisé en ingénierie et dans la recherche scientifique. Des modules spécialisés sont disponibles pour fournir des fonctionnalités spécifiques dans divers domaines, tels que l'électromagnétisme, la mécanique des structures, l'acoustique, l'écoulement des fluides, le transfert de chaleur et le génie chimique. Le logiciel permet une modélisation multiphysique, c'est-à-dire qu'il peut combiner ces différents modules pour étudier l'interaction entre ces propriétés physiques. Il offre également la possibilité d'utiliser ces modules de manière indépendante et de les coupler ultérieurement.

Pour les simulations conduites dans le contexte de ce travail de recherche, COMSOL est utilisé dans sa version 6.1, sortie le 01 novembre 2022.

4.2.1 Module et interface utilisés

Pour rappel, ce travail de recherche consiste à étudier les propriétés optiques de différents cristaux photoniques. Les équations aux dérivées partielles à résoudre sont donc les équations de Maxwell. Pour ce faire, le module d'*optique ondulatoire* (Wave Optics en anglais) de COMSOL est utilisé. Ce dernier permet entre autres de calculer les champs électriques et magnétiques pour des systèmes où la longueur d'onde est comparable ou beaucoup plus petite que le dispositif ou le système étudié [12]. Les interfaces de ce module permettent d'étudier par exemple la propagation d'ondes électromagnétiques dans des guides d'ondes, des fibres optiques ou des cristaux photoniques mais également l'excitation de plasmons, la diffusion optique, etc.

Au sein du module d'optique ondulatoire, l'interface *ondes électromagnétiques, domaine fréquentiel* (Electromagnetic Waves, Frequency Domain en anglais) est utilisée. Cette interface physique résout l'équation d'onde harmonique temporelle pour le champ électrique et permet donc de résoudre les distributions de champs électromagnétiques harmoniques dans le temps. Pour cette interface physique, la taille maximale des éléments de maillage doit être limitée à une fraction de la longueur d'onde. La taille du domaine qui peut être simulé varie donc en fonction des ressources de calcul de l'ordinateur et de la longueur d'onde.

Parmi les différents types d'études supportés par cette interface, l'étude *fréquence propre* (Eigenfrequency en anglais) est utilisée. Elle permet de trouver les fréquences de résonance et les modes propres associés dans les cavités résonantes. Ce type d'étude est donc particulièrement adapté à l'étude de cristaux photoniques et à l'obtention de structures de bandes. Ces cristaux peuvent être étudiés sous la forme de simulations en 2D ou en 3D. Grâce à des conditions de Bloch appliquées aux frontières, il est possible de simuler la périodicité des cristaux dans une ou plusieurs directions de l'espace. Les solutions recherchées sont donc sous la forme d'une onde plane modulée par une fonction possédant la périodicité du cristal, ce sont les modes de Bloch, décrits à la section 2.2.1. Il est dès lors possible d'associer manuellement le vecteur d'onde du mode recherché. La

structure de bandes peut donc se calculer en faisant varier le vecteur d'onde associé aux conditions de Bloch sur la zone de Brillouin du cristal.

4.2.2 Concepts importants

L'étude en Fréquence Propre du module d'optique ondulatoire de COMSOL donne accès aux fréquences propres et aux modes propres des cristaux photoniques. Les fréquences propres permettent de calculer la structure de bandes du cristal, tandis que les modes propres correspondent à la distribution du champ électromagnétique aux fréquences propres. A partir de ces distributions, il est possible de calculer le volume de mode V des modes propres d'intérêt.

Calcul du facteur de qualité

Le facteur de qualité Q , relié aux pertes d'énergie du dispositif photonique, peut également être quantifié grâce à COMSOL. Pour ce faire, il faut considérer une couche d'air présente autour du dispositif photonique. COMSOL peut dès lors caractériser les flux de champ électromagnétiques qui sortent du cristal et correspondent aux pertes d'énergie de la cavité. Ces pertes sont retournées sous la forme d'une partie imaginaire associée à la fréquence propre du mode propre du cristal, comme vu à la section 2.1.1. Le facteur de qualité Q est dès lors donné par l'équation 2.5 :

$$Q = -\frac{1}{2} \frac{Re(\omega)}{Im(\omega)} \quad (4.1)$$

avec ω la fréquence du mode propre. De cette manière, il est donc possible d'obtenir toutes les grandeurs nécessaires à la caractérisation des structures photoniques, à savoir la structure de bandes, le facteur de qualité Q , le volume de mode V , le facteur de Purcell F_P (calculé à partir de Q et V) ainsi que la vitesse de groupe v_g (calculée à partir de la structure de bandes).

La figure 4.1 reprend deux dispositifs photoniques tels qu'ils sont simulés par COMSOL. La figure 4.1.A reprend la troisième structure. Les deux cristaux photoniques sont visibles au centre en bleu. Comme cette structure est infinie selon z , elle peut être représentée au sein d'un modèle 2D. De part et d'autre des cristaux dans la direction z se trouvent les couches d'air mentionnées plus haut, d'une épaisseur L . Ce paramètre sera important pour les études de convergence présentées à la section 4.3. Ces couches d'air sont terminées par des domaines appelés couches parfaitement adaptées, *Perfectly Matched Layer* (PML) en anglais. Ces couches sont détaillées à la section suivante. Enfin, des conditions périodiques sont appliquées au système des deux côtés du cristal dans la direction x afin de simuler la périodicité de ce dernier. Ces conditions correspondent aux lignes vertes sur la figure 4.1.

Les figures 4.1.B et 4.1.C reprennent quant à elle la cinquième structure. Celle-ci est un cristal photonique d'épaisseur finie, et non plus infinie selon z . Un modèle de simulation 3D est donc désormais nécessaire. La direction x correspond toujours à la direction de périodicité du cristal et des conditions périodiques sont toujours appliquées aux côtés correspondants du système. Cependant, la couche d'air entourant le cristal s'étend désormais dans deux directions, selon y et selon z . En tenant compte de la symétrie du cristal photonique, cette couche d'air est donc de forme cylindrique dont l'axe du cylindre est orienté selon x , la direction de périodicité du cristal. Cette couche d'air est caractérisée par le rayon L de la base du cylindre.

Conditions aux frontières

Le domaine simulé possède donc des conditions périodiques aux frontières dans la direction de périodicité x . En revanche, dans les directions finies du cristal y et z , il est nécessaire de pouvoir simuler un domaine s'étendant à l'infini au-delà des couches. Un tel domaine infini correspond à lui appliquer des frontières ouvertes, c'est-à-dire des frontières à travers lesquelles les ondes électromagnétiques peuvent passer sans subir de réflexion. De telles frontières peuvent être réalisées de deux manières [56]. La première consiste à appliquer des conditions limites de diffusion, *Scattering Boundary Conditions* (SBC) en anglais, aux frontières

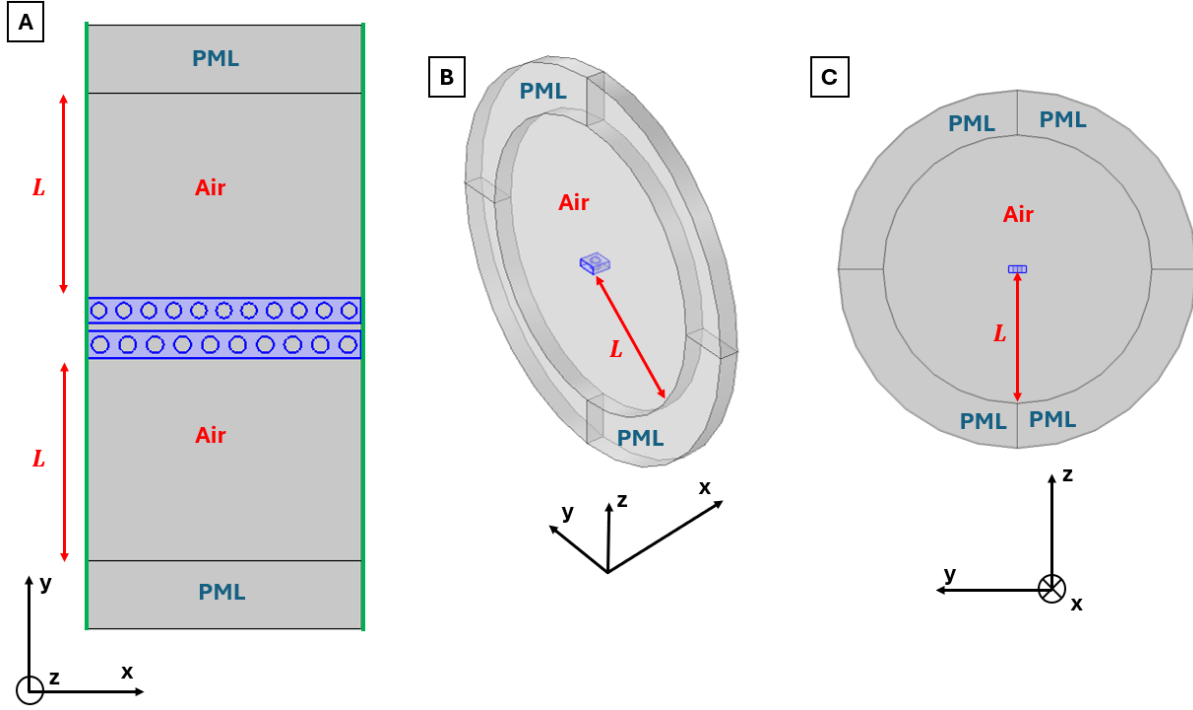


FIGURE 4.1 – (A) Représentation de la troisième structure telle que simulée par un modèle COMSOL 2D. Les cristaux photoniques (en bleu) sont entourés par des couches d’air d’épaisseur L dans la direction y , elles-mêmes terminées par une PML. Les conditions périodiques dans la direction x sont représentées en vert. (B) et (C) Représentation de la cinquième structure telle que simulée par un modèle COMSOL 3D. Le cristal photonique est représenté en bleu. Il est entouré par une couche d’air d’épaisseur L de forme cylindrique. Ce cylindre d’air est lui-même terminé par une couche de PML. Des conditions périodiques sont appliquées sur les frontières du domaine dans la direction x .

considérées du système. La seconde consiste à appliquer une couche dite parfaitement adaptée, *Perfectly Matched Layer* (PML) en anglais, au-delà de la couche d’air. La PML, constituée de plusieurs couches de maillage (8 par défaut), a pour objectif d’atténuer le champ électromagnétique au fur et à mesure que celui-ci progresse au sein de la couche et ce, sans permettre de réflexion.

Ces deux types de solutions possèdent chacune des caractéristiques propres [56]. Les SBC ont l’avantage de nécessiter moins de ressources de calcul et de mémoire car elles ne nécessitent pas de simuler un domaine, contrairement aux PML. Cependant, ces dernières permettent une atténuation beaucoup plus efficace des champs et ce, pour une plus large plage d’angles d’incidence de la lumière. Cette différence d’efficacité est illustrée à la figure 4.2.

En raison de leur plus grande efficacité, les PML ont été choisies plutôt que les SBC afin de simuler des frontières ouvertes pour les domaines de simulation des structures photoniques. En effet, des simulations initiales réalisées en utilisant des SBC donnaient des résultats physiquement erronés.

La figure 4.1.A illustre la présence de deux PMLs aux bords des zones d’air pour les modèles 2D. Concernant les modèles 3D, la configuration en cylindre permet d’ajouter élégamment une PML au bord sous la forme d’une couche supplémentaire au cylindre.

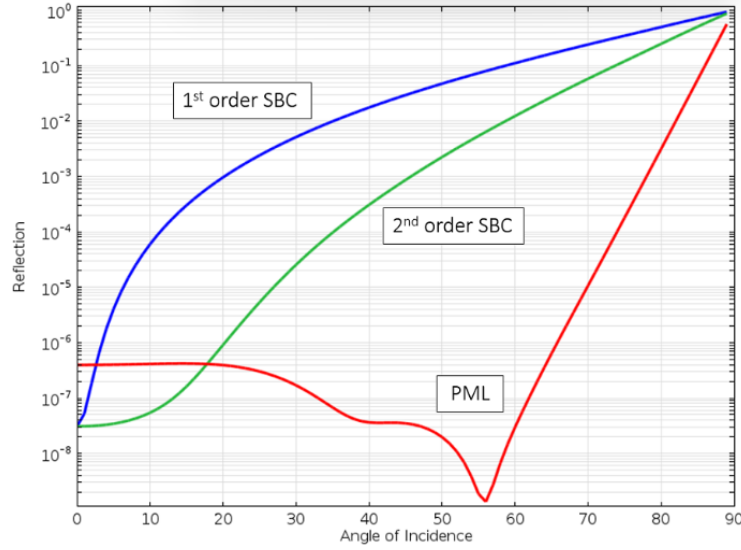


FIGURE 4.2 – Comparaison entre l’efficacité des conditions limites de diffusion, *Scattering Boundary Conditions* (SBC) en anglais, et des couches dite parfaitement adaptées, *Perfectly Matched Layer* (PML) en anglais. Les SBC, qu’elles soient sous leur forme au premier ordre ou au second, sont nettement moins efficaces que les PML pour atténuer tout champ électromagnétique et ne produire aucune réflexion. Reprise de [56].

Solveurs aux valeurs propres

Pour rappel, COMSOL est un logiciel basé sur la méthode des éléments finis (FEM) et résolvant des équations aux dérivées partielles. Dans le contexte de ce travail, ces équations sont les équations de Maxwell. Celles-ci peuvent se ramener à un problème aux valeurs propres (voir section 2.2). L’étude Fréquence Propre (Eigenfrequency en anglais), utilisée dans ce contexte, permet de trouver les fréquences de résonance et les modes propres associés dans les cavités résonantes (voir section 4.2).

Deux types de solveurs existent au sein de l’étude Fréquence Propre. Le premier est appelé ARPACK, pour ARnoldi PACKage [57]. Celui-ci est basé sur l’algorithme d’Arnoldi pour la décomposition aux valeurs propres des matrices larges et clairsemées. Il est particulièrement efficace pour trouver un petit nombre de valeurs propres et de vecteurs propres d’une matrice. Il est particulièrement efficace pour les problèmes de grandes tailles mais peut nécessiter un grand nombre d’itérations pour converger.

Le second solveur est appelé FEAST, pour Fast Eigenvalue Approximation via Subspace Iteration en anglais [57]. Il utilise une méthode de projection sur un sous-espace, combinée avec l’intégration contour pour calculer les valeurs propres et les vecteurs propres d’une matrice. Ce solveur est efficace pour trouver toutes les valeurs propres dans une région spécifique du plan complexe. Cependant, il présente une complexité algorithmique plus élevée due à la nécessité de l’intégration contour et peut être moins efficace pour des problèmes où l’on ne cherche qu’une seule ou quelques valeurs propres spécifiques.

Au vu de la complexité des structures photoniques, le solveur ARPACK est généralement préféré pour les étudier. Celui-ci est utilisé pour l’ensemble des simulations conduites pour ce travail, sauf si spécifié autrement. L’impact de ces différents solveurs sur les résultats des simulations est discuté à la section 4.3.2.

4.3 Tests de convergences

L’objectif des tests de convergence est d’évaluer la robustesse et la fiabilité des simulations numériques. Un test de convergence classique est illustré à la figure 4.3. Pour réaliser un tel test, une grandeur physique caractéristique est sélectionnée, et les valeurs qu’elle adopte sont observées en fonction de la variation d’un

paramètre de la simulation. Les valeurs adoptées par la grandeur sont censées se stabiliser une fois une certaine valeur du paramètre atteinte, appelée *valeur seuil*. Un test de convergence réussi permet ainsi de conclure que les résultats obtenus par la simulation sont fiables, à condition que la valeur du paramètre choisie pour la simulation soit supérieure à la valeur seuil.

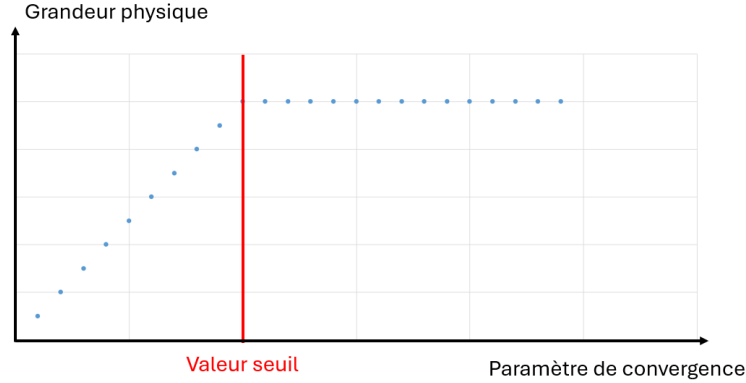


FIGURE 4.3 – Représentation d’un test de convergence typique. Une grandeur physique caractéristique est sélectionnée et les valeurs qu’elle adopte sont observées en fonction de la variation d’un paramètre de la simulation. Les valeurs adoptées par la grandeur sont censées se stabiliser une fois une certaine valeur du paramètre atteinte, appelée *valeur seuil*.

Deux types de tests de convergence ont été réalisés pour les différentes structures. Le premier porte sur le maillage du domaine et sa discrétisation. Le second porte sur la couche d’air présente autour des cristaux et leur épaisseur. Ces tests de convergence et leurs résultats sont présentés dans les sections suivantes.

4.3.1 Tests de convergence sur le maillage

La méthode des éléments finis est basée sur la discrétisation du domaine à simuler en un très grand nombre de sous-domaines de formes variées, les éléments finis. La taille de ces éléments est un paramètre crucial de toute simulation. Plus le maillage est finement discrétisé, c’est-à-dire plus ces éléments sont petits, plus la précision des résultats est grande et le système simulé approche au mieux le système physique continu. Cependant, discrétiser plus finement le maillage revient également à augmenter la taille du système matriciel d’équations linéaires à résoudre. Ceci a pour conséquence que discrétiser plus finement le maillage augmente nettement le temps de calcul et la mémoire nécessaire.

Il est donc opportun de tester la convergence d’une ou plusieurs grandeurs caractéristiques du système en fonction de la taille des éléments du maillage. Ceci permet de trouver une valeur seuil pour la taille des éléments du maillage à partir de laquelle les valeurs prises par les grandeurs convergent. Ceci signifie que choisir des éléments finis plus petits ne permettrait pas d’améliorer la précision des résultats.

Les grandeurs physiques considérées pour ces tests sont la fréquence propre ω de différents modes de résonance ainsi que le facteur de qualité Q qui leur est associé. Le paramètre utilisé pour décrire la discrétisation de la maille est la taille maximale d’un élément fini r_{max} . Cette taille est rapportée à la longueur d’onde de la lumière dans le matériau considéré. Les tests de convergence réalisés sur les différentes structures photoniques indiquent que les différentes grandeurs ont toutes convergé pour une valeur seuil $r_{max} = \frac{\lambda}{5n}$. Cette valeur seuil est donc utilisée pour la suite des simulations.

4.3.2 Tests de convergence sur la couche d’air

Le second type de test de convergence porte sur l’épaisseur L de la couche d’air. A nouveau, l’objectif est de trouver la valeur d’épaisseur de la couche d’air à partir de laquelle certaines grandeurs caractéristiques

du système convergent. Ce test de convergence a un double intérêt. Tout d'abord, il permet de vérifier la fiabilité et la précision des résultats obtenus. Par ailleurs, en choisissant une valeur d'épaisseur de la couche d'air correspondant à la valeur seuil, il permet de limiter la taille du domaine de simulation et ainsi de limiter les ressources de calculs nécessaires.

Les grandeurs caractéristiques sont à nouveau la fréquence propre ω de différents modes de résonance ainsi que le facteur de qualité Q qui leur est associé. Pour les modèles 2D, l'épaisseur de la couche d'air L consiste en la longueur des rectangles d'air situés de part et d'autre du cristal. Pour les modèles 3D, la couche d'air étant cylindrique, son épaisseur L consiste en le rayon du cylindre, tel qu'illustré à la figure 4.1.

La figure 4.4 reprend un exemple de test de convergence obtenu pour un mode guidé de la cinquième structure. Le paramètre utilisé ici est l'épaisseur de la couche d'air L , exprimée en multiples de la longueur d'onde typique des modes propres de la structure, $\lambda_0 = 1550nm$. La grandeur caractéristique est le logarithme du facteur de qualité Q . On observe une zone de croissance telle qu'attendu, où le facteur de qualité croît exponentiellement avec l'épaisseur de la couche. Cette zone de croissance s'arrête pour $L = \frac{3\lambda}{2}$, qui correspond à la valeur seuil. Au-delà de celle-ci, le facteur de qualité se met à osciller autour d'une valeur moyenne dans la zone de convergence. Cependant, ces oscillations sont de très forte amplitude, pouvant varier de trois ordres de grandeur (entre 10^{14} et 10^{17} pour l'exemple de la figure 4.4). De telles instabilités sur la valeur prise par le facteur de qualité ne sont pas acceptables et ne correspondent pas à un résultat physique. En effet, une fois la convergence atteinte, le facteur de qualité d'un mode du cristal photonique n'est pas censé varier avec l'épaisseur de la couche d'air considérée dans la simulation numérique.

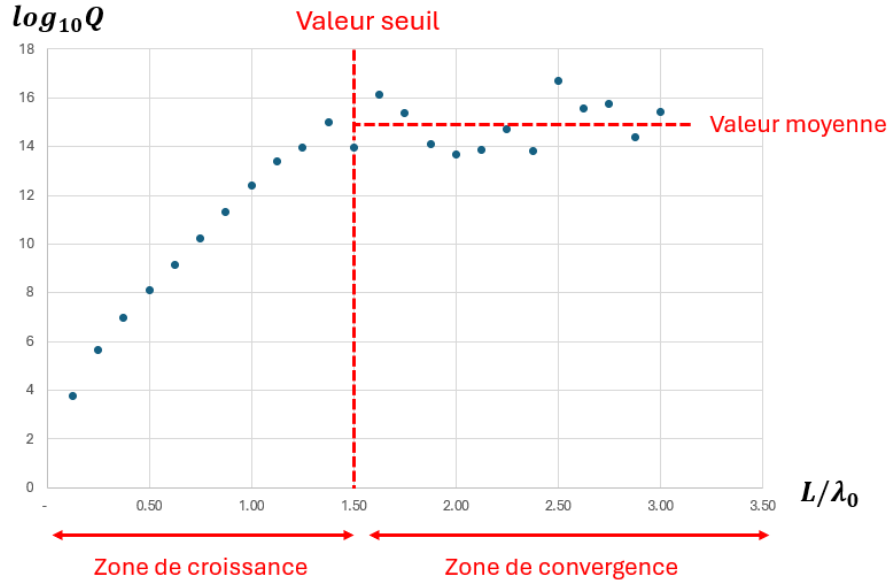


FIGURE 4.4 – Exemple de test de convergence obtenu pour un mode guidé de la cinquième structure. Le mode en question est le mode de fréquence normalisée $\frac{\omega a}{2\pi c} = 0.405$ pour le vecteur d'onde $\frac{k_x a}{2\pi} = 0.5$. Le paramètre de convergence est l'épaisseur de la couche d'air L , exprimée en multiples de la longueur d'onde typique des modes propres de la structure, $\lambda_0 = 1550nm$. La grandeur caractéristique est le logarithme du facteur de qualité Q . On observe une zone de croissance du facteur de qualité, où le facteur de qualité croît exponentiellement avec l'épaisseur de la couche. Cette zone de croissance s'arrête pour $L = \frac{3\lambda}{2}$, qui correspond à la valeur seuil. Au-delà de celle-ci, le facteur de qualité se met à osciller autour d'une valeur moyenne dans la zone de convergence. Ces oscillations sont de très forte amplitude.

Pour comprendre la source de ce problème d'instabilités, il faut repartir du calcul du facteur de qualité. Celui-ci est calculé à partir de la partie réelle et imaginaire de la fréquence propre des modes (voir équation

4.1). Comme expliqué à la section 2.1.1, la partie réelle de la fréquence est liée à la propagation du champ, c'est-à-dire à la structure de bandes, tandis que la partie imaginaire décrit plutôt comment le champ s'atténue au cours du temps (décroissance exponentielle). Des tests de convergence similaires à celui-ci ont été réalisés pour la partie réelle de la fréquence propre et ces tests indiquent une convergence très rapide (valeur seuil $L_{seuil} < \lambda$) et sans les instabilités rencontrées pour le facteur de qualité. Ces résultats indiquent que la source des instabilités se situe plutôt dans la partie imaginaire de la fréquence propre, c'est-à-dire dans le calcul des pertes d'énergie et de l'atténuation des champs.

Différentes pistes de résolution du problème d'instabilités ont été explorées. Afin de ne pas surcharger le texte, les tests de convergences obtenus lors de ces tentatives sont disponibles en annexe.

Solutions liées aux PML

Une des causes potentielles des instabilités du facteur de qualité serait les PMLs. Il est possible que les instabilités soient dues au fait que les champs ne soient pas complètement atténués par les PMLs, ce qui expliquerait les problèmes rencontrés avec la partie imaginaire de la fréquence propre. Différentes modifications ont donc été apportées aux PMLs pour essayer d'améliorer l'atténuation des champs sortants.

Une de ces modifications consiste à appliquer des conditions frontières différentes au bord extérieur de la PML. L'idée est d'utiliser ces conditions frontières pour annuler tout champ sortant pouvant être réfléchi vers le dispositif, dans le cas où ces champs n'auraient pas été correctement atténués par la PML. Trois conditions frontières ont été appliquées successivement en sortie de PML. La première est une Scattering Boundary Condition (SBC) dont le rôle est similaire à celui d'une PML mais en moins efficace (voir section 4.2.2). La seconde est une Perfect Electric Conductor (PEC) dont le rôle est d'annuler le champ électrique à la surface. Enfin, la dernière est une Perfect Magnetic Conductor (PMC) dont le rôle est similaire à une PEC mais pour le champ magnétique cette fois-ci. Aucune de ces trois conditions frontières n'a permis d'améliorer les résultats. Les tests de convergence liés à ces tentatives de solutions sont présents en annexe à la figure 6.1.

Une autre piste de résolution liée aux PML consiste à en modifier le maillage. Celui-ci consiste en la superposition de couches concentriques, au nombre de huit par défaut. Modifier le nombre et la forme de ces couches permettrait potentiellement d'améliorer l'atténuation des champs et ainsi de réduire les fluctuations du facteur de qualité. Cependant, aucune amélioration de la stabilité de ce dernier n'a pu être observée en modifiant le maillage de la PML.

Enfin, la dernière piste est liée à l'épaisseur des PML. Des tests de convergences ont été menés en modifiant l'épaisseur de la PML, sans toucher au maillage. A nouveau, ces tests ne permettaient pas d'observer une amélioration particulière de la stabilité du facteur de qualité.

Solutions liées au maillage

La manière de discrétiser le domaine de simulation a une grande influence sur les résultats obtenus. Un maillage qui ne respecte pas la physique du système ou qui est trop grossièrement discrétisé peut mener à des résultats incorrects. Différentes modifications ont été apportées au maillage pour tenter de corriger le problème de stabilité du facteur de qualité. Parmi-celles-ci, un maillage plus finement discrétisé a été testé, cependant, celui-ci n'a pas eu d'impact notable sur les résultats du test de convergence.

Changement de solveur aux valeurs propres

Afin de résoudre les équations de Maxwell et de trouver les fréquences propres et champs de la structure photonique, le logiciel COMSOL résout une équation aux valeurs propres (voir section 4.1). Cette équation peut être résolue par deux types de solveur : ARPACK et FEAST. Une description de leur fonctionnement est indiquée à la section 4.2.2. Différents tests de convergence ont été réalisés avec FEAST afin de tester si ce solveur permettait une meilleure convergence du facteur de qualité, sans les instabilités observées précédemment. Cependant, le changement de solveur n'a pas eu d'effet significatif sur la stabilité du facteur

de qualité. N'étant pas optimisé pour ce type de problème, le temps de simulation augmenta également fortement. FEAST fut donc abandonné pour la suite des simulations.

Changement de type d'analyse

Jusqu'à présent, les différentes simulations ont été basées sur l'étude Fréquence propre (*Eigenfrequency* en anglais), qui permet de trouver les fréquences des modes propres de la structure et de mesurer le facteur de qualité associé à l'aide de la partie imaginaire de la fréquence propre. Une autre approche possible consiste à exciter la structure avec une source de fréquence connue et à mesurer l'énergie électromagnétique au sein de la structure. Ce calcul est effectué pour une large gamme de valeurs de fréquences de la source afin de faire apparaître un pic d'énergie électromagnétique centré en la fréquence propre de la structure, comme illustré à la figure 2.2. La largeur à mi-hauteur Γ de ce pic permet d'accéder au facteur de qualité Q du mode propre associé au pic grâce à la relation $\Gamma = \frac{\omega_0}{Q}$, avec ω_0 la fréquence propre du mode. L'idée est de tester si ce type d'analyse permet de résoudre les problèmes d'instabilités du facteur de qualité observés précédemment.

L'idée est donc de placer une source, ici une ligne de courant, proche de la structure et de mesurer l'énergie présente au sein de la cavité. Ceci est répété pour différentes fréquences de la source. Pour chaque mode propre de la structure photonique, on retrouve un pic de l'énergie électromagnétique centré en la fréquence propre du mode. Etant donné les très grandes valeurs prises par le facteur de qualité pour ce type de structures photoniques ($> 10^{10}$), une très grande précision fréquentielle est nécessaire. Ceci signifie qu'il faut pouvoir mesurer l'énergie présente au sein de la cavité pour des fréquences d'oscillations de la source extrêmement proches. Par exemple, pour un mode de fréquence propre $f_0 = 190 \text{ THz}$ ($\lambda = 1580 \text{ nm}$), c'est-à-dire $\omega_0 \simeq 10^{15}$, un facteur de qualité Q de l'ordre de 10^{14} implique une largeur à mi-hauteur Γ de seulement 10 Hz.

Dans les analyses menées avec COMSOL, la précision de celui-ci ne permet pas de donner des résultats précis et fiables pour le facteur de qualité. Tout d'abord, une première limite vient de l'incapacité de COMSOL à différencier certaines fréquences très proches. En effet, pour des fréquences d'excitation de l'ordre de la centaine de Hz, le logiciel est incapable de descendre en-dessous du Hz. Or, il faudrait descendre à ce niveau de précision pour avoir une mesure précise de la fréquence de résonance et de la largeur à mi-hauteur pour des facteurs de qualité de l'ordre de 10^{14} .

Par ailleurs, COMSOL n'arrive pas à converger proprement pour des fréquences très proches de la fréquence de résonance, même en relevant son seuil de tolérance, initialement fixé à 10^6 . Le solveur n'est alors plus capable de donner aucune valeur de fréquence propre et de facteur de qualité. Enfin, pour plusieurs calculs de l'énergie totale pour une même fréquence, COMSOL donne des valeurs différentes, celles-ci allant du simple au double. Il est dès lors difficile de situer précisément la fréquence de résonance dans ces conditions.

De par tous ces problèmes, il est dès lors impossible de connaître avec suffisamment de précision la valeur maximale atteinte par l'énergie à la résonance, et donc de donner une valeur de largeur à mi-hauteur précise. Ceci empêche d'obtenir une mesure précise du facteur de qualité.

Changement de méthode de calcul du facteur de qualité

Jusqu'à présent, le facteur de qualité a été calculé en utilisant sa formulation basée sur les parties réelle et imaginaire de la fréquence propre du mode, telles que calculée par COMSOL. A la section 4.3.2, la formulation du facteur de qualité basée sur la largeur du pic de résonance du mode propre a été abordée. Il existe une troisième formulation du facteur de qualité, décrite à la section 2.1.1. Celle-ci est basée sur l'énergie électromagnétique U présente dans la structure et la puissance sortante P de la structure :

$$Q = \omega_0 \frac{U}{P} \quad (4.2)$$

avec ω_0 la fréquence propre du mode. L'idée est donc désormais de tester si la mesure du facteur de qualité présente autant d'instabilités avec cette formulation. Ces mesures ont été réalisées avec la cinquième structure, en 3D. Pour ce faire, un cylindre fictif est dessiné autour de la structure. Cette situation est représentée à la figure 4.5. Le cylindre possède le même axe de rotation que la couche d'air et a également un rayon R valant la moitié de celle-ci. Le rayon du cylindre fictif doit être choisi de telle manière à ne pas être trop petit afin de ne pas capter uniquement le champ proche présent autour de la structure tout en n'étant pas trop grand afin de ne pas tenir compte des champs évanescents à proximité de la PML.

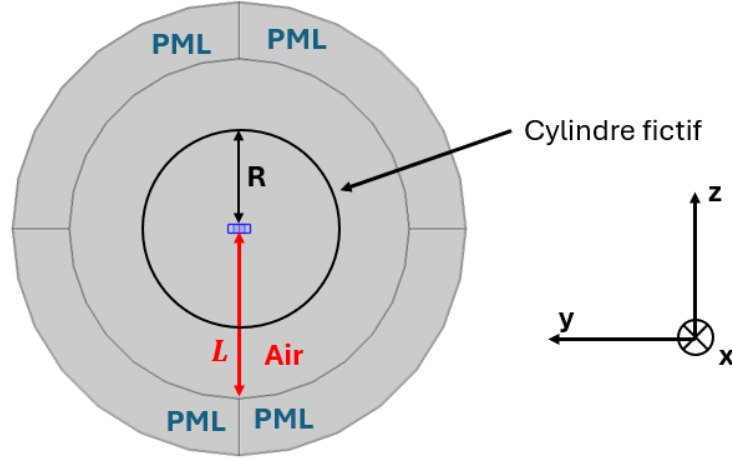


FIGURE 4.5 – Vue en coupe de la cinquième structure telle que simulée par COMSOL dans le cadre du calcul du facteur de qualité avec sa formulation énergétique. Le cristal est représenté au centre en bleu. Le cylindre fictif de rayon R utilisé pour l'intégration de la densité d'énergie électromagnétique U et la puissance sortante P est représenté en noir. Il est inscrit à l'intérieur du cylindre d'air de rayon $L > R$.

La mesure du facteur de qualité s'effectue donc en calculant l'énergie électromagnétique U présente au sein de ce cylindre fictif ainsi que la puissance sortante P correspondant au flux net du champ électromagnétique fuyant à travers les surfaces du cylindre fictif. Différentes configurations ont été testées, en prenant ou non les surface latérales du cylindre, c'est-à-dire les surfaces placées sur les conditions périodiques, et en prenant un cylindre fictif dont le rayon R varie ou non en même temps que l'épaisseur de la couche d'air. Par ailleurs, différentes formulations de U et P ont été utilisées, soit à l'aide de fonctions définies par COMSOL, soit à l'aide du vecteur de Poynting.

Quelle que soit la configuration et la formulation de U et P testée, plusieurs ordres de grandeur séparaient la valeur du facteur de qualité obtenue de la valeur calculée à l'aide des parties réelle et imaginaire de la fréquence propre. Par ailleurs, les problèmes d'instabilités du facteur de qualité n'étaient pas résolus. Les résultats de ces tests de convergence sont présents en annexe à la figure 6.2. Devant ces problèmes et l'incapacité d'y fournir une explication physique, cette piste a également été abandonnée.

4.3.3 Conclusion

En conclusion, aucune des tentatives de correction des instabilités dans la mesure du facteur de qualité n'a été fructueuse. Les fortes variations du facteur de qualité dans la zone de convergence semblent irrémédiables avec COMSOL. Par ailleurs, il est important de noter que la valeur seuil de l'épaisseur de la couche d'air L_{seuil} à partir de laquelle le facteur de qualité entre dans la zone de convergence peut varier fortement pour différents modes propres d'une même structure photonique.

Il est donc nécessaire de déterminer un protocole numérique adapté à suivre lors des simulations afin d'obtenir une mesure du facteur de qualité et de son instabilité. Ce protocole consiste à mesurer le facteur

de qualité pour différentes épaisseurs de la couche d'air L supérieures à la valeur seuil de chaque structure (voir figure 4.4). Dans les données présentées à la section suivante, le nombre d'épaisseurs choisies est de huit. Une valeur moyenne du facteur de qualité est calculée à partir de ces huit valeurs mesurées. Celle-ci est accompagnée d'une mesure de l'écart-type afin de rendre compte de la dispersion des valeurs mesurées par rapport à la valeur moyenne.

Ce type de protocole numérique n'a pu être observé dans la littérature sur le domaine. L'absence d'un tel protocole invite à prendre avec précaution toute valeur donnée pour le facteur de qualité d'une structure photonique dont les propriétés ont été simulées à l'aide de COMSOL. En effet, en l'absence d'un tel protocole, une valeur isolée du facteur de qualité peut différer de trois ordres de grandeur par rapport à la valeur moyenne convergée.

Par ailleurs, ces instabilités de la mesure du facteur de qualité invitent à ne pas accorder trop d'importance à la mesure de celui-ci pour une structure isolée, mais à l'utiliser plutôt comme outil de comparaison entre structures. En effet, la valeur absolue calculée par COMSOL est trop volatile que pour constituer une prédiction fiable des propriétés de la structure photonique. Les valeurs moyennes calculées servent donc plutôt d'outil de comparaison afin d'orienter les décisions d'expérimentateurs dans le choix d'une structure photonique plutôt qu'une autre. Les mesures expérimentales du facteur de qualité restent souveraines, celles-ci étant par ailleurs régulièrement plusieurs ordres de grandeur en-deçà des prédictions numériques (voir sections 2.3.3 et 2.4.1).

Chapitre 5

Résultats et discussion

Les résultats obtenus pour les différentes structures photoniques sont présentés dans ce chapitre. L'objectif est de les comparer sur base de leur structure de bandes et vitesse de groupe v_g , ainsi que du facteur de qualité Q , volume de mode V et facteur de Purcell F_P de certains modes caractéristiques.

5.1 Structure de bandes

Les structures de bandes des différentes structures photoniques obtenues avec COMSOL sont présentées et discutées dans cette section. Pour toutes ces structures, la seule direction de périodicité est la direction x , ce qui implique que la structure de bande se calcule en faisant varier k_x le long de la première zone de Brillouin. Par ailleurs, au vu de la symétrie des structures, il est suffisant de calculer la structure de bandes pour des valeurs de k_x allant de 0 à $\frac{\pi}{a}$, a étant la période du cristal. La structure de bandes pour k_x allant de $-\frac{\pi}{a}$ à 0 est symétrique par invariance sous retournement temporel à celle allant de 0 à $\frac{\pi}{a}$ [2]. Par ailleurs, les axes des structures de bandes sont indiqués en échelles normalisées $\frac{\omega a}{2\pi c}$. Celles-ci permettent de comparer les différentes structures sur un pied d'égalité en tirant profit des propriétés de mise à l'échelle des équations de Maxwell [2].

La première étape est de réaliser un benchmark en comparant nos résultats avec des résultats connus provenant de la littérature. Ce benchmark est réalisé avec la cinquième structure. Ensuite, les nouveaux résultats obtenus pour les autres structures photoniques, à savoir les structures 1, 2, 3, 4 et 6 sont présentés et discutés.

5.1.1 Benchmark de la cinquième structure

Pour rappel, la cinquième structure consiste en une bande de silicium de largeur et hauteur finies et perforée de trous circulaires (voir figure 2.6), réalisée par un modèle 3D sur COMSOL. La structure de bandes de ce cristal photonique peut être retrouvée dans la littérature [2]. Le cristal étant de largeur et épaisseur finies, celui-ci forme un système ouvert vers son environnement, à savoir l'air. On retrouve donc deux types de modes, visibles sur la structure de bandes venant de la littérature à la figure 5.1.A. Au-dessus de la droite de lumière d'équation $\omega = ck_x$ se trouve un continuum de modes appelés *modes étendus*, c'est-à-dire les modes propagatifs dans l'air. En-dessous de cette droite se trouvent un ensemble discret de bandes correspondant aux modes guidés au sein du cristal photonique. Ces différentes bandes sont étiquetées en fonction de la symétrie de leur modes sur la figure 5.1.A. Les étiquettes M et E indiquent si les modes sont respectivement pseudo-TM ou pseudo-TE. Par ailleurs, les indices e et o indiquent la parité des modes, selon que ceux-ci soient *even* (pair) ou *odd* (impair).

La figure 5.1.B reprend la structure de bandes de la cinquième structure. Celle-ci possède une constante de réseau $a = 300nm$, des trous d'air ($\varepsilon = 1$) de rayon $R = 0.25a$, une hauteur $h = 0.4a$ et une constante diélectrique $\varepsilon = 12$. Ces paramètres correspondent à ceux utilisés dans [2]. On observe que la structure de bandes est en tous points similaire à celle de [2].

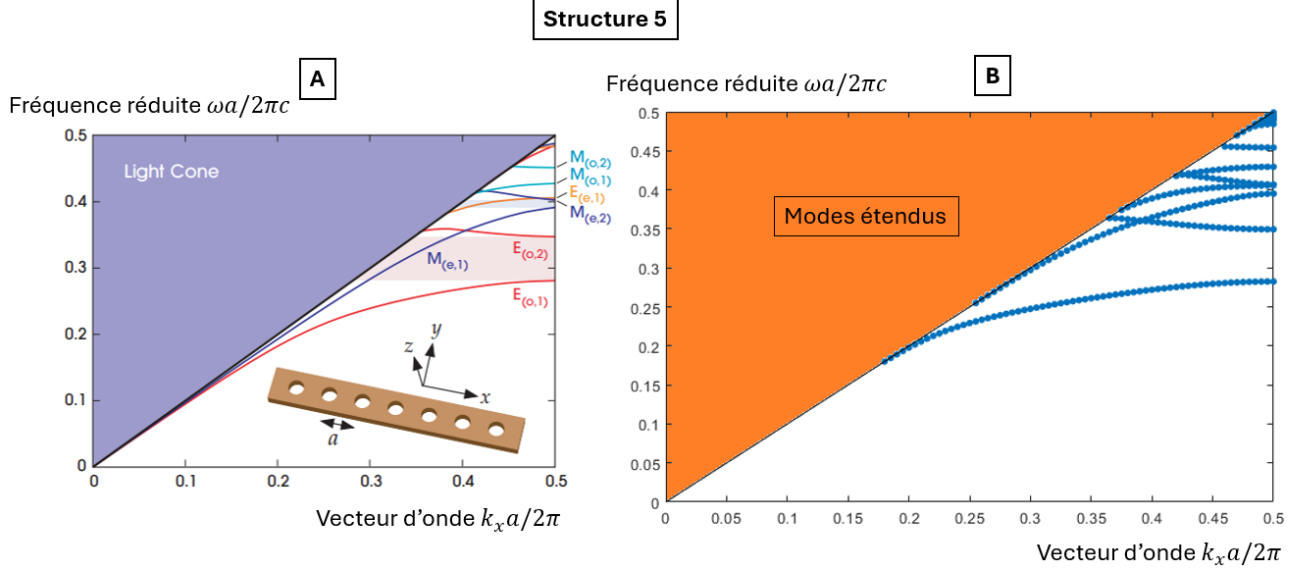


FIGURE 5.1 – Structure de bandes de la cinquième structure. Le rayon des trous d’air vaut $R = 0.3a$. (A) Résultats en provenance de [2]. On retrouve le cône de lumière en bleu ainsi que les différents modes guidés représentés en couleurs. (B) Résultats obtenus dans cette étude. Le cône de lumière est représenté en orange. On y retrouve des modes étendus. En-dessous du cône de lumière sont représentés les modes guidés, en bleu. Ceux-ci sont organisés en bandes. Les modes propres sont calculés pour un ensemble discret de valeurs de k_x , allant de 0 à $\frac{\pi}{a}$ par pas de 0.05.

Afin de vérifier que les modes guidés de cette structure correspondent bien à ceux de la littérature, on s’intéresse également au profil des champs de ceux-ci. Le profil des deux premiers modes impairs pseudo-TE venant de [2] sont représentés à la figure 5.2, accompagnés de ces mêmes profils obtenus par COMSOL. A nouveau, on observe que ces profils correspondent en tous points à ceux de la littérature [2].

Ce benchmark permet donc de valider la méthode numérique suivie et permet de s’assurer de la fiabilité des résultats obtenus pour les structures de bandes des autres dispositifs photoniques.

5.1.2 Structure de bandes des dispositifs photoniques d’intérêt

Cristaux 2D (structures 1 et 2)

Les structures de bandes des deux premières structures sont représentées aux figures 5.3 et 5.4. Chaque structure est simulée avec des trous d’air de rayon $R = 0.3a$. Le cône de lumière est représenté en orange. Pour les deux structures, on y retrouve les modes étendus dans l’air. En-dessous du cône de lumière sont représentés les modes guidés du cristal, organisés en bandes.

Les cartes de champs des modes de basse fréquence en bord de zone de Brillouin ($k_x = \frac{\pi}{a}$) sont analysées afin de pouvoir répertorier ces modes. Les tableaux 5.1 et 5.2 reprennent respectivement pour la première et la seconde structure ces différents modes, classés par fréquence croissante. La polarisation et le profil du mode sont également indiqués. Quatre de ces profils, deux en polarisation TE et deux en TM, sont représentés aux figures 5.5 et 5.6. On observe bien que le champ est concentré au sein du cristal photonique, ce qui est attendu pour un mode guidé [2].

Sixième structure

La structure de bandes de la sixième structure est représentée à la figure 5.7. Les trous d’air du cristal simulé ici ont désormais un rayon $R = 0.279a$, soit la même valeur que dans [53]. Ceci permet de conserver les

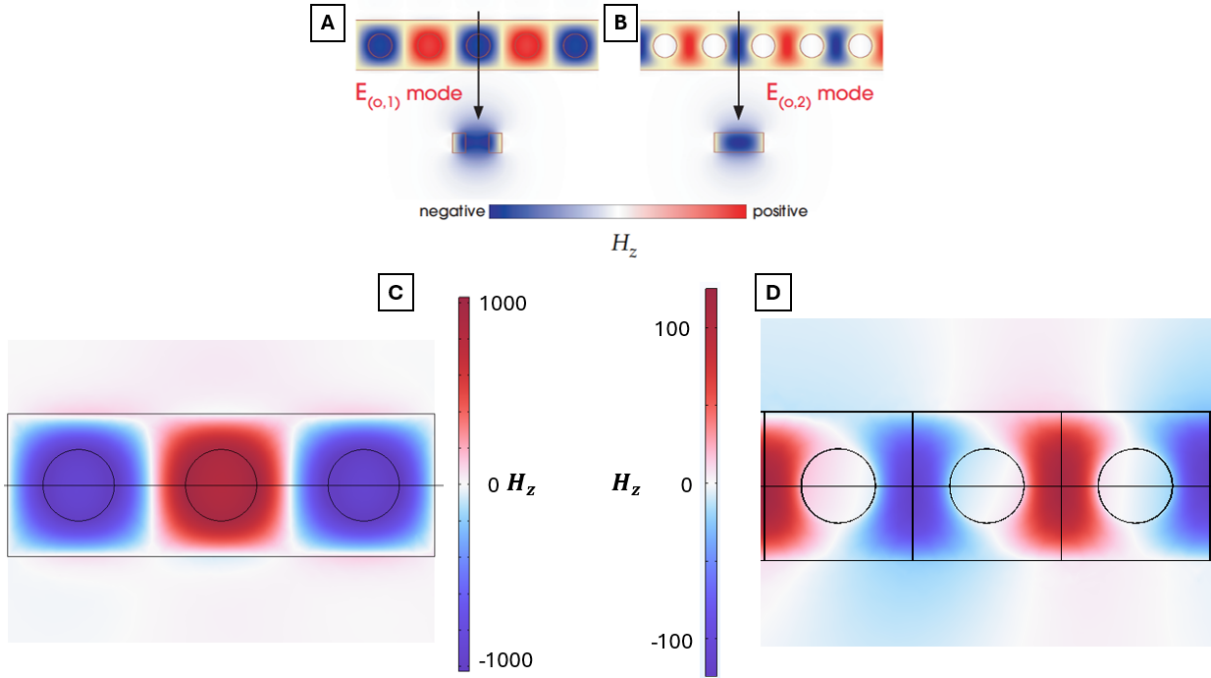


FIGURE 5.2 – Cartes de champs des deux modes de plus basse fréquence en bord de la zone de Brillouin ($k_x = \frac{\pi}{a}$). Les cartes en (A) et (B) proviennent de [2] tandis que les cartes (C) et (D) proviennent de cette étude. Ces deux dernières correspondent bien respectivement aux cartes (A) et (B), ce qui confirme que les résultats obtenus à l'aide de COMSOL sont corrects. Ces modes ayant une polarisation pseudo-TE, la composante H_z du champ magnétique est ici représentée. Les modes (A) et (C) sont des monopôles impairs tandis que les modes (B) et (D) sont des dipôles impairs. Repris de [2].

Fréquence normalisée $\frac{\omega a}{2\pi c}$	Polarisation	Profil de mode
0.180	TM	monopôle impair
0.213	TE	monopôle impair
0.226	TM	monopôle impair
0.247	TM	dipôle impair
0.268	TM	dipôle impair
0.297	TE	dipôle impair
0.351	TE	dipôle impair
0.360	TM	hexapôle

TABLE 5.1 – Caractérisation des modes propres de la première structure en bord de zone de Brillouin ($k_x = \frac{\pi}{a}$). Les modes sont classés par fréquence croissante. Leur polarisation (TE ou TM) est donnée, accompagnée du profil du mode.

mêmes propriétés que celles observées par les auteurs de l'article. A nouveau, le cône de lumière est représenté en orange. On y retrouve les modes étendus dans l'air. En-dessous du cône de lumière sont représentés les modes guidés du cristal, toujours organisés en bandes.

Structures 2D à Moiré

Les structures de bandes des troisième et quatrième structures sont représentées respectivement aux figures 5.8 et 5.9. Ces Moiré ont pour nombre de commensurabilité $N = 5$ et pour distance entre les cristaux $d = 0.3a$. Les structures simulées possèdent à nouveau des trous de rayon $R = 0.3a$. Les structures de bandes sont calculées pour des valeurs de $k_M = |\frac{2\pi}{a_1} - \frac{2\pi}{a_2}|$ allant de 0 à $\frac{\pi}{a}$.

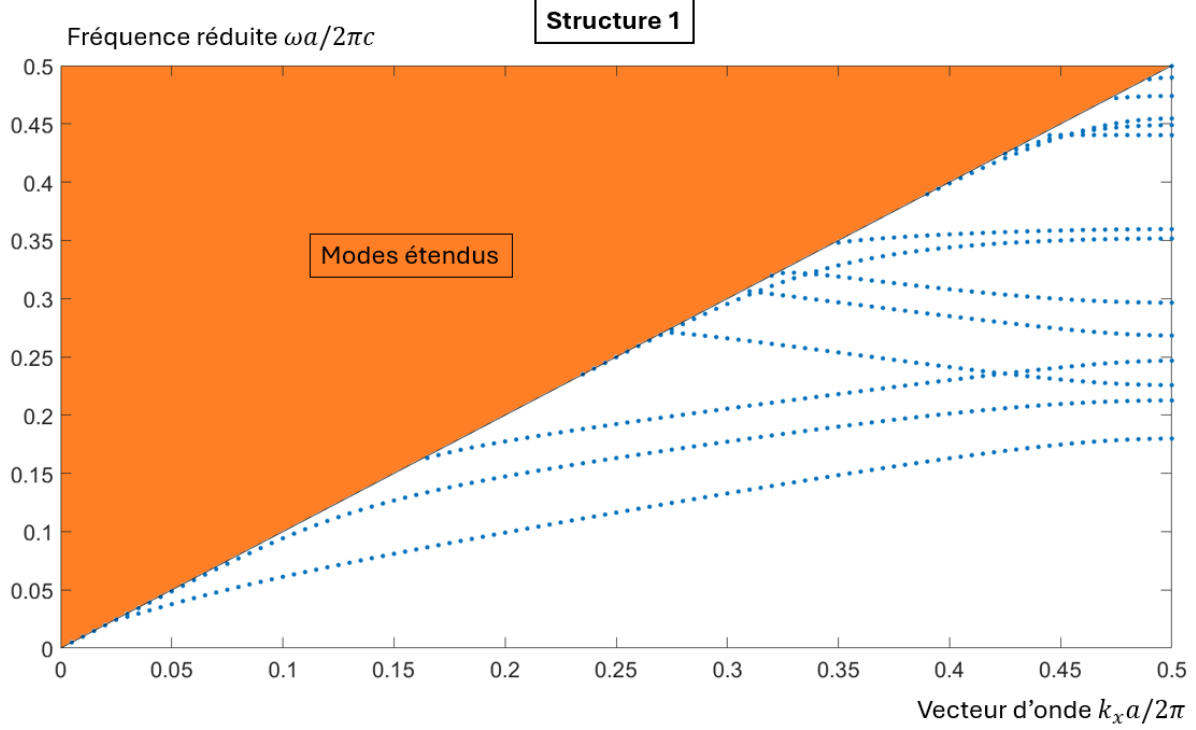


FIGURE 5.3 – Structure de bandes de la première structure. Le rayon des trous d’air vaut $R = 0.3a$. Le cône de lumière est représenté en orange. On y retrouve des modes étendus. En-dessous du cône de lumière sont représentés les modes guidés, en bleu. Ceux-ci sont organisés en bandes.

Fréquence normalisée $\frac{\omega a}{2\pi c}$	Polarisation	Profil de mode
0.175	TM	monopôle impair
0.198	TM	monopôle impair
0.231	TE	monopôle impair
0.259	TM	dipôle impair
0.275	TE	monopôle impair
0.345	TM	dipôle impair
0.359	TE	dipôle impair
0.365	TM	hexapôle
0.391	TE	dipôle impair

TABLE 5.2 – Caractérisation des modes propres de la seconde structure en bord de zone de Brillouin ($k_x = \frac{\pi}{a}$). Les modes sont classés par fréquence croissante. Leur polarisation (TE ou TM) est donnée, accompagnée du profil du mode.

Le facteur de qualité de chaque mode est indiqué sur la structure de bandes sous la forme d’un code couleur. Ceci permet de mettre en évidence les caractéristiques des différents modes. On observe un grand nombre de bandes présentant un faible facteur de qualité $Q < 10^2$. Ces modes sont potentiellement des modes propres qui ne correspondent pas à une solution physique du système. En effet, le domaine à simuler étant une cellule unité du super-réseau de Moiré, ce domaine est très grand. Il contient dès lors un grand nombre de noeuds, ce qui implique que la matrice d’équations linéaires à résoudre est de grande taille. Cette matrice possède donc un grand nombre de valeurs propres au sens mathématique, cependant, ces valeurs propres ne correspondent pas nécessairement à des solutions physiques du système. Pour cette raison, un seuil du facteur de qualité ($Q > 10^3$ le plus souvent) est appliqué lors du traitement des résultats afin d’éliminer ces solutions mathématiques.

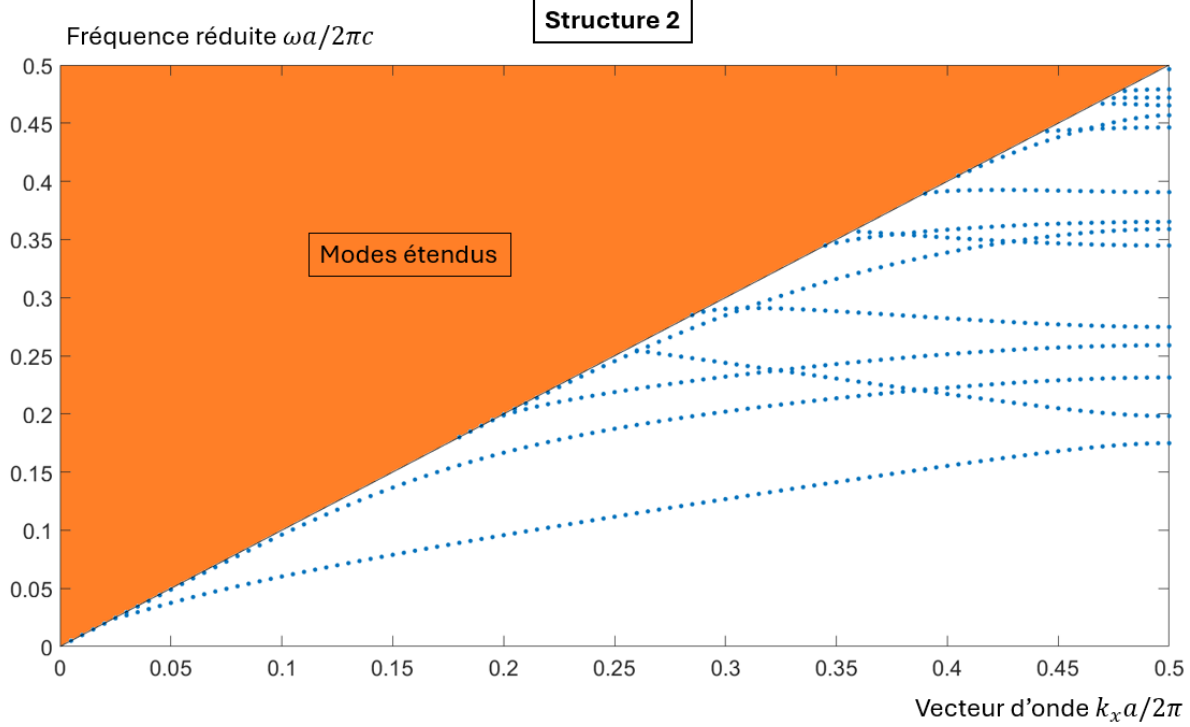


FIGURE 5.4 – Structure de bandes de la seconde structure. Le rayon des trous d’air vaut $R = 0.3a$. Le cône de lumière est représenté en orange. On y retrouve des modes étendus. En-dessous du cône de lumière sont représentés les modes guidés, en bleu. Ceux-ci sont organisés en bandes.

Les structures de bandes indiquent la présence de bandes avec un haut facteur de qualité, allant jusqu’à 10^{12} . Afin de mieux interpréter ces modes, les cartes de champ associées aux modes de haut facteur de qualité sont représentées aux figures 5.10 et 5.11. On y observe des modes pour lesquels le champ est étendu dans les deux cristaux, comme à la figure 5.10.A ou 5.11.A. Ce type de résultats est attendu pour ces structures puisque des cristaux photoniques à réseau de Moiré étudiés dans la littérature présentent le même type de cartes de champs [6]. Par ailleurs, la plupart des modes propres observés sont dégénérés. Ceci signifie que deux modes propres existent pour la même fréquence. Cette dégénérescence est liée aux symétries des modes [2]. Un exemple de tels modes dégénérés sont les dipôles impairs polarisés TM représentés aux figures 5.11.A et B.

Cependant, on retrouve également des modes propres pour lesquels le champ est presque totalement confiné au sein d’un seul des deux cristaux. Des exemples de ces modes sont donnés aux figures 5.10.B et C et 5.11.C et D. Le champ électromagnétique est donc plus confiné pour ces modes puisque les modes propres d’un seul des deux cristaux photoniques sont excités pour cette fréquence. Cependant, il n’a pas été possible de mettre en évidence des modes pour lesquels le champ est localisé en un point particulier du super-réseau de Moiré (AA), tel que décrit à la section 2.5. Cette localisation du champ n’apparaît que pour certaines combinaisons précises du nombre de commensurabilité N et de la distance d entre les cristaux, les *distances magiques* [5, 6]. Une étude d’optimisation faisant varier ces paramètres pourrait permettre de mettre en évidence des valeurs particulières de N et d pour lesquelles cette localisation apparaît.

5.2 Caractéristiques des modes remarquables

Cette section présente les caractéristiques de certains modes propres des structures étudiées. Ces caractéristiques correspondent au facteur de qualité Q , au volume de mode V , au facteur de Purcell F_P et à la

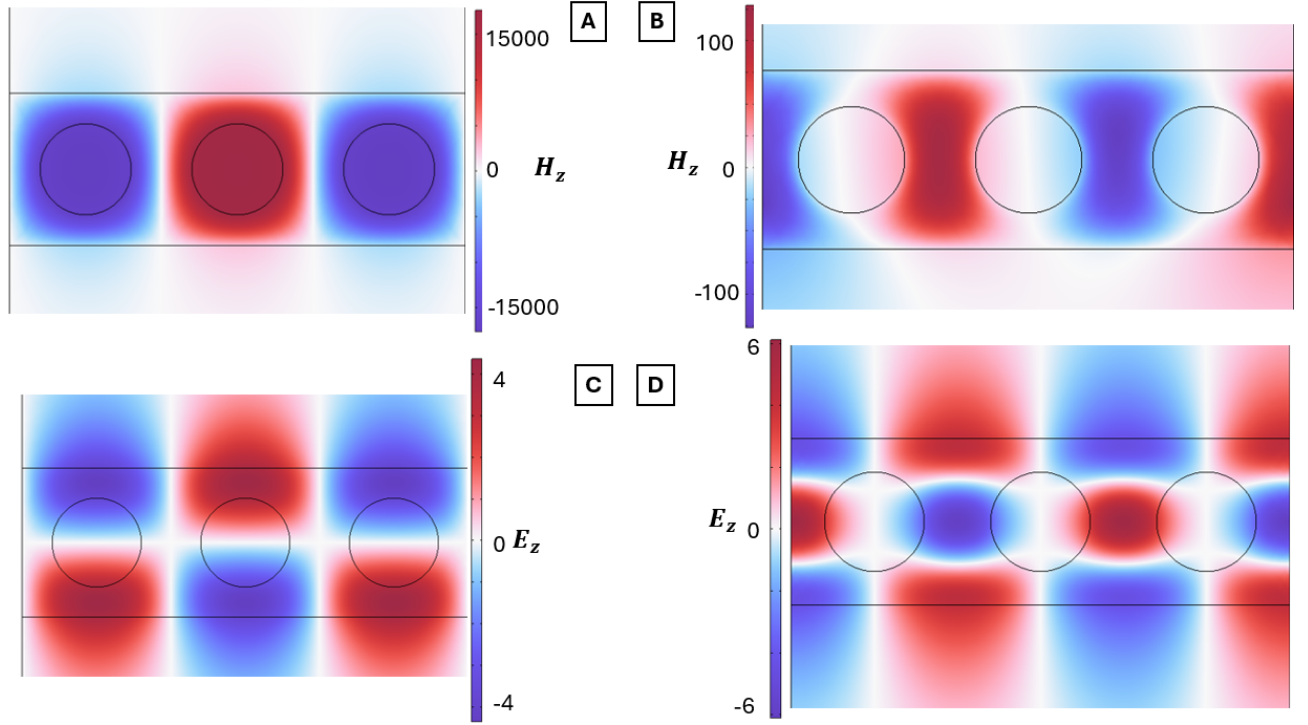


FIGURE 5.5 – Cartes de champs d’une sélection de modes propres de la première structure en bord de zone de Brillouin ($k_x = \frac{\pi}{a}$). (A) Monopôle impair polarisé TE de fréquence normalisée égale à 0.213. (B) Dipôle impair polarisé TE de fréquence normalisée égale à 0.297. (C) Dipôle impair polarisé TM de fréquence normalisée égale à 0.268. (D) Hexapôle polarisé TM de fréquence normalisée égale à 0.360.

vitesse de groupe v_g des modes.

Conformément à la méthodologie établie à la section 4.3.3, le facteur de qualité Q est calculé à partir de différentes simulations réalisées avec différentes valeurs de l’épaisseur de la couche d’air présente autour du ou des cristaux. La valeur moyenne du facteur de qualité est donnée, accompagnée de l’écart-type afin d’indiquer la dispersion des valeurs calculées autour de la moyenne. Cette valeur moyenne est utilisée pour le calcul du facteur de Purcell F_P .

Enfin, le facteur de confinement γ est une grandeur mesurée afin de discriminer les modes. Cette grandeur renseigne sur la distribution spatiale des champs. Elle vaut :

$$\gamma = \frac{\int_{cristal} \varepsilon(\mathbf{r}) |\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2 d^3\mathbf{r}}{\int \varepsilon(\mathbf{r}) |\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2 d^3\mathbf{r}} \quad (5.1)$$

où l’intégrale au numérateur se fait sur le cristal photonique et celle au dénominateur se fait sur l’ensemble du domaine de simulation. Le facteur de confinement indique donc quelle proportion des champs sont confinés à l’intérieur du cristal, le reste étant distribué dans l’air présent autour de celui-ci.

Les modes présents en bord de zone de Brillouin pour les structures sous forme de guides d’ondes sont d’abord présentés. Ensuite, les propriétés des modes des structures à Moiré sont discutées. Enfin, les propriétés de certains modes correspondant à des états liés dans le continuum (BIC) sont investiguées.

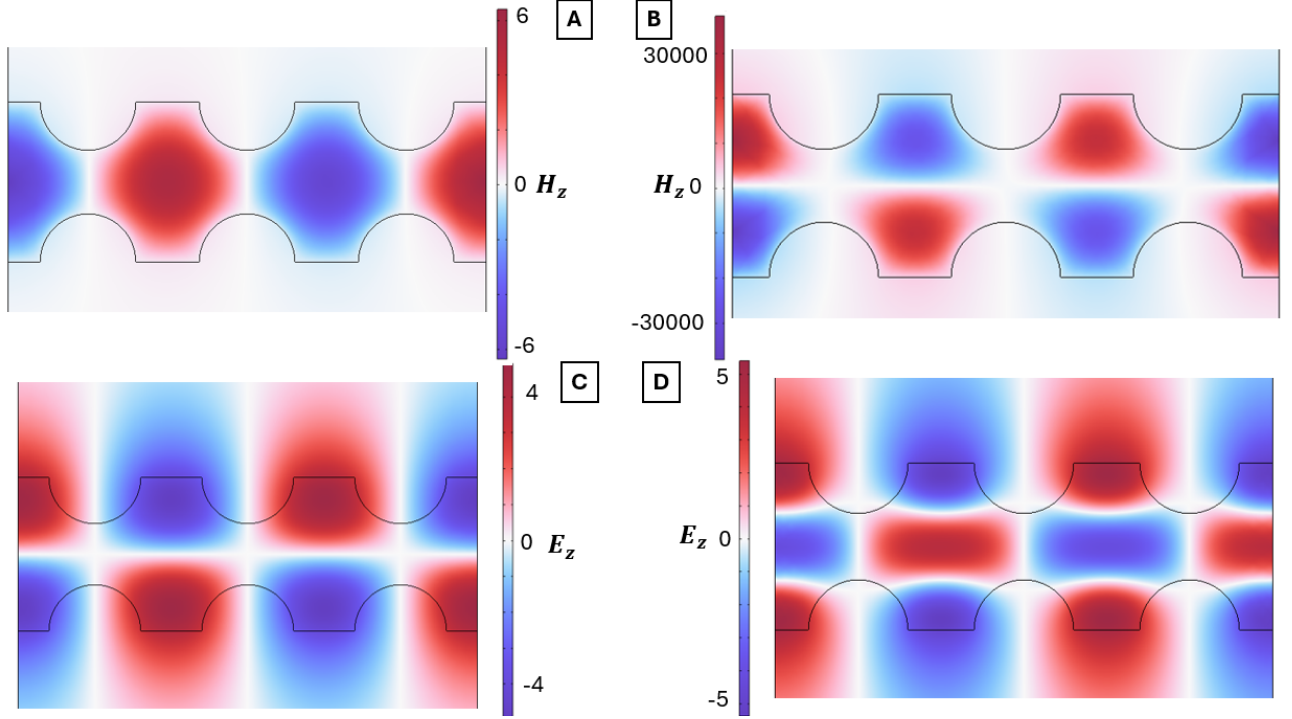


FIGURE 5.6 – Cartes de champs d’une sélection de modes propres de la seconde structure en bord de zone de Brillouin ($k_x = \frac{\pi}{a}$). (A) Monopôle impair polarisé TE de fréquence normalisée égale à 0.231. (B) Dipôle impair polarisé TE de fréquence normalisée égale à 0.359. (C) Dipôle impair polarisé TM de fréquence normalisée égale à 0.259. (D) Hexapôle polarisé TM de fréquence normalisée égale à 0.365.

5.2.1 Modes en bord de zone de Brillouin

Le tableau 5.3 reprend les caractéristiques de certains modes particuliers des structures 1, 2, 5 et 6. Pour rappel, les structures 1 et 2 sont des structures infinies dans la direction z tandis que les structures 5 et 6 sont respectivement identiques aux structures 1 et 2 avec cependant désormais une épaisseur finie selon z . Les modes indiqués dans le tableau 5.3 sont situés au bord de la zone de Brillouin ($k_x = \frac{\pi}{a}$). En effet, c’est en bord de zone de Brillouin que les bandes des modes guidés s’aplatissent, ce qui fait tendre la vitesse de groupe v_g de ces modes vers 0. Par ailleurs, les modes en $k_x = \frac{\pi}{a}$ sont ceux dont le facteur de qualité Q est le plus élevé car ils sont le plus éloigné du cône de lumière. En effet, il est plus difficile pour ces modes de se coupler aux modes étendus dans l’air que l’on retrouve dans le cône de lumière de par la différence importante de vecteur d’onde avec ceux-ci. Les modes repris ici sont ceux de plus basse fréquence pour le vecteur d’onde donné. Ces modes sont ceux qui présentent le plus grand facteur de confinement γ . Autrement dit, ce sont les modes pour lesquels la plus grande part du champ électromagnétique est localisée au sein des cristaux.

Comme établi à la section 4.3.3, le tableau 5.3 reprend la valeur moyenne du facteur de qualité $\bar{Q}$ et son écart-type $\sigma(\bar{Q})$. Une formulation alternative est donnée par la valeur moyenne du logarithme du facteur de qualité $\overline{\log_{10} Q}$ et son écart-type $\sigma(\overline{\log_{10} Q})$. On observe que l’écart-type est notablement élevé, surtout pour le mode de fréquence normalisée $\frac{\omega a}{2\pi c} = 0.349$ de la structure 5. Au vu de cet écart-type, les valeurs indiquées dans ce tableau indiquent plus un ordre de grandeur du facteur de qualité plutôt qu’une valeur précise de celui-ci.

Plusieurs conclusions peuvent être tirées de ces données. Tout d’abord, le volume de mode normalisé V_{norm} est du même ordre de grandeur quelle que soit la structure. Ces structures étant toutes des cristaux photoniques à périodicité 1D et présentés sous la forme de guides d’ondes, ce résultat est attendu (voir tableau 2.1). Le volume de mode normalisé est compris entre 0.1 et 1, ce qui correspond à un petit volume de mode,

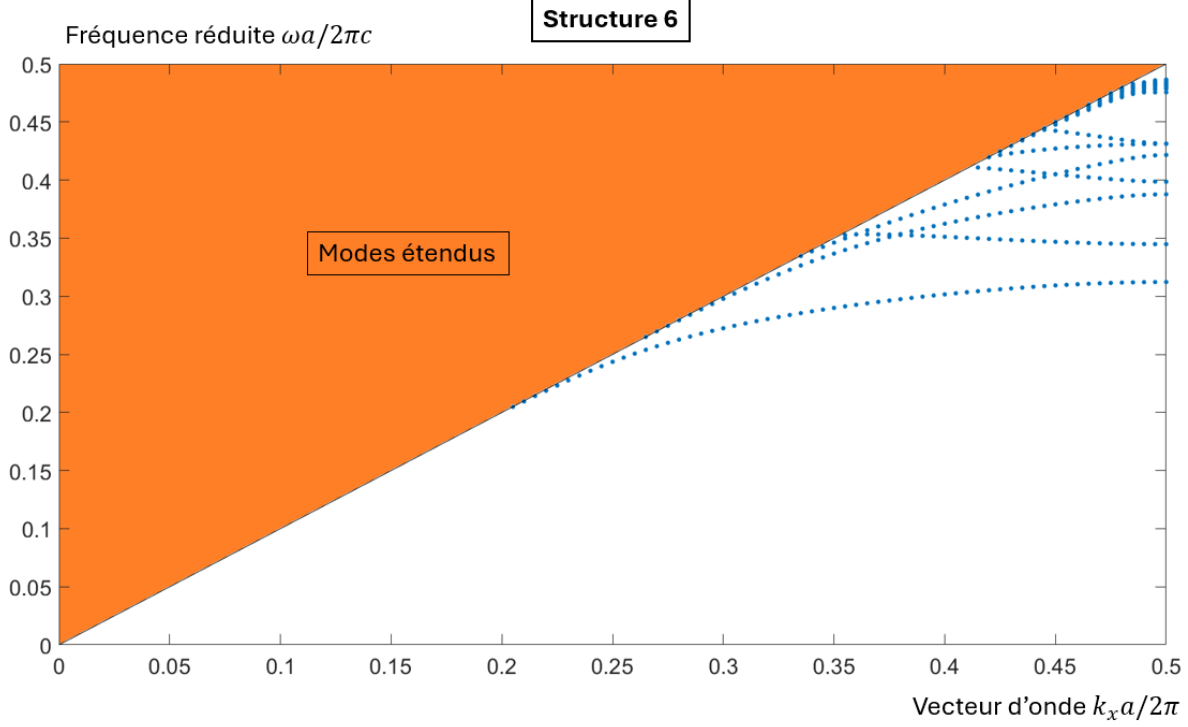


FIGURE 5.7 – Structure de bandes de la sixième structure. Le rayon des trous d’air vaut $R = 0.3a$. Le cône de lumière est représenté en orange. On y retrouve des modes étendus. En-dessous du cône de lumière sont représentés les modes guidés, en bleu. Ceux-ci sont organisés en bandes.

	$\frac{\omega a}{2\pi c}$	$\overline{Q}$	$\sigma(\overline{Q})$	$\overline{\log_{10} Q}$	$\sigma(\log_{10} Q)$	$V \left(\frac{\lambda}{n}\right)^{-3}$	F_P	v_g/c
Structure 1	0.180	$1.68 \cdot 10^{11}$	$1.02 \cdot 10^{11}$	11.142	0.276	0.23	$5.59 \cdot 10^{10}$	0.0227
Structure 2	0.175	$2.60 \cdot 10^{16}$	$2.11 \cdot 10^{16}$	16.287	0.334	0.22	$8.92 \cdot 10^{15}$	0.0348
Structure 5	0.282	$1.16 \cdot 10^{15}$	$9.02 \cdot 10^{14}$	14.924	0.357	0.18	$4.98 \cdot 10^{14}$	0.0121
Structure 5	0.349	$1.86 \cdot 10^{14}$	$1.42 \cdot 10^{14}$	14.063	0.504	0.15	$9.61 \cdot 10^{13}$	0.0114
Structure 6	0.303	$2.49 \cdot 10^{11}$	$1.25 \cdot 10^{11}$	11.35	0.187	0.15	$1.26 \cdot 10^{11}$	0.0123
Structure 6	0.336	$4.05 \cdot 10^{11}$	$3.94 \cdot 10^{11}$	11.43	0.391	0.19	$1.63 \cdot 10^{11}$	0.0089

TABLE 5.3 – Caractéristiques de certain modes propres des structures 1, 2, 5 et 6 en bord de zone de Brillouin ($k_x = \frac{\pi}{a}$). Le tableau reprend la valeur moyenne du facteur de qualité $\overline{Q}$ et son écart-type $\sigma(\overline{Q})$. Une formulation alternative est donnée par la valeur moyenne du logarithme du facteur de qualité $\overline{\log_{10} Q}$ et son écart-type $\sigma(\log_{10} Q)$. Le facteur de Purcell F_P est calculé à partir du volume de mode V et de la valeur moyenne du facteur de qualité $\overline{Q}$ suivant l’équation 2.12. A noter que pour les structures 1 et 2 (modèles 2D), le volume de mode est normalisé par $\left(\frac{\lambda}{n}\right)^{-2}$ au lieu de $\left(\frac{\lambda}{n}\right)^{-3}$.

du même ordre que ce qui est attendu pour des cristaux photoniques à réseau de Moiré (voir tableau 2.3). Par contre, ces structures présentent des différences importantes dans leur facteur de Purcell F_P . Le volume de mode étant du même ordre de grandeur pour toutes les structures, ces différences sont liées au facteur de qualité Q . Celui-ci est en effet maximal pour la structure 2, suivi par la structure 5 et enfin les structures 1 et 6.

Différents processus de confinement de l’onde peuvent expliquer la variabilité des résultats. Les structures 5 et 6 se distinguent des structures 1 et 2 de par la finitude du cristal dans la direction z , alors que celles-ci sont infinies dans cette direction. La différence de facteur de qualité se joue dès lors à ce niveau-là. Pour les

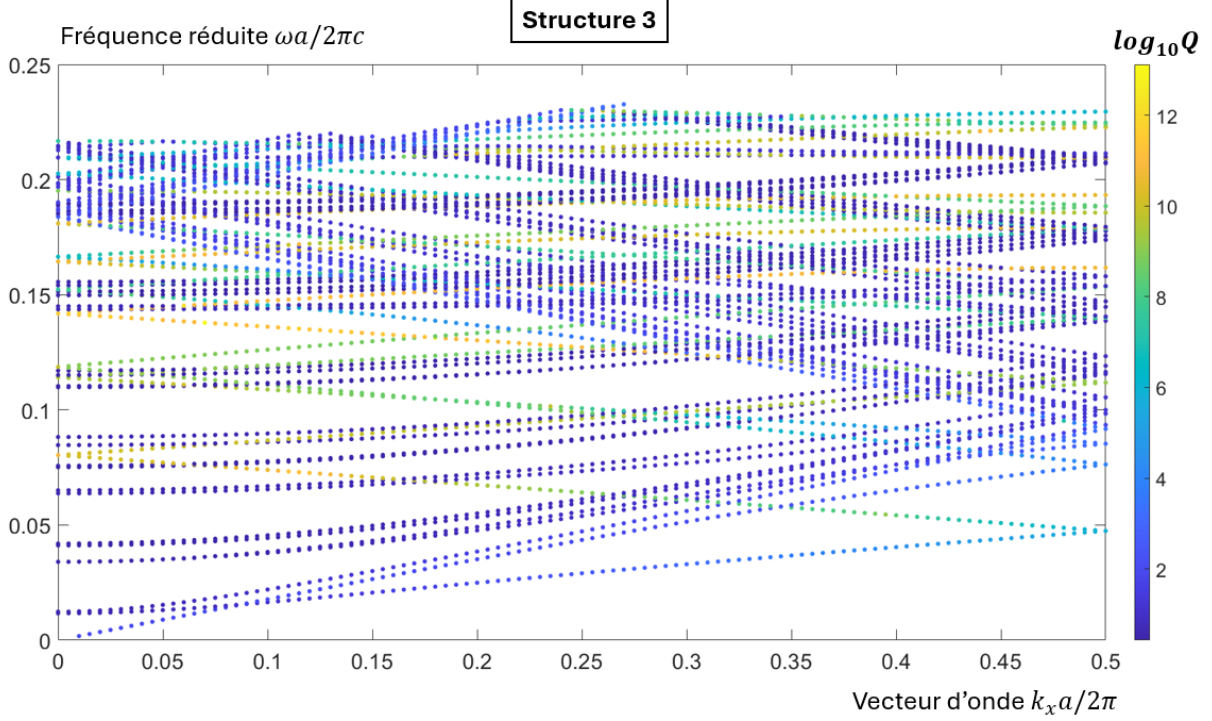


FIGURE 5.8 – Structure de bandes de la troisième structure. Le rayon des trous d'air vaut $R = 0.3a$. Le nombre de commensurabilité vaut ici $N = 5$ et la distance entre les cristaux vaut $d = 0.3a$. Le logarithme du facteur de qualité $\log_{10}(Q)$ des modes est représenté en couleurs.

structures 1 et 2, un mode guidé peut s'étendre autant que possible dans la direction z , il sera dans tous les cas étendu au sein du cristal dans cette direction puisque celui-ci est infini. Il n'y a donc pas de mécanisme de confinement dans cette direction. A l'inverse, pour les structures 5 et 6, il existe un tel mécanisme de confinement. Celui-ci est le *guidage par l'indice*.

Les modes repris ici sont tous situés en-dessous de la droite de lumière d'équation $\omega = k_{\parallel}c$. Pour les structures 1 et 2, le cristal est fini uniquement dans la direction y . Comme expliqué à la section 2.2.2, les modes guidés situés sous la droite de lumière ont une composante k_y du vecteur d'onde imaginaire [2]. Cette composante imaginaire implique que ces modes sont évanescents selon y , c'est-à-dire que leurs champs décroissent exponentiellement avec la distance à partir de la plaque. Ceci explique le confinement de l'onde dans cette direction. Le même mécanisme a lieu au sein des structures 5 et 6 non seulement dans la direction y , mais également dans la direction z , puisque celle-ci est finie pour ces cristaux. Les modes guidés sont donc également évanescents dans la direction z , ce qui explique leur confinement dans cette direction. Cette différence fondamentale entre les structures 1 et 2 et les structures 5 et 6 est probablement à l'origine de la différence de facteur de qualité Q mesurée pour ces structures.

Quelle que soit la structure, les valeurs de facteur de Purcell indiquées ici sont très importantes, allant de l'ordre de 10^{10} à 10^{15} . Ces valeurs sont nettement supérieures à ce qui est attendu pour une cavité optique, même pour les cristaux photoniques à réseau de Moiré les plus performants (voir tableau 2.3). Face à de tels résultats, il apparaît opportun de vérifier à nouveau si ces valeurs de facteur de Purcell et de facteur de qualité sont correctes et si elles ne sont pas dues à des erreurs numériques importantes. Au vu des analyses numériques et de la méthodologie numérique appliquée (voir section 4.3.3), ceci apparaît cependant peu probable.

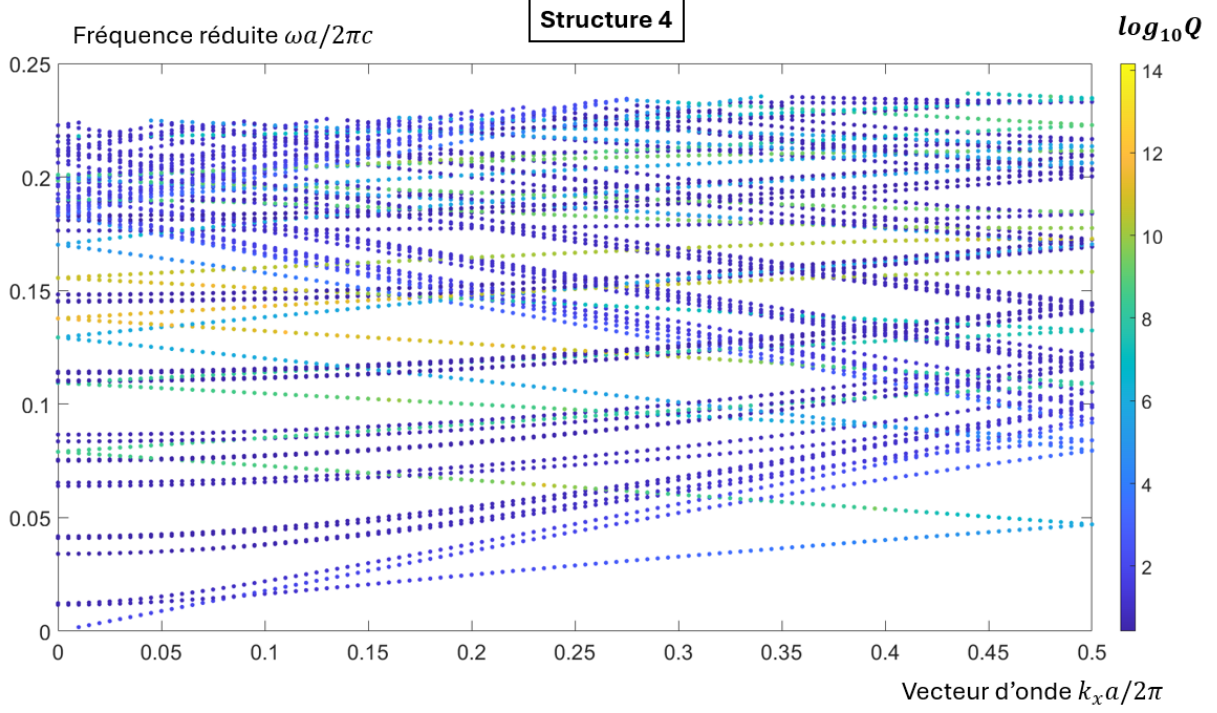


FIGURE 5.9 – Structure de bandes de la quatrième structure. Le rayon des trous d'air vaut $R = 0.3a$. Le nombre de commensurabilité vaut ici $N = 5$ et la distance entre les cristaux vaut $d = 0.3a$. Le logarithme du facteur de qualité $\log_{10}(Q)$ des modes est représenté en couleurs.

Une autre méthode pour vérifier si les valeurs de facteur de Purcell F_P sont correctes serait de calculer ce dernier à l'aide des distributions de champ et non à partir du facteur de qualité Q et du volume de mode V . Ce calcul peut être réalisé grâce aux tenseurs de Green, en considérant la présence d'un dipôle émetteur au sein de la structure [5, 58]. Des valeurs différentes du facteur de Purcell F_P avec cette méthode pourraient remettre en question les valeurs obtenues dans ce travail.

En regardant aux valeurs de vitesse de groupe v_g pour ces modes, on observe que celles-ci sont particulièrement faibles (entre 0.9 et 3.5 % de la vitesse de la lumière dans le vide). La lumière se déplace donc lentement au sein des différentes structures. Ceci suggère que ce type de cristaux photoniques pourrait potentiellement servir comme dispositif photonique afin d'exalter les propriétés d'émission spontanée d'un émetteur. Ce type de structure présente en effet un grand facteur de Purcell F_P et une petite vitesse de groupe v_g . Ces résultats indiquent qu'une approche basée sur des dispositifs en guides d'ondes pourrait être au moins aussi performante qu'une approche basée sur des cristaux photoniques à réseau de Moiré afin d'obtenir un grand facteur de Purcell F_P . Une telle approche basée sur des guides d'ondes est étudiée dans la littérature [59, 60, 61]. Comme énoncé plus haut, les valeurs de Q et F_P doivent cependant être vérifiées avant de pouvoir conclure positivement sur l'utilisation de ces structures 1, 2, 5 et 6 pour exalter les propriétés d'émission spontanée d'émetteurs.

5.2.2 Cristaux photoniques à réseau de Moiré

Le tableau 5.4 reprend les caractéristiques de certains modes particuliers des structures à réseau de Moiré, à savoir les structures 3 et 4. Ces modes caractéristiques sont situés en bord de zone de Brillouin, pour $k_x = 0$ ou $k_x = \frac{\pi}{a_M}$. Les modes représentés ici sont les modes ayant le plus grand facteur de confinement γ . Autrement dit, ce sont les modes pour lesquels la plus grande part du champ électromagnétique est localisée au sein des cristaux. Ces modes sont donc les plus proches d'une cavité optique.

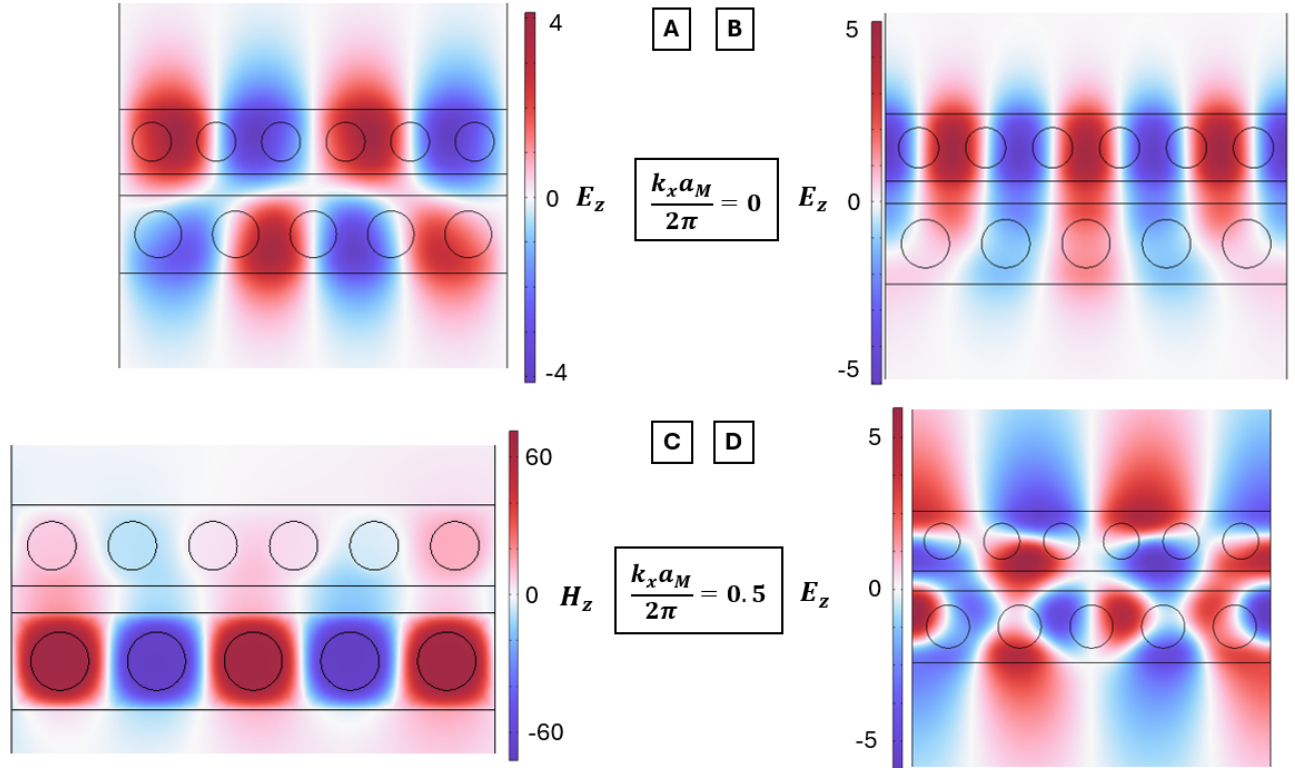


FIGURE 5.10 – Cartes de champs d’une sélection de modes propres de la troisième structure en bord de zone de Brillouin ($k_x = 0$ et $k_x = \frac{\pi}{a_M}$). (A) Dipôle impair polarisé TM de fréquence normalisée égale à 0.164. (B) Dipôle pair polarisé TM de fréquence normalisée égale à 0.195. (C) Monopôle impair polarisé TE de fréquence normalisée égale à 0.193. (D) Mode polarisé TM de fréquence normalisée égale à 0.230.

Structure	$\frac{k_x 2\pi}{a_M}$	$\frac{\omega a}{2\pi c}$	$\bar{Q}$	$\sigma(\bar{Q})$	$\overline{\log_{10} Q}$	$\sigma(\overline{\log_{10} Q})$	$V \left(\frac{\lambda}{n}\right)^{-2}$	F_P	v_g/c
S3	0	0.142	$1.01 \cdot 10^{11}$	$5.58 \cdot 10^{10}$	10.934	0.243	0.88	$8.67 \cdot 10^9$	0.0564
S3	0.5	0.162	$4.92 \cdot 10^{10}$	$2.14 \cdot 10^{10}$	10.655	0.175	1.32	$2.83 \cdot 10^9$	0.0014
S4	0	0.138	$3.15 \cdot 10^{13}$	$7.96 \cdot 10^{13}$	12.368	0.800	0.92	$2.60 \cdot 10^{12}$	0.0541
S4	0.5	0.158	$3.39 \cdot 10^{10}$	$8.98 \cdot 10^9$	10.513	0.121	1.26	$2.04 \cdot 10^9$	0.0017

TABLE 5.4 – Caractéristiques de certains modes propres des structures 3 et 4 à réseau de Moiré. Les modes propres sont pris en bord de zone de Brillouin ($k_x = 0$ et $k_x = \frac{\pi}{a_M}$). Le tableau reprend la valeur moyenne du facteur de qualité $\bar{Q}$ et son écart-type $\sigma(\bar{Q})$. Une formulation alternative est donnée par la valeur moyenne du logarithme du facteur de qualité $\overline{\log_{10} Q}$ et son écart-type $\sigma(\overline{\log_{10} Q})$. Le facteur de Purcell F_P est calculé à partir du volume de mode V et de la valeur moyenne du facteur de qualité $\bar{Q}$ suivant l’équation 2.12.

A nouveau, comme à la section précédente, le tableau 5.4 reprend la valeur moyenne du facteur de qualité $\bar{Q}$ et son écart-type $\sigma(\bar{Q})$, ainsi que la valeur moyenne du logarithme du facteur de qualité $\overline{\log_{10} Q}$ et son écart-type $\sigma(\overline{\log_{10} Q})$. On observe que l’écart-type est particulièrement élevé, surtout pour le mode de fréquence normalisée $\frac{\omega a}{2\pi c} = 0.138$ de la structure 4 pour $\frac{k_x 2\pi}{a_M} = 0.5$. Comme à la section précédente, les valeurs indiquées dans ce tableau indiquent plus un ordre de grandeur du facteur de qualité plutôt qu’une valeur précise de celui-ci.

On observe un facteur de Purcell F_P de l’ordre de 10^9 pour les différents modes, excepté un pour lequel le facteur de Purcell atteint 10^{12} . Un tel facteur de Purcell est très important. Si l’on reprend le tableau 2.3, on constate qu’une telle valeur de F_P est nettement supérieure aux cavités à mode de défaut et aux états liés dans le continuum (BIC) et correspond à ce qui est attendu pour un cristal photonique à réseau de Moiré.

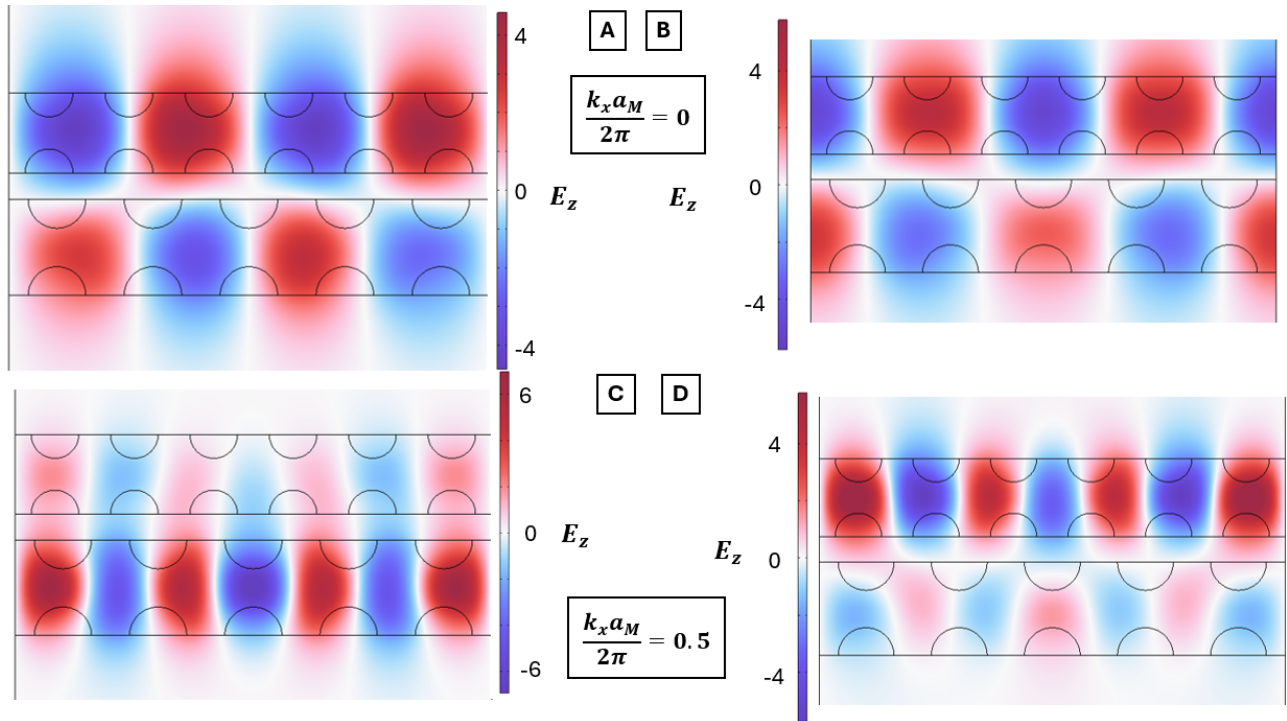


FIGURE 5.11 – Cartes de champs d’une sélection de modes propres de la quatrième structure en bord de zone de Brillouin ($k_x = 0$ et $k_x = \frac{\pi}{a_M}$). (A) et (B) Dipôles impairs dégénérés polarisés TM de fréquence normalisée égale à 0.156. (C) Dipôle pair polarisé TM de fréquence normalisée égale à 0.223. (D) Dipôle impair polarisé TM de fréquence normalisée égale à 0.235.

Par ailleurs, la vitesse de groupe, comprise entre 0.0014 et 0.0564, est très faible. Ces résultats sont donc prometteurs.

Cependant, les valeurs de facteur de Purcell F_P obtenues pour ces cristaux photoniques à réseau de Moiré sont nettement inférieures à celles obtenues avec les structures 1, 2, 5 et 6 (voir section 5.2.1). Or, on s’attend à observer un facteur de qualité plus élevé pour des modes au sein de cristaux photoniques à réseau de Moiré (voir section 2.5). Ceci semble indiquer que les structures 3 et 4 étudiées dans cette section puissent exhiber un facteur de qualité élevé mais qu’elles ne soient pas correctement optimisées. En effet, les valeurs des paramètres N et d ont une très grande influence sur le facteur de qualité et le facteur de Purcell (voir section 2.5). Il est donc probable qu’en optimisant la structure en testant différentes valeurs des paramètres N et d , il soit possible d’obtenir des facteur de qualité et facteur de Purcell plus élevés.

D’autres limitations apparaissent à ce stade. Tout d’abord, ces résultats ont été obtenus pour des cristaux 2D infinis selon z . Il serait nécessaire de vérifier si le passage à trois dimensions, c’est-à-dire pour une épaisseur finie des cristaux, ne détériore pas cette valeur du facteur de Purcell. De plus, comme détaillé à la section 5.1.2, ces modes ne localisent pas la lumière en un point particulier du super-réseau de Moiré (AA). Il serait donc nécessaire de vérifier si, après avoir optimisé les paramètres de la structure, à savoir le nombre de commensurabilité N et la distance d entre les cristaux, le facteur de Purcell F_P reste aussi élevé pour ces modes très localisés [5]. Enfin, le passage du numérique à l’expérimental risque de faire diminuer la valeur du facteur de Purcell et du facteur de qualité, de par des imperfections de fabrication. Cependant, les autres techniques souffrent du même inconvénient.

Entre ces deux structures, la structure 4 apparaît posséder un avantage en terme de facteur de Purcell pour ces modèles 2D. Ce résultat fait écho aux données des modèles 2D correspondant de la section précédente, où la structure 2 avait également un avantage sur ce point par rapport à la structure 1.

5.2.3 Bound states In the Continuum

Le calcul de la structure de bandes des structures 1 et 2 a permis de mettre en évidence la présence de modes particuliers au point Γ , c'est-à-dire en $k_x = 0$ (voir figure 6.3 en annexes). Ces modes, situés dans le continuum des états étendus, possèdent un très grand facteur de qualité et sont isolés, c'est-à-dire qu'ils ne font pas partie d'une bande photonique. Ces éléments permettent d'identifier ces modes à des états liés dans le continuum (BIC). Parmi les différents BIC observés sur les structures, ceux possédant le facteur de confinement γ le plus élevé ont été repris au sein du tableau 5.5, accompagné de leurs caractéristiques.

	$\frac{\omega a}{2\pi c}$	$\overline{Q}$	$\sigma(\overline{Q})$	$\overline{\log_{10} Q}$	$\sigma(\overline{\log_{10} Q})$	$V \left(\frac{\lambda}{n} \right)^{-3}$	F_P
Structure 1	0.357	$2.74 \cdot 10^9$	$4.10 \cdot 10^9$	8.873	0.701	0.85	$2.53 \cdot 10^8$
Structure 1	0.676	$1.87 \cdot 10^8$	$3.35 \cdot 10^8$	7.794	0.593	1.85	$7.55 \cdot 10^6$
Structure 2	0.325	$2.72 \cdot 10^8$	$2.64 \cdot 10^8$	7.834	0.896	0.57	$3.61 \cdot 10^7$
Structure 5	0.627	$1.35 \cdot 10^5$	$4.76 \cdot 10^5$	5.104	0.154	0.83	$1.19 \cdot 10^4$
Structure 6	0.452	$1.38 \cdot 10^5$	$2.20 \cdot 10^4$	5.133	0.073	0.47	$2.33 \cdot 10^4$

TABLE 5.5 – Caractéristiques de différents états liés dans le continuum (BIC) des structures 1, 2, 5 et 6 observés au point Γ ($k_x = 0$). Le tableau reprend la valeur moyenne du facteur de qualité $\overline{Q}$ et son écart-type $\sigma(\overline{Q})$. Une formulation alternative est donnée par la valeur moyenne du logarithme du facteur de qualité $\overline{\log_{10} Q}$ et son écart-type $\sigma(\overline{\log_{10} Q})$. Le facteur de Purcell F_P est calculé à partir du volume de mode V et de la valeur moyenne du facteur de qualité $\overline{Q}$ suivant l'équation 2.12. A noter que pour les structures 1 et 2 (modèles 2D), le volume de mode est normalisé par $\left(\frac{\lambda}{n}\right)^{-2}$ au lieu de $\left(\frac{\lambda}{n}\right)^{-3}$

La mise en évidence de ces modes au sein des structures 2D a suscité un questionnement quant à la présence de ces BIC au sein des structures 3D correspondantes, à savoir les structures 5 et 6. En effet, les résultats collectés jusqu'alors n'avaient pas permis de mettre de tels modes en évidence. Une optimisation des paramètres de ces structures a cependant permis de les observer. Cette optimisation fut réalisée en prenant des valeurs d'épaisseur du cristal h allant de $0.1a$ à a , par pas de $0.1a$. Des BIC ont pu être observés pour différentes valeurs de h . Les modes présentés au sein du tableau 5.5 ont été mesurés pour une structure 5 d'une épaisseur $h = 0.4a$ et une structure 6 d'une épaisseur $h = 0.7a$.

A nouveau, le calcul du facteur de qualité Q est réalisé sous la forme d'une valeur moyenne et d'un écart-type, pris pour différentes épaisseurs de la couche d'air. On peut observer que les modes des structures 2D, c'est-à-dire les structures 1 et 2, présentent un écart-type élevé, ce qui incite à la prudence quant aux valeurs de facteur de qualité observées.

Les BIC décrits dans le tableau 5.5 présentent un facteur de Purcell allant de l'ordre de 10^6 - 10^8 pour les structures 2D et 10^4 pour les structures 3D. Ces valeurs sont cohérentes avec les données des tables 2.2 et 2.3. Cependant, le volume de mode des modes présentés ici (entre 0.47 et 1.85) est plus faible que le volume de mode typique d'un BIC (> 10). Ces structures pourraient donc permettre de créer des cavités optiques sur base de BIC avec un plus petit volume de mode. Ceci ouvrirait la voie à des cavités optiques ayant un plus grand facteur de Purcell F_P .

La figure 5.12 reprend les cartes de champ de quatre des cinq modes présentés au tableau 5.5. On observe bien que ces modes sont localisés au sein du cristal et ne sont pas couplés aux modes étendus dans l'air, bien qu'ils soient situés dans le cône de lumière.

5.3 Analyse de la momentum structure

Les résultats obtenus pour la septième structure, appelée *momentum structure*, sont présentés dans cette section. Différentes configurations ont été testées, pour différentes valeurs du nombre de commensurabilité N (3, 5 et 7) et de la distance d entre les cristaux (de $0.1a_0$ à a_0 , par pas de $0.1a_0$), soit un total de

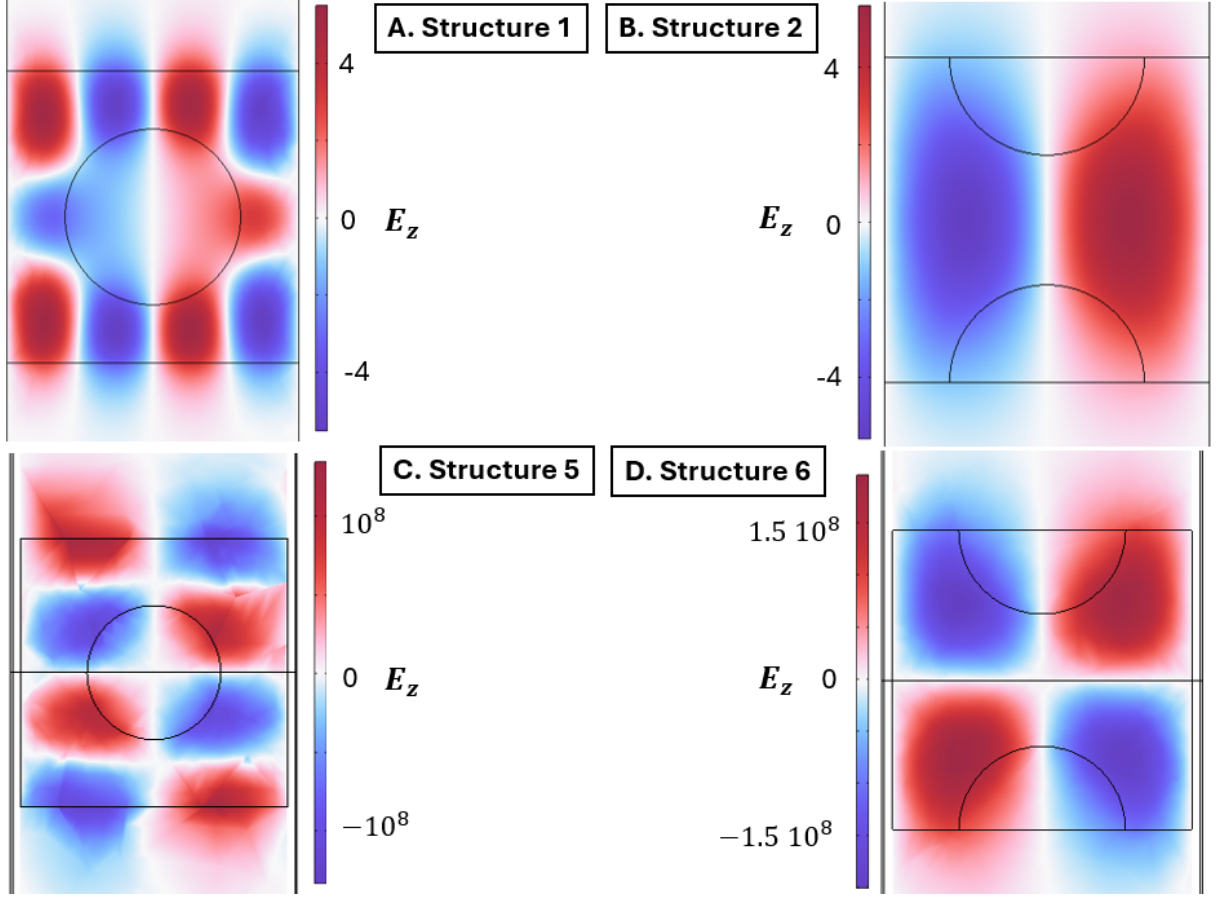


FIGURE 5.12 – Cartes de champs de modes de type BIC pour les structures 1, 2, 5 et 6. Ces modes sont pris au point Γ , pour $k_x = 0$. (A) Mode TM de fréquence normalisée égale à 0.676 pour la structure 1. (B) Mode TM de fréquence normalisée égale à 0.325 pour la structure 2. (C) Mode TM de fréquence normalisée égale à 0.627 pour la structure 5. (D) Mode TM de fréquence normalisée égale à 0.452 pour la structure 6.

30 configurations. La configuration la plus intéressante, c'est-à-dire celle donnant des modes de facteur de qualité élevés, est celle pour laquelle $N = 3$ et $d = 0.2a_0$. La structure de bandes de la structure 7 pour de tels paramètres est reprise à la figure 5.13.A. Le logarithme du facteur de qualité des modes $\log_{10}(Q)$ est représenté en couleurs.

Comme pour les structures 3 et 4 à base de Moiré, on observe un grand nombre de bandes dont le facteur de qualité Q est proche de zéro. A nouveau, ces modes sont potentiellement des modes propres qui ne correspondent pas à une solution physique du système et ce, pour les mêmes raisons que pour les cristaux 2D (voir 5.1.2). La figure 5.13.B reprend la même structure de bandes en n'affichant que les modes dont le facteur de qualité est supérieur à 10^3 . On y observe plusieurs bandes ayant un facteur de qualité atteignant 10^6 . Surtout, on observe des relations de dispersion correspondant à un cône de Dirac autour du point Γ , en $k_x = 0$ (voir section 2.6.1). Ce type de relation de dispersion est attendu pour cette structure car elle est formée par deux cristaux photoniques présentant un indice effectif proche de zéro. Dans d'autres structures photoniques à réseau de Moiré présentant des bandes plates, des cônes de Dirac ont également pu être observés en fonction des paramètres N et d de la structure [6]. Ceci suggère qu'en optimisant les paramètres N et d de la structure étudiée dans ce travail, il serait possible de trouver des distances magiques (voir section 2.5) pour lesquels des bandes plates existent.

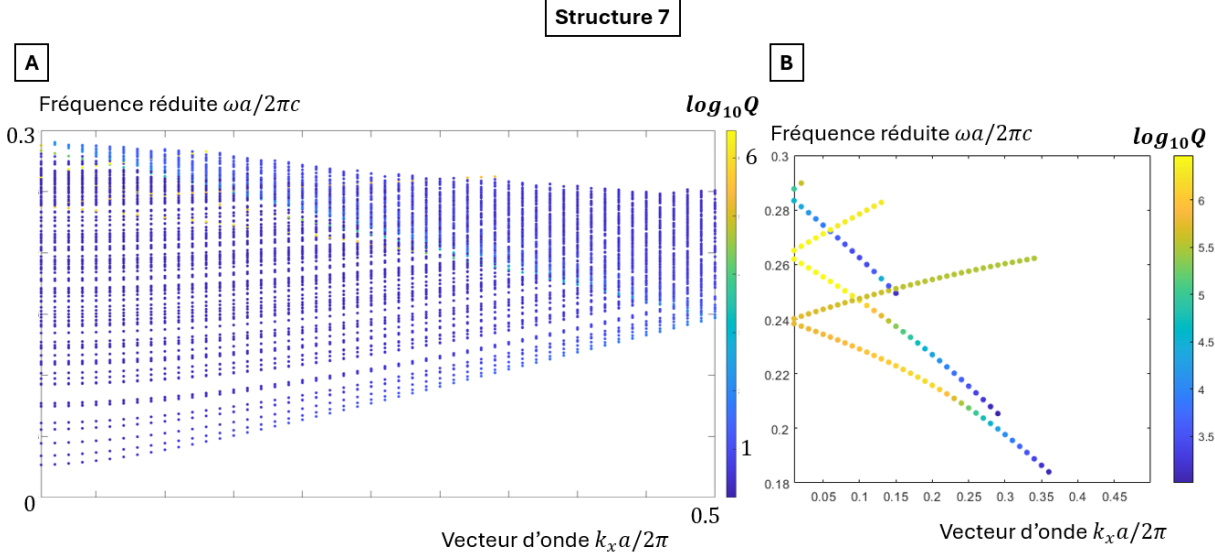


FIGURE 5.13 – (A) Structure de bandes de la septième structure, également appelée *momentum structure*. Le nombre de commensurabilité vaut ici $N = 3$ et la distance entre les cristaux vaut $d = 0.2a$. Le logarithme du facteur de qualité $\log_{10}(Q)$ des modes est représenté en couleurs. (B) Structure de bandes pour la même structure avec la présence d'un seuil $Q = 10^3$ sur le facteur de qualité Q . On observe des cônes de Dirac autour du point Γ , en $k_x = 0$.

Le tableau 5.6 reprend les caractéristiques de deux modes propres situés au point Γ , c'est-à-dire pour $k_x = 0$. Comme précédemment, les grandeurs statistiques sur Q sont calculées à partir de simulations réalisées sur huit épaisseurs d'air prises au-delà du seuil de convergence. Ces deux modes propres présentent un facteur de Purcell de l'ordre de $10^5 - 10^6$, ce qui est inférieur aux résultats obtenus pour les Moiré 2D à la section 5.2.2. La faiblesse du facteur de Purcell s'explique par la faiblesse du facteur de qualité Q , le volume de mode étant dans l'ordre de grandeur attendu. Cette faiblesse du facteur de qualité peut s'expliquer par une sous-optimisation du système. Des modes présentant un plus haut facteur de qualité Q existent pour des structures dont les paramètres N et d correspondent à des distances magiques.

$\frac{\omega a}{2\pi c}$	$\bar{Q}$	$\sigma(\bar{Q})$	$\overline{\log_{10} Q}$	$\sigma(\overline{\log_{10} Q})$	$V \left(\frac{\lambda}{n}\right)^{-3}$	F_P	v_g/c
0.264	$5.34 \cdot 10^6$	$2.27 \cdot 10^6$	6.682	0.206	0.53	$7.33 \cdot 10^5$	0.1544
0.286	$1.22 \cdot 10^7$	$1.40 \cdot 10^7$	6.795	0.575	0.55	$1.80 \cdot 10^6$	0.2120

TABLE 5.6 – Caractéristiques de certains modes propres de la structure 7 observés au point Γ ($k_x = 0$). Le tableau reprend la valeur moyenne du facteur de qualité $\bar{Q}$ et son écart-type $\sigma(\bar{Q})$. Une formulation alternative est donnée par la valeur moyenne du logarithme du facteur de qualité $\overline{\log_{10} Q}$ et son écart-type $\sigma(\overline{\log_{10} Q})$. Le facteur de Purcell F_P est calculé à partir du volume de mode V et de la valeur moyenne du facteur de qualité $\bar{Q}$ suivant l'équation 2.12.

Chapitre 6

Conclusion et perspectives

Ce mémoire avait pour objectif de caractériser numériquement sept structures photoniques afin de mesurer leur capacité à exalter le taux d'émission spontanée d'émetteurs. Ces structures sont formées de cristaux photoniques et certaines d'entre-elles présentent un réseau de Moiré, ce type de structure exhibant des propriétés remarquables d'exaltation des propriétés d'émission spontanée en tant que cavités optiques [5, 6]. La caractérisation des structures avait pour objectif d'en obtenir la structure de bandes ainsi que le facteur de qualité, volume de mode, facteur de Purcell et la vitesse de groupe de certains modes caractéristiques.

Cette caractérisation a nécessité le développement d'une méthode numérique rigoureuse afin de quantifier précisément le facteur de qualité des modes propres des structures photoniques. Cette méthodologie se base sur des grandeurs statistiques pour quantifier les instabilités des valeurs prises par le facteur de qualité lors des simulations.

Les structures de bandes des différentes structures ont été obtenues. Afin d'en vérifier l'exactitude, la structure de bandes de la cinquième structure, consistant en une bande de diélectrique périodiquement percée de trous d'air, a été comparée avec succès aux résultats de la littérature [2]. Les cartes de champs des différents modes en bord de zone de Brillouin ont permis de caractériser les bandes du diagramme.

La caractérisation des modes propres d'intérêt des différentes structures a permis de mettre en évidence un facteur de Purcell F_P très important, entre 10^{10} et 10^{15} , pour les structures 1, 2, 5 et 6, supérieur à ce qui était attendu. La vitesse de groupe étant très faible pour ces structures en bord de zone de Brillouin, il est possible que celles-ci puissent constituer des dispositifs photoniques très performants pour exalter les processus d'émission spontanée. Cette approche basée sur des dispositifs sous forme de guides d'ondes pourrait atteindre, voire dépasser, les performances atteintes par les cristaux photoniques à réseau de Moiré. Cette approche est par ailleurs également étudiée dans la littérature [59, 60, 61]. Cependant, une analyse plus détaillée des structures étudiées dans ce travail serait nécessaire pour vérifier que le facteur de Purcell mesuré ici n'est pas dû à des erreurs numériques. Un calcul alternatif du facteur de Purcell à l'aide des tenseurs de Green permettrait également de vérifier la fiabilité des résultats.

Les structures présentant un réseau de Moiré, à savoir les troisième et quatrième structures, exhibent un facteur de Purcell élevé, de l'ordre de 10^9 , correspondant aux valeurs théoriquement attendues pour ce type de structures [5]. Ces valeurs sont cependant inférieures aux structures précédentes de ce présent travail. Il serait opportun d'optimiser les paramètres de ces structures afin de maximiser le facteur de qualité et le facteur de Purcell. Les propriétés des réseaux de Moiré sont en effet fortement dépendantes des paramètres de ceux-ci, à savoir le nombre de commensurabilité N et la distance d entre les cristaux.

Des états liés dans le continuum (BIC) ont également pu être mis en évidence au point Γ . Ces états affichent un facteur de Purcell F_P compris entre 10^4 et 10^8 , ce qui est cohérent avec les valeurs observées dans la littérature. Cependant, ces modes ont un volume de mode V plus faible qu'attendu pour ce type de mode propre.

Enfin, l'analyse de la structure de bandes de la septième structure a permis de mettre en évidence la présence de cônes de Dirac, correspondant à des modes d'indice effectif proche de zéro. Ce résultat est attendu au vu des propriétés des deux cristaux composant ce dispositif et des propriétés exhibées par d'autres cristaux photoniques à réseau de Moiré [6].

Pour aller plus loin, une optimisation de la septième structure devrait être réalisée. Celle-ci présente un intérêt particulier en tant que plateforme permettant l'étude de phénomènes quantiques fondamentaux liés à la quantité de mouvement de la lumière [45, 50, 51]. Cette structure comportant un réseau de Moiré, son nombre de commensurabilité N et la distance d entre les cristaux peuvent être optimisés afin que la structure de bandes exhibe des bandes plates et un très haut facteur de Purcell, ces propriétés étant recherchées pour des cavités optiques.

Bibliographie

- [1] PURCELL : Proceedings of the American Physical Society. *Physical Review*, 69(11-12):674–674, juin 1946.
- [2] John D. JOANNOPOULOS, Steven G. JOHNSON, Joshua N. WINN et Robert D. MEADE : *Photonic Crystals : Molding the Flow of Light - Second Edition*. Princeton University Press, rev - revised, 2 édition, 2008.
- [3] Chia Wei HSU, Bo ZHEN, A. Douglas STONE, John D. JOANNOPOULOS et Marin SOLJAČIĆ : Bound states in the continuum. *Nature Reviews Materials*, 1(9):1–13, juillet 2016.
- [4] Jelena VUČKOVIĆ : Quantum optics and cavity QED with quantum dots in photonic crystals. In Claude FABRE, Vahid SANDOGHDAR, Nicolas TREPS et Leticia F. CUGLIANDOLO, éditeurs : *Quantum Optics and Nanophotonics*, page 0. Oxford University Press, mai 2017.
- [5] Haoning TANG, Xueqi NI, Fan DU, Vishantak SRIKRISHNA et Eric MAZUR : On-chip light trapping in bilayer moiré photonic crystal slabs. *Applied Physics Letters*, 121(23):231702, décembre 2022.
- [6] Dung Xuan NGUYEN, Xavier LETARTRE, Emmanuel DROUARD, Pierre VIKTOROVITCH, H. Chau NGUYEN et Hai Son NGUYEN : Magic configurations in moiré superlattice of bilayer photonic crystals : Almost-perfect flatbands and unconventional localization. *Physical Review Research*, 4(3):L032031, août 2022.
- [7] Amol NIMBALKAR et Hyunmin KIM : Opportunities and Challenges in Twisted Bilayer Graphene : A Review. *Nano-Micro Letters*, 12(1):126, juin 2020.
- [8] Matthew YANKOWITZ, Shaowen CHEN, Hryhoriy POLSHYN, Yuxuan ZHANG, K. WATANABE, T. TANIGUCHI, David GRAF, Andrea F. YOUNG et Cory R. DEAN : Tuning superconductivity in twisted bilayer graphene. *Science*, 363(6431):1059–1064, mars 2019.
- [9] The rise of integrated quantum photonics. *Nature Photonics*, 14(5):265–265, mai 2020.
- [10] Luojun DU, Maciej R. MOLAS, Zhiheng HUANG, Guangyu ZHANG, Feng WANG et Zhipei SUN : Moiré photonics and optoelectronics. *Science*, 379(6639):eadg0014, mars 2023.
- [11] J.-M. GERARD et B. GAYRAL : Strong Purcell effect for InAs quantum boxes in three-dimensional solid-state microcavities. *Journal of Lightwave Technology*, 17(11):2089–2095, novembre 1999.
- [12] COMSOL : Logiciel Multiphysique pour l’Optimisation des Designs. <https://www.comsol.fr/>.
- [13] Detailed Explanation of the Finite Element Method (FEM). <https://www.comsol.com/multiphysics/finite-element-method>.
- [14] John David JACKSON : *Classical Electrodynamics Third Edition*. John Wiley & Sons Inc, Hoboken, NY, subsequent edition édition, août 1998.
- [15] J. S. FORESI, P. R. VILLENEUVE, J. FERRERA, E. R. THOEN, G. STEINMEYER, S. FAN, J. D. JOANNOPOULOS, L. C. KIMERLING, Henry I. SMITH et E. P. IPPEN : Photonic-bandgap microcavities in optical waveguides. *Nature*, 390(6656):143–145, novembre 1997.
- [16] P. T. KRISTENSEN, C. Van VLACK et S. HUGHES : Generalized effective mode volume for leaky optical cavities. *Optics Letters*, 37(10):1649–1651, mai 2012.
- [17] R. COCCIOLI, M. BORODITSKY, K. W. KIM, Y. RAHMAT-SAMII et E. YABLONOVITCH : Smallest possible electromagnetic mode volume in a dielectric cavity. *IEEE Proceedings - Optoelectronics*, 145(6):391–397, décembre 1998.

- [18] Jacob T. ROBINSON, Christina MANOLATOU, Long CHEN et Michal LIPSON : Ultrasmall Mode Volumes in Dielectric Optical Microcavities. *Physical Review Letters*, 95(14):143901, septembre 2005.
- [19] A. EINSTEIN : Zur Quantentheorie der Strahlung. *Physikalische Zeitschrift*, 1917.
- [20] Michaël LOBET, Iñigo LIBERAL, Erik N. KNALL, M. Zahirul ALAM, Orad RESHEF, Robert W. BOYD, Nader ENGHETA et Eric MAZUR : Fundamental Radiative Processes in Near-Zero-Index Media of Various Dimensionalities. *ACS Photonics*, 7(8):1965–1970, août 2020.
- [21] Sylvain LANNÈRE et Mário G. SILVEIRINHA : Optical meta-atom for localization of light with quantized energy. *Nature Communications*, 6(1):8766, octobre 2015.
- [22] Mário G. SILVEIRINHA : Trapping light in open plasmonic nanostructures. *Physical Review A*, 89(2):023813, février 2014.
- [23] Francesco MONTICONE et Andrea ALÙ : Embedded Photonic Eigenvalues in 3D Nanostructures. *Physical Review Letters*, 112(21):213903, mai 2014.
- [24] Charles KITTEL : *Introduction to Solid State Physics*.
- [25] Bernard Diu and Franck Laloë CLAUDE COHEN-TANNOUDJI : *Cohen-Tannoudji, Diu and Laloë - Quantum Mechanics (Vol. I, II and III, 2nd Ed.)*. décembre 2019.
- [26] Hatice ALTUG, Dirk ENGLUND et Jelena VUČKOVIĆ : Ultrafast photonic crystal nanocavity laser. *Nature Physics*, 2(7):484–488, juillet 2006.
- [27] Dirk ENGLUND, David FATTAL, Edo WAKS, Glenn SOLOMON, Bingyang ZHANG, Toshihiro NAKAOKA, Yasuhiko ARAKAWA, Yoshihisa YAMAMOTO et Jelena VUČKOVIĆ : Controlling the Spontaneous Emission Rate of Single Quantum Dots in a Two-Dimensional Photonic Crystal. *Physical Review Letters*, 95(1):013904, juillet 2005.
- [28] Hoon JANG, Indra KARNADI, Putu PRAMUDITA, Jung-Hwan SONG, Ki SOO KIM et Yong-Hee LEE : Sub-microWatt threshold nanoisland lasers. *Nature Communications*, 6(1):8276, septembre 2015.
- [29] Takumi WATANABE, Hiroshi ABE, Yoshiaki NISHIJIMA et Toshihiko BABA : Array integration of thousands of photonic crystal nanolasers. *Applied Physics Letters*, 104(12):121108, mars 2014.
- [30] O. PAINTER, R. K. LEE, A. SCHERER, A. YARIV, J. D. O'BRIEN, P. D. DAPKUS et I. KIM : Two-Dimensional Photonic Band-Gap Defect Mode Laser. *Science*, 284(5421):1819–1821, juin 1999.
- [31] Yasutomo OTA, Ryota KATSUMI, Katsuyuki WATANABE, Satoshi IWAMOTO et Yasuhiko ARAKAWA : Topological photonic crystal nanocavity laser. *Communications Physics*, 1(1):1–8, novembre 2018.
- [32] Taojie ZHOU, Mingchu TANG, Guohong XIANG, Boyuan XIANG, Suikong HARK, Mickael MARTIN, Thierry BARON, Shujie PAN, Jae-Seong PARK, Zizhuo LIU, Siming CHEN, Zhaoyu ZHANG et Huiyun LIU : Continuous-wave quantum dot photonic crystal lasers grown on on-axis Si (001). *Nature Communications*, 11(1):977, février 2020.
- [33] Takashi ASANO, Yoshiaki OCHI, Yasushi TAKAHASHI, Katsuhiko KISHIMOTO et Susumu NODA : Photonic crystal nanocavity with a Q factor exceeding eleven million. *Optics Express*, 25(3):1769–1777, février 2017.
- [34] Hiroshi SEKOGUCHI, Yasushi TAKAHASHI, Takashi ASANO et Susumu NODA : Photonic crystal nanocavity with a Q-factor of ~ 9 million. *Optics Express*, 22(1):916–924, janvier 2014.
- [35] J. P. VASCO et V. SAVONA : Global optimization of an encapsulated Si/SiO₂ L3 cavity with a 43 million quality factor. *Scientific Reports*, 11(1):10121, mai 2021.
- [36] Jeongwon LEE, Bo ZHEN, Song-Liang CHUA, Wenjun QIU, John D. JOANNOPOULOS, Marin SOLJAČIĆ et Ofer SHAPIRA : Observation and Differentiation of Unique High-Q Optical Resonances Near Zero Wave Vector in Macroscopic Photonic Crystal Slabs. *Physical Review Letters*, 109(6):067401, août 2012.
- [37] Zihao CHEN, Xuefan YIN, Jicheng JIN, Zhao ZHENG, Zixuan ZHANG, Feifan WANG, Li HE, Bo ZHEN et Chao PENG : Observation of miniaturized bound states in the continuum with ultra-high quality factors. *Science Bulletin*, 67(4):359–366, février 2022.
- [38] Can HUANG, Chen ZHANG, Shumin XIAO, Yuhan WANG, Yubin FAN, Yilin LIU, Nan ZHANG, Geyang QU, Hongjun Ji, Jiecai HAN, Li GE, Yuri KIVSHAR et Qinghai SONG : Ultrafast control of vortex microlasers. *Science*, 367(6481):1018–1021, février 2020.

- [39] Min-Soo HWANG, Hoo-Cheol LEE, Kyoung-Ho KIM, Kwang-Yong JEONG, Soon-Hong KWON, Kirill KOSHELEV, Yuri KIVSHAR et Hong-Gyu PARK : Ultralow-threshold laser using super-bound states in the continuum. *Nature Communications*, 12(1):4135, juillet 2021.
- [40] Chia Wei HSU, Bo ZHEN, Jeongwon LEE, Song-Liang CHUA, Steven G. JOHNSON, John D. JOANNOPOULOS et Marin SOLJACIĆ : Observation of trapped light within the radiation continuum. *Nature*, 499(7457):188–191, juillet 2013.
- [41] Zhuojun LIU, Yi XU, Ye LIN, Jin XIANG, Tianhua FENG, Qitao CAO, Juntao LI, Sheng LAN et Jin LIU : High- Q Quasibound States in the Continuum for Nonlinear Metasurfaces. *Physical Review Letters*, 123(25):253901, décembre 2019.
- [42] Claude VALETTE : Battement (acoustique). *Wikipédia*, septembre 2022.
- [43] Viktor G. VESELAGO : THE ELECTRODYNAMICS OF SUBSTANCES WITH SIMULTANEOUSLY NEGATIVE VALUES OF ϵ AND μ . *Soviet Physics Uspekhi*, 10(4):509, avril 1968.
- [44] Michaël LOBET, Nathaniel KINSEY, Iñigo LIBERAL, Humeyra CAGLAYAN, Paloma A. HUIDOBRO, Emanuele GALIFFI, Jorge Ricardo MEJÍA-SALAZAR, Giovanna PALERMO, Zubin JACOB et Nicolò MACCÀ-FERRI : New Horizons in Near-Zero Refractive Index Photonics and Hyperbolic Metamaterials. *ACS Photonics*, 10(11):3805–3820, novembre 2023.
- [45] Stephen M. BARNETT : Resolution of the abraham-minkowski dilemma. *Physical Review Letters*, 104(7):070401, février 2010.
- [46] Michaël LOBET, Iñigo LIBERAL, Larissa VERTCHENKO, Andrei V. LAVRINENKO, Nader ENGHETA et Eric MAZUR : Momentum considerations inside near-zero index materials. *Light : Science & Applications*, 11(1):110, avril 2022.
- [47] Ari SIHVOLA : Metamaterials in electromagnetics. *Metamaterials*, 1(1):2–11, mars 2007.
- [48] R. A. SHELBY, D. R. SMITH et S. SCHULTZ : Experimental Verification of a Negative Index of Refraction. *Science*, 292(5514):77–79, avril 2001.
- [49] Max ABRAHAM : Zur Elektrodynamik bewegter Körper. *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, 28(1):1–28, décembre 1909.
- [50] Max ABRAHAM : SulElettrodinamica di minkowski. *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo (1884-1940)*, 30(1):33–46, décembre 1910.
- [51] Hermann MINKOWSKI : Die Grundgleichungen fr die elektromagnetischen Vorgnge in bewegten Krpern. *Mathematische Annalen*, 68(4):472–525, décembre 1910.
- [52] Ulf LEONHARDT : Momentum in an uncertain light. *Nature*, 444(7121):823–824, décembre 2006.
- [53] Orad RESHEF, Philip CAMAYD-MUÑOZ, Daryl I. VULIS, Yang LI, Marko LONČAR et Eric MAZUR : Direct Observation of Phase-Free Propagation in a Silicon Waveguide. *ACS Photonics*, 4(10):2385–2389, octobre 2017.
- [54] H. S. NGUYEN, F. DUBOIS, T. DESCHAMPS, S. CUEFF, A. PARDON, J.-L. LECLERCQ, C. SEASSAL, X. LETARTRE et P. VIKTOROVITCH : Symmetry Breaking in Photonic Crystals : On-Demand Dispersion from Flatband to Dirac Cones. *Physical Review Letters*, 120(6):066102, février 2018.
- [55] Klaus-Jürgen BATHE : Finite Element Method. In *Wiley Encyclopedia of Computer Science and Engineering*, pages 1–12. John Wiley & Sons, Ltd, 2008.
- [56] Using Perfectly Matched Layers and Scattering Boundary Conditions for Wave Electromagnetics Problems. <https://www.comsol.com/blogs/using-perfectly-matched-layers-and-scattering-boundary-conditions-for-wave-electromagnetics-problems>.
- [57] The Eigenvalue Solver Algorithms. https://doc.comsol.com/5.6/doc/com.comsol-help.comsol/comsol_ref_solver.32.104.html.
- [58] Lukas NOVOTNY et Bert HECHT : *Principles of Nano-Optics*. Cambridge University Press, Cambridge, 2 édition, 2012.
- [59] Alexandra S. SHEREMET, Mihail I. PETROV, Ivan V. IORSH, Alexander V. POSHAKINSKIY et Alexander N. PODDUBNY : Waveguide quantum electrodynamics : Collective radiance and photon-photon correlations. *Reviews of Modern Physics*, 95(1):015002, mars 2023.

- [60] Hamidreza SIAMPOUR, Christopher O'ROURKE, Alistair J. BRASH, Maxim N. MAKHONIN, René DOST, Dominic J. HALLETT, Edmund CLARKE, Pallavi K. PATIL, Maurice S. SKOLNICK et A. Mark FOX : Observation of large spontaneous emission rate enhancement of quantum dots in a broken-symmetry slow-light waveguide. *npj Quantum Information*, 9(1):1–8, février 2023.
- [61] Jin-Kyu SO, Guang Hui YUAN, Cesare SOCI et Nikolay I. ZHELUDEV : Enhancement of luminescence of quantum emitters in epsilon-near-zero waveguides. *Applied Physics Letters*, 117(18):181104, novembre 2020.

Annexes

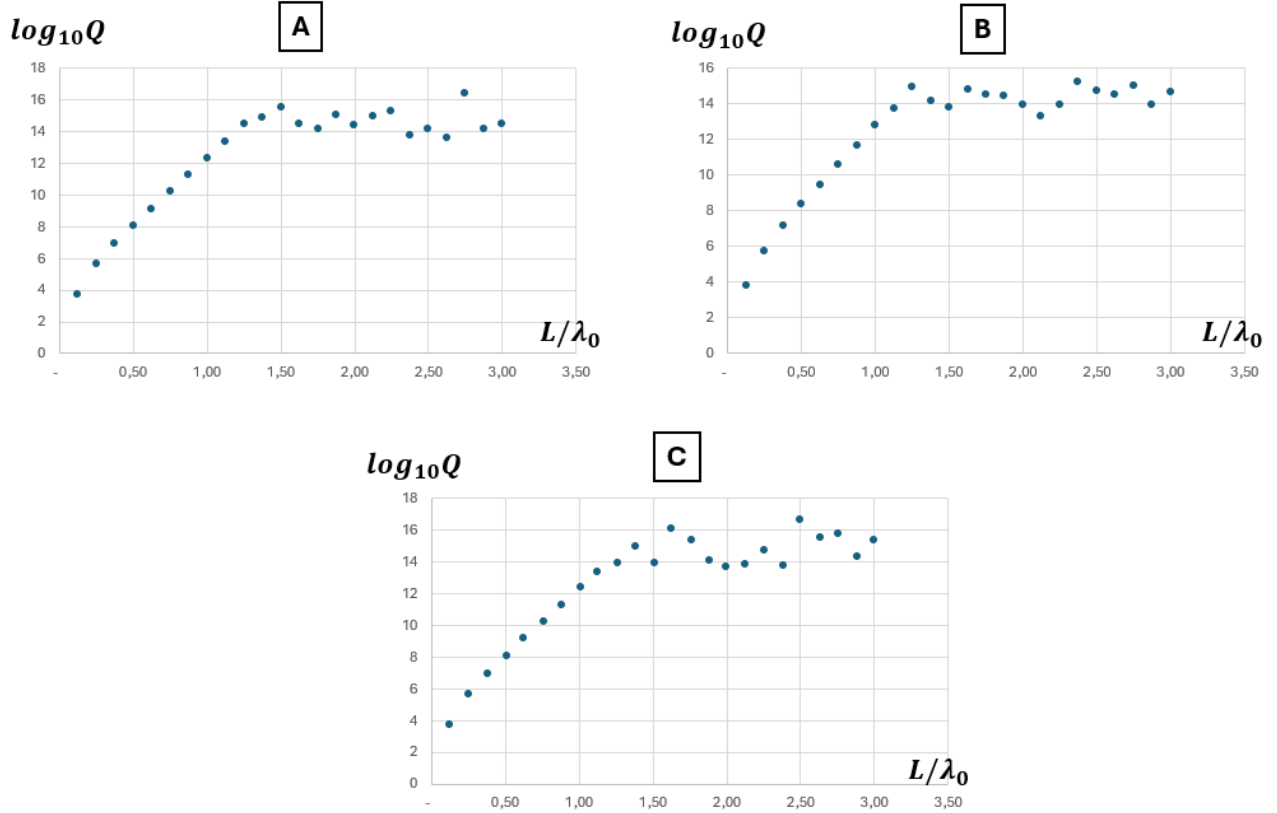


FIGURE 6.1 – Tests de convergence sur la cinquième structure pour le facteur de qualité Q réalisés avec pour paramètre de convergence l'épaisseur L de la couche d'air autour du cristal. Le facteur de qualité est donné en échelle logarithmique tandis que l'épaisseur de la couche d'air est normalisée par rapport à la longueur d'onde de référence (1550 nm). Les trois tests de convergence correspondent au mode propre de fréquence normalisée $\frac{\omega a}{2\pi c} = 0.405$. (A) Application d'une couche type PEC sur la frontière de la PML. (B) Application d'une couche type SBC sur la frontière de la PML. (C) Application d'une couche type PMC sur la frontière de la PML.

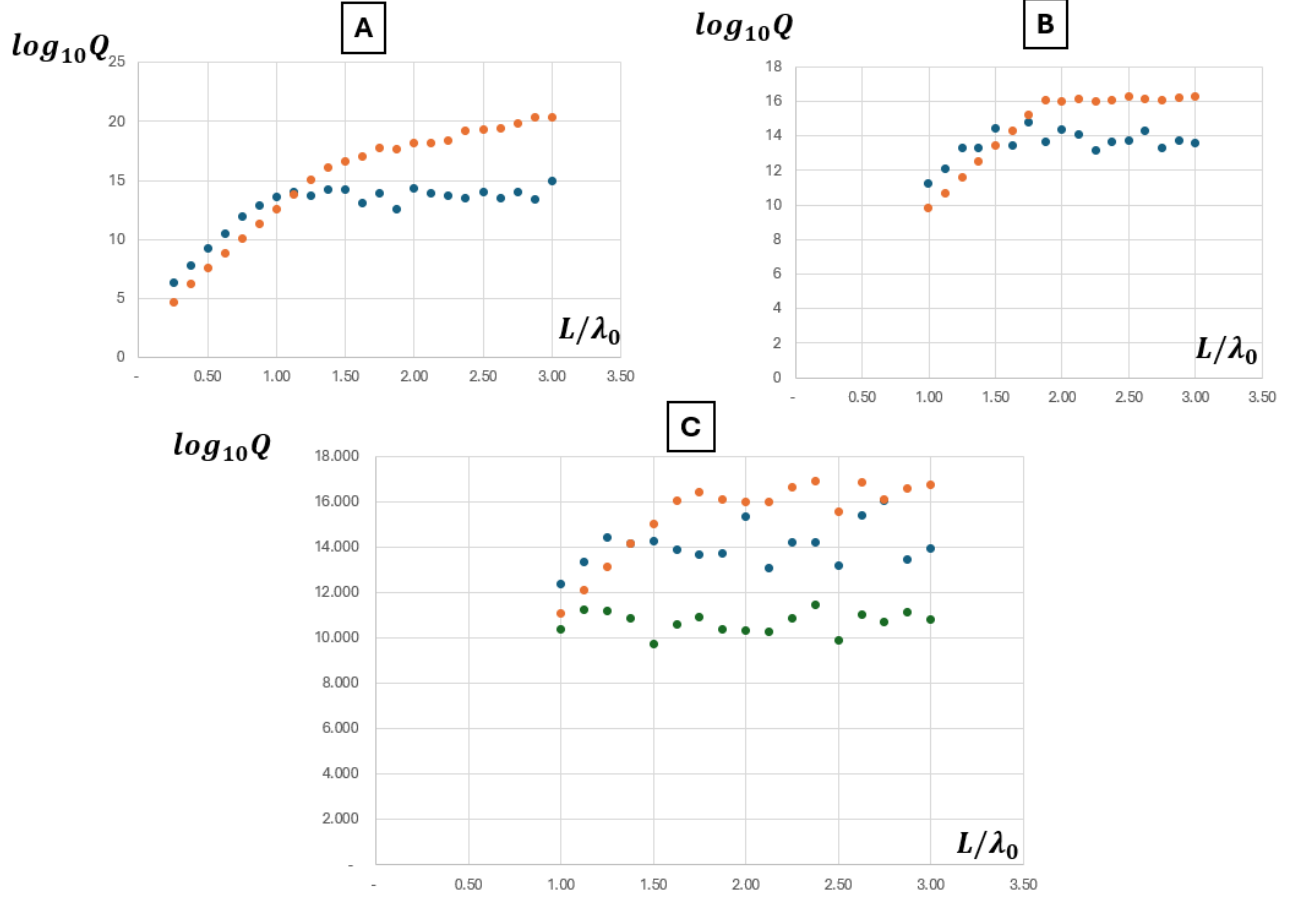


FIGURE 6.2 – Tests de convergence sur la cinquième structure pour le facteur de qualité Q réalisés avec pour paramètre de convergence l'épaisseur L de la couche d'air autour du cristal. Le facteur de qualité est donné en échelle logarithmique tandis que l'épaisseur de la couche d'air est normalisée par rapport à la longueur d'onde de référence (1550 nm). La courbe bleue reprend le facteur de qualité calculé à partir de la méthode classique, c'est-à-dire à partir des parties réelle et imaginaire de la fréquence propre. La courbe orange correspond au facteur de qualité calculé à partir de la formulation énergétique du facteur de qualité $Q = \omega_0 \frac{\overline{U}}{\overline{P}}$ à l'aide d'un cylindre fictif de rayon R . (A) Test de convergence pour le mode de fréquence normalisée $\frac{\omega a}{2\pi c} = 0.349$. Le rayon de la sphère fictive augmente en même temps que l'épaisseur de la couche d'air. Les côtés latéraux correspondant aux conditions périodiques ne sont pas compris dans la surface d'intégration. (B) Test de convergence pour le mode de fréquence normalisée $\frac{\omega a}{2\pi c} = 0.429$. Le rayon de la sphère fictive n'augmente pas en même temps que l'épaisseur de la couche d'air. Les côtés latéraux correspondant aux conditions périodiques ne sont pas compris dans la surface d'intégration. (C) Test de convergence pour le mode de fréquence normalisée $\frac{\omega a}{2\pi c} = 0.407$. Le rayon de la sphère fictive augmente en même temps que l'épaisseur de la couche d'air. Les côtés latéraux correspondant aux conditions périodiques sont compris dans la surface d'intégration (vert) ou non (orange).

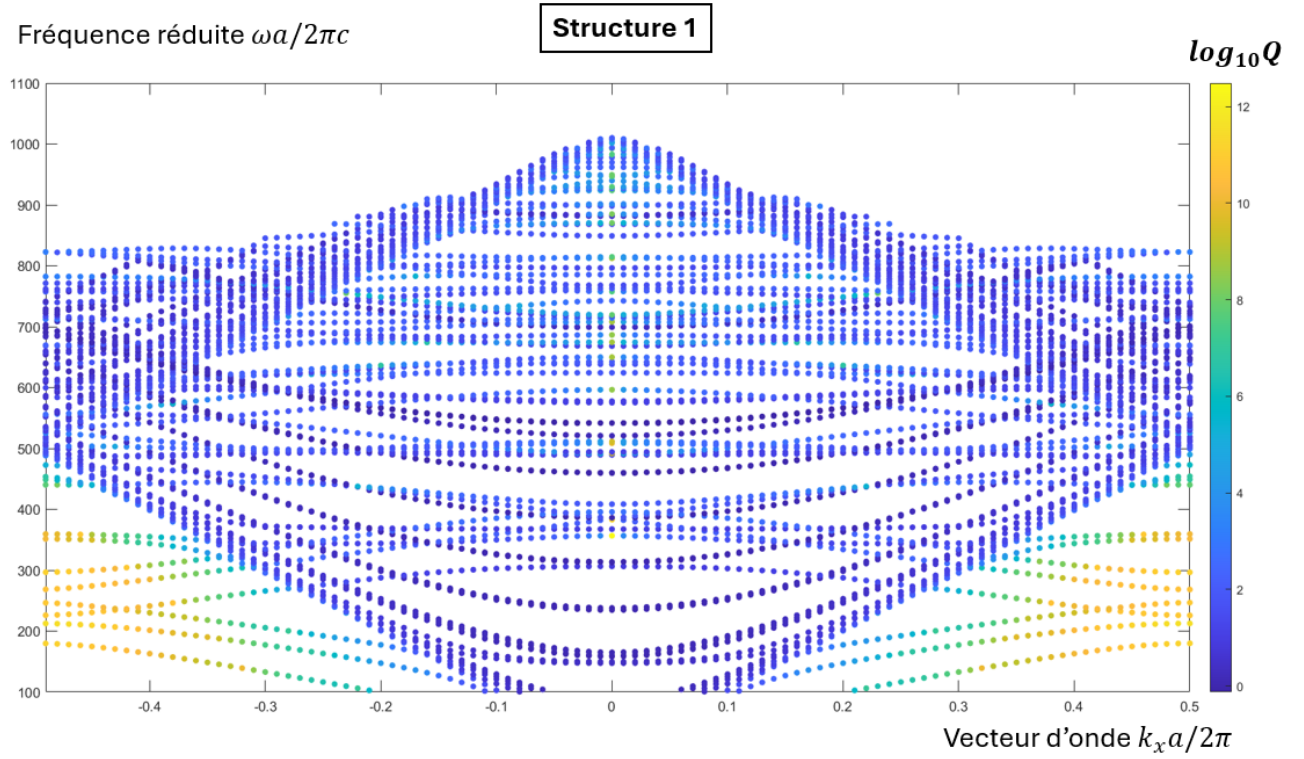


FIGURE 6.3 – Structure de bandes de la première structure pour des valeurs de k_x allant de $-\frac{\pi}{a}$ à $\frac{\pi}{a}$. On observe des modes isolés de très haut facteur de qualité au point Γ . Ces modes correspondent à des états liés dans le continuum (BIC).